

近海及河流环境 水动力数值模拟方法与应用

Coastal and River Environment Hydrodynamic
Numerical Simulation Methods and Applications

张明亮/著



科学出版社

近海及河流环境水动力数值模拟 方法与应用

Coastal and River Environment Hydrodynamic Numerical
Simulation Methods and Applications

张明亮 著

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书介绍了近海及河流一维、二维和三维水动力与水质数学模型的基本原理、数值方法和工程应用实例,同时关注水生植被对渠道水流、近海波浪的影响。主要内容包括:近海、河流水动力及水质方程的离散和计算方法;河网、河流、水库的水动力及水质数值模拟;溃坝波引起的洪水入侵和泥沙冲淤模型的构建与应用;河口海域平面二维隐格式、显格式潮流、波浪联合作用数值模式的建立与预报;波浪在植物场传播和变形的数值计算。

本书可供河流和海岸工程数值模拟、水环境规划与管理的研究人员,以及大专院校相关专业的教师和研究生阅读参考。

图书在版编目(CIP)数据

近海及河流环境水动力数值模拟方法与应用=Coastal and River Environment Hydrodynamic Numerical Simulation Methods and Applications/张明亮著. —北京:科学出版社,2015. 3

ISBN 978-7-03-043816-4

I. ①近… II. ①张… III. ①河流-水动力学-数值模拟②近海-水动力学-数值模拟③河流水质-水质模拟-数值模拟④近海-水质模拟-数值模拟 IV. ①TV131. 2②P343. 1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 053677 号

责任编辑:吴凡洁 / 责任校对:桂伟利

责任印制:徐晓晨 / 封面设计:无极书装

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京教图印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2015年3月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2015年3月第一次印刷 印张:13 3/4

字数:265 000

定价:78.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

随着计算数学理论和计算机技术的进步,数值模拟方法得到了迅速的发展,水动力和水质模型得到越来越多的认可,并在海洋、河流及河口海岸工程中得到广泛的应用,成功解决了大量的工程问题。由于水体污染物的多元化,单一的水质模型已不能满足精度需求,因而需要将物理因素(水动力学、泥沙输移和地形条件)、化学因素(保守与非保守物质的传输、反应动力学和水质化学)和生物因素(生态系统)作为一个整体进行深入研究。同时,考虑到水生植物在湿地水域中发挥的重要作用,对水体水动力、污染物输移以及泥沙传输和波浪变形影响的复杂性,该方面的研究亟须深入开展,故本书也特别关注湿地植被对水流、波浪、紊流等的影响。

在本书内容选取上,作者特别关注当前一些新的研究方法、数值新技术进展以及当前研究较少而又亟须解决的问题。本书共6章。第1章为绪论。第2章以污染物在河网、河流中的扩散输移为研究背景,系统地阐述一维河网水动力及水质模型,水质模型能够同时模拟十余种水质变量,同时考虑这些水质变量的迁移及变量间的相互转化;介绍一维河网水动力和水质方程的求解方法以及河网水动力和水质模型的应用。第3章介绍平面二维及三维有限体积法的离散方法和计算过程,根据不同的模型给出具体的实际应用,也包含植被作用下水流运动特征的数值计算。第4章以浅水方程、泥沙输移方程、河床变形方程为基础,建立基于 Godunov 格式的溃坝水流、泥沙耦合数学模型(一维、二维以及一维二维耦合),数值模拟研究溃坝水流定床和动床中的水动力问题,探讨湿地植被对溃坝水流和泥沙输运的影响。第5章以浅水方程和波作用量守恒方程为基础,建立近海深度平均二维潮流隐格式、显格式模型以及波流联合作用数学模型,波浪模型为水动力模型提供附加的驱动力,同时水动力模型计算的水位和流速提供给波浪模型进行动态耦合计算。根据不同的模型对海湾的潮流、波浪、盐度以及溢油油粒子的扩散输移进行计算。第6章介绍一维、垂向二维及三维波浪数学模型,应用上述模型进一步对水动力和植被影响下的波浪问题进行计算分析。

作者师从大连理工大学沈永明教授攻读博士学位,在香港理工大学以及美国密西西比大学从事博士后研究工作期间,得到国际著名学者 C. W. Li 教授和 W. M. Wu 教授的悉心指导和热情帮助,在他们的指导下,顺利完成了研究工作,而后在工作期间也做了大量延续性的研究。这些研究便是本书的基石,在此对三位合作导师表示衷心的感谢!

