



普通高等教育农业部“十二五”规划教材
全国高等农林院校“十二五”规划教材

概率论与数理统计 学习指导

第二版

苏金梅 王万雄 吕雄◎主编

 中国农业出版社

普通高等教育农业部“十二五”规划教材
全国高等农林院校“十二五”规划教材

概率论与数理统计 学习指导

第二版

苏金梅 王万雄 吕雄 主编

中国农业出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

概率论与数理统计学习指导 / 苏金梅, 王万雄, 吕雄主编. —2 版. —北京: 中国农业出版社, 2013. 12 (2015. 1 重印)

普通高等教育农业部“十二五”规划教材 全国高等农林院校“十二五”规划教材

ISBN 978-7-109-17985-1

I. ①概… II. ①苏… ②王… ③吕… III. ①概率论-高等学校-教学参考资料 ②数理统计-高等学校-教学参考资料 IV. ①O21

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 291471 号

中国农业出版社出版

(北京市朝阳区农展馆北路 2 号)

(邮政编码 100125)

策划编辑 朱 雷 魏明龙

文字编辑 魏明龙

北京通州皇家印刷厂印刷 新华书店北京发行所发行

2008 年 1 月第 1 版 2013 年 12 月第 2 版

2015 年 1 月第 2 版北京第 2 次印刷

开本: 720mm×960mm 1/16 印张: 13.75

字数: 235 千字

定价: 25.00 元

(凡本版图书出现印刷、装订错误, 请向出版社发行部调换)

内容提要

本教材是普通高等教育农业部“十二五”规划教材，内容分为两大部分：概率论和数理统计。前五章为概率论部分，其主要内容有随机事件及其概率、随机变量及其概率分布、多维随机变量及其概率分布、随机变量的数字特征、大数定律及中心极限定理；后五章为数理统计部分，内容包括数理统计的基础知识、参数估计、假设检验、方差分析、回归分析。本教材可作为高等农林院校概率论与数理统计课程辅助教材，也可作为科技人员参考书。

第二版编写人员

主 编 苏金梅 王万雄 吕 雄

副主编 刘海军

编 者 (按姓名笔画排序)

王万雄 王海龙 王静泉 吕 雄

刘海军 孙鹏哲 苏金梅 张 锋

第一版编写人员

主 编 苏金梅 王万雄 吕 雄

副主编 李 炜

编 者 (按姓名笔画排序)

王万雄 王静泉 吕 雄 刘海军

李 炜 苏金梅 张 锋 陈传勇

第二版前言

本教材是普通高等教育农业部“十二五”规划教材，全书共十章，内容分为两大部分，前五章为概率论部分，其主要内容有随机事件及其概率、随机变量及其概率分布、多维随机变量及其概率分布、随机变量的数字特征、大数定律及中心极限定理；后五章为数理统计部分，内容包括数理统计的基础知识、参数估计、假设检验、方差分析、回归分析。

本教材是苏金梅、德娜主编的普通高等教育农业部“十二五”规划教材《概率论与数理统计》（第二版）的配套教材，书中每一章都帮助读者理清要点内容；对本章常见的习题类型作归纳和分析；提供自测题帮助读者更进一步了解自己掌握本章内容的情况；同时还给出了自测题和习题解答。

编写本教材的想法是为了从各种角度给出示范，告诉初学读者应该如何思考、分析和表达，快速地习惯概率论与数理统计独有的思维方式，使读者能更好地抓住问题的本质，揭开随机世界的秘密。

参加本教材编写的是在教学一线，具有多年教学经验的部分农林院校的教师，可以说本教材是编者多年教学实践的结晶，其中第一、二、三章分别由内蒙古农业大学苏金梅、王海龙、孙鹏哲编写，第四章由甘肃农业大学王万雄编写，第五章和第七章由甘肃农业大学张锋编写，第六章和第十章由内蒙古农业大学刘海军编写，第八、九章分别由内蒙古农业大学吕雄、王静泉编写，全书的统稿由苏金

梅完成。

限于编者水平，错谬之处在所难免，恳请同行和广大读者批评指正。

编 者

2013 年 5 月

第一版前言

本教材是全国高等农林院校“十一五”规划教材。全书共十章，内容分为两大部分，前五章为概率论部分，主要内容有随机事件及其概率、随机变量及其概率分布、多维随机变量及其概率分布、随机变量的数字特征和大数定律与中心极限定理；后五章为数理统计部分，内容包括数理统计的基础知识、参数估计、假设检验、方差分析和回归分析。

本教材是苏金梅、德娜主编的全国高等农林院校“十一五”规划教材《概率论与数理统计》的配套教材。书中每一章都帮助读者理清要点内容；对本章常见的习题类型作归纳和分析；提供自测题帮助读者更进一步了解自己掌握本章内容的情况；同时还给出了自测题和习题解答。

编写本教材是为了从各种角度给出示范，告诉初学读者应该如何思考、分析和表达，快速地习惯概率论与数理统计独有的思维方式，使读者能更好地抓住问题的要害，揭开随机世界的秘密。

参加本书编写的是在教学一线、具有多年教学经验的部分农林院校的教师，可以说本书是编者多年教学实践的结晶。其中第一章由内蒙古农业大学苏金梅编写，第二章由仲恺农业技术学院陈传勇编写，第三章由仲恺农业技术学院李炜编写，第四章由甘肃农业大学王万雄编写，第五章和第七章由甘肃农业大学张锋编写，第六章和第十章由内蒙古农业大学刘海军编写，第八章由内蒙古农业大学吕雄编写，第十章由内蒙古农业大学王静泉编写。全书的统稿由苏

金梅完成。

限于编者水平，错谬之处在所难免，恳请同行和广大读者批评指正。

编 者

2007 年 10 月

目 录

第二版前言

第一版前言

第一章 随机事件及其概率	1
第一节 教学目的与要求	1
第二节 本章概要	1
第三节 题型分析和典型例题	4
第四节 自测题	13
第五节 自测题解答	15
第六节 习题解答	19
第二章 随机变量及其概率分布	29
第一节 教学目的与要求	29
第二节 本章概要	29
第三节 题型分析和典型例题	35
第四节 自测题	39
第五节 自测题解答	41
第六节 习题解答	42
第三章 多维随机变量及其概率分布	50
第一节 教学目的与要求	50
第二节 本章概要	50
第三节 题型分析和典型例题	58
第四节 自测题	68
第五节 自测题解答	71
第六节 习题解答	74

第四章 随机变量的数字特征	88
第一节 教学目的与要求	88
第二节 本章概要	88
第三节 题型分析和典型例题	93
第四节 自测题	97
第五节 自测题解答	98
第六节 习题解答	101
第五章 大数定律及中心极限定理	111
第一节 教学目的与要求	111
第二节 本章概要	111
第三节 题型分析和典型例题	112
第四节 自测题	113
第五节 自测题解答	114
第六节 习题解答	115
第六章 数理统计的基础知识	119
第一节 教学目的与要求	119
第二节 本章概要	119
第三节 题型分析和典型例题	123
第四节 自测题	125
第五节 自测题解答	126
第六节 习题解答	128
第七章 参数估计	133
第一节 教学目的与要求	133
第二节 本章概要	133
第三节 题型分析和典型例题	136
第四节 自测题	143
第五节 自测题解答	145
第六节 习题解答	147
第八章 假设检验	154
第一节 教学目的与要求	154

第二节	本章概要	154
第三节	题型分析和典型例题	158
第四节	自测题	161
第五节	自测题解答	163
第六节	习题解答	166
第九章	方差分析	175
第一节	教学目的与要求	175
第二节	本章概要	175
第三节	题型分析和典型例题	175
第四节	习题解答	176
第十章	回归分析	184
第一节	教学目的与要求	184
第二节	本章概要	184
第三节	题型分析和典型例题	188
第四节	自测题	191
第五节	自测题解答	193
第六节	习题解答	197
参考文献		203

第一章 随机事件及其概率

第一节 教学目的与要求

1. 理解随机现象、随机试验、样本空间、随机事件、事件独立性的概念.
2. 了解概率、条件概率的定义;会计算古典概型及简单几何概型的概率.
3. 掌握事件之间的关系与运算;掌握概率的加法公式、乘法公式、概率的性质.
4. 会应用全概率公式和贝叶斯公式.
5. 掌握应用事件独立性进行概率计算的方法,理解独立重复试验的概念,会计算有关事件的概率.