本书在校稿的过程中,得到了研究生许媛媛和乔洋的帮助,在此对他们表示感谢!

本书由大连市学术著作出版基金和大连海洋大学学科建设专项经费资助出版。同时在作者进行科学研究的过程中,本书的部分研究内容受到辽宁省自然科学基金(批准号:2014020148)、辽宁省高等学校杰出青年学者成长计划(批准号:LJQ2013077)、辽宁省首批博士后集聚工程项目(批准号:2011921018)和大连市科学技术基金(批准号:2013J21DW009)研究项目资助。

由于本书涉及的内容较多、观点较新,加之时间仓促,书中疏漏之处在所难免,恳请广大读者对本书提出宝贵的意见和建议。

目 录

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 河流、水库及近海水体的现状	1
1.2 河流、水库及近海水体拟解决的工程问题及数值模拟任务	2
1.3 自然水体的数值模拟方法	3
1.3.1 有限差分法	3
1.3.2 有限体积法	5
1.3.3 有限元法	7
1.3.4 有限分析法	7
1.3.5 边界元法	8
参考文献	8
第 2 章 复杂河网水体水动力及水环境数值模拟	9
2.1 一维复杂河网数学模型	9
2.1.1 一维复杂河网水动力及水质基本方程	9
2.1.2 一维河网的计算方法	11
2.1.3 河网水动力基本方程离散	12
2.1.4 环状河网水流计算	14
2.1.5 河网水质方程的离散和求解	18
2.2 水质模型	23
2.2.1 温度模型	23
2.2.2 富营养化的水质模型	24
2.2.3 水质模型参数的确定	29
2.3 复杂河网水系水动力、水质数值模拟	30
2.3.1 渭河河道洪水演进	30
2.3.2 复杂渠网恒定流	32
2.3.3 复杂渠网非恒定流	34
2.3.4 感潮河网非恒定流	37
2.3.5 Spokane 河河网非恒定流	39
2.3.6 Lower Columbia Slough 潮汐河网非恒定流	41

2.4	小结	42
	参考文献	42
第3章	河流、水库水动力及水环境数值模拟	45
3.1	曲线坐标变换	45
3.1.1	平面二维曲线坐标变换	45
3.1.2	三维曲线坐标变换	46
3.2	河流、水库水体平面二维数值模拟	46
3.2.1	基本控制方程	46
3.2.2	方程的离散	48
3.2.3	边界条件	52
3.2.4	计算步骤	54
3.2.5	平面二维数值模拟	54
3.3	河流、水库水体三维数值模拟	60
3.3.1	基本控制方程	60
3.3.2	方程的离散	63
3.3.3	自由水面的计算方法	63
3.3.4	边界条件及模型求解过程	64
3.3.5	三维数值模拟	65
3.4	植被作用下渠道水流数值模拟	79
3.4.1	植被对水流的作用力	79
3.4.2	植物作用下的通用方程	80
3.4.3	植被水流的数值模拟	81
3.5	小结	93
	参考文献	94
第4章	溃坝波水流及泥沙的数值模拟	96
4.1	一维溃坝水流数值计算方法及应用	97
4.1.1	一维溃坝水流方程	97
4.1.2	数值离散	99
4.1.3	HLL 格式的近似 Riemann 解	99
4.1.4	边界条件	101
4.1.5	溃坝模型应用	101
4.2	二维溃坝水流、泥沙数值计算方法	105
4.2.1	二维水动力和泥沙运动方程	105
4.2.2	模型计算网格	106