第二节 本章概要

一、基本概念

1. 随机现象

在一定的条件下,可能的结果不止一个,且预先不能确定将要出现什么结果,就个别试验或观察而言,其结果呈现不确定性,随机遇而定的现象称为随机现象.

2. 随机试验

对随机现象的可重复的一次观察或试验称为随机试验.

3. 样本点

随机试验的最基本结果称为样本点.

4. 样本空间

随机试验的所有样本点构成的集合称为样本空间.

5. 随机事件

在随机试验中可能出现也可能不出现的一类结果称为随机事件.随机事件是样本空间的子集.特别地,样本空间 Ω 和空集 $\emptyset$ 分别称为必然事件和不可能事件.

6. 概率

用来度量随机事件 A 发生的可能性大小的数值称为事件 A 的概率.

7. 事件的独立性

(1) 两个事件 A 与 B 相互独立当且仅当 $P(AB)=P(A)P(B)$ 成立.

(2) 三个事件 A_1, A_2, A_3 相互独立当且仅当

$$P(A_1A_2)=P(A_1)P(A_2),$$

$$P(A_1A_3)=P(A_1)P(A_3),$$

$$P(A_2A_3)=P(A_2)P(A_3),$$

$$P(A_1A_2A_3)=P(A_1)P(A_2)P(A_3)$$

同时成立.

(3) n 个事件 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 相互独立当且仅当其中任意 k ($2 \leq k \leq n$) 个事件都相互独立, 即同时成立以下 $C_n^2 + C_n^3 + \dots + C_n^n$ 个概率等式

$$P(A_{j_1}A_{j_2}\dots A_{j_k})=P(A_{j_1})P(A_{j_2})\dots P(A_{j_k}) \quad (1 \leq j_1 < j_2 < \dots < j_k \leq n).$$

8. 试验的独立性

如果试验 E_1 的任一事件与试验 E_2 的任一事件都相互独立, 则称这两个试验相互独立.

9. 伯努利试验

只有两个基本结果(成功、失败)的试验称为伯努利试验.

10. n 重伯努利试验

n 次独立重复的伯努利试验称为 n 重伯努利试验.

在一次伯努利试验中, 成功的概率记为 p ($0 < p < 1$), 即 $P(A)=p$, $P(\bar{A})=1-p$, 在 n 重伯努利试验中成功出现 k 次的事件记为 $B_{n,k}$, 则其概率为 $P(B_{n,k})=C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$, $k=0, 1, 2, \dots, n$.

11. 条件概率

事件 B 发生的条件下, 事件 A 发生的条件概率

$$P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)} (P(B)>0).$$

二、重要公式

1. 古典概型的概率

$$P(A)=\frac{k}{n}=\frac{A \text{ 中所含样本点个数}}{\Omega \text{ 中所含样本点总数}}.$$

2. 概率的性质

(1) 对任一事件 A , 有 $P(\bar{A})=1-P(A)$.

(2) 对任一事件 A , $0 \leq P(A) \leq 1$.

(3) $P(\Omega) = 1$, $P(\emptyset) = 0$.