4.2.3	有限体积法离散方程	108
4.2.4	HLL 格式的近似 Riemann 解	108
4.2.5	二维溃坝模型应用	108
4.3	植被作用下的溃坝水流、地形演变模拟	117
4.3.1	有植被影响下 L 形渠道溃坝水流模拟	118
4.3.2	植物影响下断面突扩水槽溃坝水流及床面变形数值模拟	119
4.4	一维及二维溃坝水流耦合模型	121
4.5	小结	124
	参考文献	125
第 5 章	近岸海域水动力和水环境数值计算方法及应用	127
5.1	隐格式潮流数学模型	127
5.1.1	平面二维水流方程	127
5.1.2	数值离散	129
5.1.3	隐格式模型数值模拟	133
5.1.4	大型稀疏矩阵的内迭代求解方法	143
5.2	海湾油粒子数值计算方法	147
5.2.1	浮油的平流和湍流的作用	147
5.2.2	溢油数学模型应用	148
5.3	显格式波流耦合数值模拟	154
5.3.1	显格式平面二维潮流数学模型	154
5.3.2	波浪模型	157
5.3.3	耦合模型数值模拟	160
5.4	小结	169
	参考文献	170
第 6 章	湿地植被影响下的波浪传播与变形	172
6.1	水生植物作用下的一维波浪模型	173
6.1.1	控制方程	173
6.1.2	数值离散	175
6.1.3	HLL 格式的近似 Riemann 解	176
6.1.4	数值模型验证	176
6.2	水生植物作用下的垂向二维波浪模型	186
6.2.1	基本方程	186
6.2.2	波浪自由水面的计算方法	187
6.2.3	数值离散	188
6.2.4	速度和压力校正	190

6.2.5	边界条件	191
6.2.6	数学模型应用	191
6.3	水生植物作用下的三维波浪模型	197
6.3.1	控制方程	197
6.3.2	数值方法	199
6.3.3	方程求解	201
6.3.4	边界条件	201
6.3.5	数学模型应用	201
6.4	小结	207
	参考文献	208

第 1 章 绪 论

1.1 河流、水库及近海水体的现状

随着经济和社会的发展,工业化和城市现代化进程不断加快,城市人口剧增,产生了越来越多的废水。大量有害的工农业废水和生活污水未经充分处理便直接排入水库、河流、湖泊和海洋,对排入水体的生态环境造成了严重的破坏。就河流而言,其污染情况十分严重。以长江为例,蓄水后长江水文、河道等情况发生变化,库区水环境保护也面临着新问题:稀释和自净能力下降、漂浮物增多以及消落带等生态环境问题突出。尤其是三峡成库后,库区的支流受回水顶托,河面变宽,流速变缓,污染物堆积,形成滞水区域(长江水利委员会,1997)。这些区域在光照、温度、营养物等自然条件适宜的情况下,容易爆发“水华”现象(黄真理等,2004)。同样,湖泊方面也存在相同的问题。在自然界物质的正常循环中,湖泊由贫营养湖泊发展为富营养湖泊,这一历程需要很长时间,但是由于水体污染而造成的富营养化将大大加快这一过程。我国是一个湖泊众多的国家,近年来湖周围湿地面积减少,水土流失,湖盆淤积速度加快。城市环境基础设施滞后于发展,污水与污物大量地排放,氮、磷等营养物质大量而持续地进入湖泊暖流水体,将促进藻类和其他水生植物的活性,刺激它们异常富集、繁殖,形成富营养化,会导致水质恶化和生物群体的破坏。我国的许多湖泊已接近富营养,有的甚至达到极富营养的程度,如太湖、巢湖等水体。而海湾的水质污染情况也不容乐观,赤潮的频繁出现、鱼病突发与人工养殖鱼虾大面积毁灭性的死亡无不与海洋生态环境场的恶化有关。近海油气的开发、港口建设以及大面积滩涂围垦等已对海湾生态环境构成严重的威胁。沿海城市的工业废水和生活污水无度和无序的排放,河流排污入海通量逐年增大,使其海域的水环境恶化加速。同时海湾已被大量地开发利用进行海水养殖,如大量高密度的底栖贝类养殖海域,大面积贝类养殖对于无机氮营养盐的消耗和补充有很大的影响,如果没有有效的污染去除及管理方式,养殖水域中氮、磷等负载将相应增大,超过海区的自净能力,引起养殖水源水质下降,缩短养殖场和养殖区域的使用年限,并导致其沿海富营养化水域的范围和富营养化程度呈扩大的趋势。

为了防治近海、河流及湖泊水体的富营养化,不但要对这些水体的富营养化指标进行实时监测、对营养状态进行评价,而且还要及时、准确地了解近海、河流及湖泊水体的水动力状况和富营养化变化的趋势,这就首先需要采用水动力模型对这些水体的水文特征进行评估。水动力的数值模拟是以流体力学的基本方程为基

础,建立相关的数学模型,通过数值离散,给定边界条件和初始条件,对水体进行数值分析,结合污染物扩散输移的基本方程,研究水体水环境的变化趋势(余常昭等,1989)。另外,由于河流、湖泊及河口污染物排放种类的多样性,其污染物排放包含了多种物质,这些物质在水体中不仅降解,而且各物质之间还相互作用与转化,简单的水质模型因为缺乏对水质变量之间转化的考虑已不能满足工程的实际需求,所以建立考虑多个水质变量相互转化的水质模型有着重要的现实意义(张明亮,2007)。

1.2 河流、水库及近海水体拟解决的工程问题及数值模拟任务

除了上述水体的水环境问题需要采用数学模型来解决之外,一些大型的水利工程(建坝、河港建设、防洪工程等)和海洋工程(围填海、港口工程、跨海大桥建设等)也需要使用数学模型来分析其工程建设对该水体的水动力影响(槐文信等,2005)。目前,河流、水库及近海水体亟须解决的问题主要集中在以下几个方面:暴雨引起江河水量迅猛增加及水位急剧上涨形成的洪水预报;洪水溃堤后洪泛区洪水的动态运动过程;筑坝后某种原因引起溃坝而产生的洪水演进预报;河道排污口污水排放引起的污染物扩散;湖泊水体的富营养化评估;水库突发性污染物扩散及运动;航道改善方案的优化;入海污染物通量对河口水质的影响;围海造陆以及建港对海域水体水质的影响;湿地植被对河道行洪及近岸海域波浪传播的作用等。解决这些问题目前主要采用现场测量、物理模型和数值模拟三种方法。物理模型是将研究对象原型如波浪、水流、泥沙、结构等按一定的相似准则缩制而成供模型试验研究的实体模型,但受场地、供水、测量和流动特性等条件限制,往往要采用平面比尺和垂直比尺不同的变态模型。虽然在一定条件下,变态模型仍具备足够的相似性,但是物理模型的缺点也十分明显,包括试验条件要求苛刻,限制较多,模型修正困难,前期投资较大,近年来其费用还有逐渐提高的趋势。河流及河口的模拟是近年来人们认识和研究河流及河口的另一种重要方法,其主要思路是通过对水体流场的预报,以水动力场作为计算的平台,进而预报水体的浓度场变化与泥沙运动等。传统观念中人们对数值模拟的认识不足,将其仅作为简单的研究技术,复演水动力现象,而并未将其作为一种研究方法。事实上,随着数值模拟技术的不断发展和相关理论的成熟,数值模拟的作用日益凸显,它不仅能够复演自然界水体中水动力和水环境的动态变化过程,还能够发现一些未被探知的物理现象,对水体存在的问题进行预报,具有一定的前瞻性。此外,数值模拟不需占用大片的模型试验场地,不需要考虑相似度的问题,演算速度快,周期短,方案修改便捷,且比物理模型投入费用低,因而具有很强的推广意义。物理模型和数值模拟各自具有特点,在具体的使用中应该取长补短、相互补充,为海洋、河流等工程提供翔实、可靠的理论数据和技术支撑。

1.3 自然水体的数值模拟方法

在模拟技术的具体使用中,根据所研究问题的维数来划分,可分为一维、二维及三维数学模型。一维方程计算速度快、效率高,可快速方便地进行长河段、长时期的洪水和河床演变预报,主要运用于河流和狭长的河口计算。二维方程分为垂向二维和平面二维方程。对于宽度沿程变化不是很明显且狭长、较深的水库,可以应用垂向二维方程来研究各物理量沿水深方向变化的情况。但是对于计算区域较大的宽浅型河流、湖泊或者河口水体,变量在垂直方向很快接近平均分布,因而采用平面二维水流控制方程可较好地反映它们的水动力运动特征,在节省计算费用的同时能够更好地满足工程精度要求。一般情况下,天然河流、水库及海湾几乎都是不规则的,其水流大都处于复杂的三维湍流状态并伴有二次副流发生。此外,在水环境问题研究中,常会遇到水体分层现象,主要包括太阳辐射而形成的分层流动、潮汐河口盐水交汇处形成的盐水分层流、大量泥沙或者污染物排放产生的密度分层等。采用三维的形式模拟水流、水环境的运动状况,可以更加全面真实地反映水流的特性,能够更好地适应水利及海洋工程的实际需要(季振刚,2012)。