(4) 若 $A_1, A_2, \dots, A_n, \dots$ 是互不相容的事件, 则有

$$P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i), \quad P\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n\right) = \sum_{n=1}^{\infty} P(A_n).$$

(5) 对任意两个事件 A 和 B , 若 $A \supseteq B$, 则

$$P(A-B) = P(A) - P(B), \quad P(A) \geq P(B).$$

(6) 对任意两个事件 A 和 B , 有加法公式

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB),$$

从而

$$P(A \cup B) \leq P(A) + P(B).$$

3. 乘法公式

$$P(AB) = P(A)P(B|A) \quad (P(A) > 0)$$

$$= P(B)P(A|B) \quad (P(B) > 0).$$

三个事件的乘法公式: $P(A_1 A_2 A_3) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1 A_2)$.

n 个事件的乘法公式: $P(A_1 A_2 A_3 \cdots A_n) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1 A_2) \cdots P(A_n|A_1 A_2 \cdots A_{n-1})$, 其中要求 $P(A_1 A_2 \cdots A_{n-1}) > 0$.

4. 事件 A 与 B 独立 ($P(B) > 0$) 的充要条件是 $P(A|B) = P(A)$.

当 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 相互独立时, 有

$$P(A_1 A_2 \cdots A_n) = P(A_1)P(A_2) \cdots P(A_n),$$

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n) = 1 - P(\bar{A}_1)P(\bar{A}_2) \cdots P(\bar{A}_n).$$

5. 全概率公式

设 $B_1, B_2, \dots, B_n$ 是样本空间 Ω 的一个分割, 则对 Ω 中任一事件 A , 有

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(B_i)P(A|B_i).$$

6. 贝叶斯公式

设 $B_1, B_2, \dots, B_n$ 是样本空间 Ω 的一个分割, 且各概率 $P(B_1), P(B_2), \dots, P(B_n)$ 皆已知且为正, A 为 Ω 中任一事件, 诸条件概率 $P(A|B_1), P(A|B_2), \dots, P(A|B_n)$ 也已知, 则在 $P(A) > 0$ 的条件下, 有

$$P(B_k|A) = \frac{P(A|B_k)P(B_k)}{\sum_{i=1}^n P(A|B_i)P(B_i)}, \quad k=1, 2, \dots, n.$$

第三节 题型分析和典型例题

题型 I 写出随机试验的样本空间及事件 A 的样本点

解题思路 要明确写出样本空间, 应该充分理解试验的含义; 要写出事件所含的样本点, 应读懂试验结果.

需注意的问题 对于同一个随机试验来讲, 所观察的内容不同, 样本点及样本空间可能不同, 因此, 试验的样本点和样本空间要根据所观察的内容而确定.

例 1 写出下列随机试验的样本空间.

- (1) 抛三次硬币;
- (2) 掷三次骰子;
- (3) 连续抛一枚硬币, 直到出现正面为止;
- (4) 在某十字路口每小时通过的机动车辆数;
- (5) 在一批灯泡中任意抽取一个, 测其寿命.

解 (1) 记“1”为一次抛掷中出现正面, “0”为一次抛掷中出现反面, 则

$$\Omega = \{(1, 1, 1), (0, 0, 0), (1, 1, 0), (1, 0, 1), (0, 1, 1), (1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\};$$

$$(2) \Omega = \{(x, y, z) | x, y, z = 1, 2, 3, 4, 5, 6\};$$

(3) 与(1)的记法一样, 则

$$\Omega = \{(1), (0, 1), (0, 0, 1), (0, 0, 0, 1), \dots\};$$

$$(4) \Omega = \{0, 1, 2, 3, \dots\};$$

$$(5) \Omega = \{t | t \geq 0\}.$$

例 2 设袋中装有五颗球, 其中三颗白球, 标号为 1, 2, 3, 两颗红球, 标号为 4, 5, 今从袋中随机取出两颗球,

- (1) 观察取出两球的颜色;
- (2) 观察取出两球的号码.

试写出(1), (2)所对应的样本空间.

解 此问题的试验是从五颗球中任取两颗, 但所关心的内容不同, 所对应的样本空间也不同.

(1) 颜色有两种: 白和红.

① 取出的两球放在一堆, 可能的结果有三种: 两颗白球; 两颗红球; 一白一红. 所以样本空间

$$\Omega = \{\text{两白}, \text{两红}, \text{一白一红}\};$$