根据水体的运动情况,可以分为恒定流和非恒定流。在水流的数值计算中,采用何种数值计算方法往往关系到数值模拟的精度和时间。在水流的数值模拟中,常用的数值计算方法有:有限差分法(finite difference method)、有限体积法(finite volume method, FVM)、有限元法(finite element method)、有限分析法(finite analytic method)和边界元法(boundary element method, BEM)(陈永灿等,2012)。

1.3.1 有限差分法

有限差分法是计算机数值模拟最早采用的方法,时至今日,仍被广泛采用。该方法将微分方程中的各个微分项离散成微小网格上各邻近节点差商的形式,得到一个以各节点上函数值为未知变量的代数方程(冯民权等,2012)。有限差分法又可以分为显式和隐式两种方法。显式格式应用较早,它的形式比较简单,而且计算效率也比较高,但其稳定性受到限制,为了保持稳定必须遵守柯朗条件限制。隐式格式是将网格节点上的不能由已知时间层上的物理量直接求出的待求变量,与同一时间层相邻节点的物理量联立求解,而它们是未知的,从而得出未知的物理量。隐式格式的最大优点即它是无条件稳定的,隐式格式的时间步长可以取得很大,稳定性较好,但需反复迭代,计算量较大,计算时间也较长,相对来说不太经济。下面对有限差分法进行简单的介绍。

1. 基本概念

有限差分法的基本思想是将微分方程中各项“微商”用“差商”代替,从而形成差分方程,即微分方程的离散方程。例如,一维对流方程问题

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \quad (1.1)$$

式中, ϕ 是广义变量,可以代表速度、温度、盐度以及物质变量的浓度; u 是流速。

将式(1.1)中的微商用 n 时刻和 j 点的差商表示:

$\frac{\partial \phi}{\partial t}$ 用向前差分表示:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\phi_j^{n+1} - \phi_j^n}{\Delta t} - \frac{\Delta t}{2!} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \right) + \dots = \frac{\phi_j^{n+1} - \phi_j^n}{\Delta t} + o(\Delta t) \quad (1.2)$$

$\frac{\partial \phi}{\partial x}$ 用向后差分表示:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\phi_j^n - \phi_{j-1}^n}{\Delta x} - \frac{\Delta x}{2!} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right) + \dots = \frac{\phi_j^n - \phi_{j-1}^n}{\Delta x} + o(\Delta x) \quad (1.3)$$

式(1.1)可表示为

$$\frac{\phi_j^{n+1} - \phi_j^n}{\Delta t} + c \frac{\phi_j^n - \phi_{j-1}^n}{\Delta x} = o(\Delta x) \quad (1.4)$$

近似的向后差分方程为

$$\frac{\phi_j^{n+1} - \phi_j^n}{\Delta t} + c \frac{\phi_j^n - \phi_{j-1}^n}{\Delta x} = 0 \quad (1.5)$$

式中, Δt 表示 n 时刻到 $n+1$ 时刻的时间步长; Δx 表示空间网格点上 j 到 $j \pm 1$ 的空间步长; $o(\cdot)$ 表示数量级, $o(\Delta x)$ 是 Δx 的一阶数量级,称为差分方程截断误差,即微分方程和差分方程之间的差值。式(1.5)为时间导数向前差分,空间导数向后差分,这种格式是时间步长 Δt 和空间步长 Δx 的一阶精度格式。

如果对 $\frac{\partial \phi}{\partial x}$ 用向前差分表示:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\phi_{j+1}^n - \phi_j^n}{\Delta x} - \frac{\Delta x}{2!} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right) + \dots = \frac{\phi_{j+1}^n - \phi_j^n}{\Delta x} + o(\Delta x) \quad (1.6)$$

采用向前差分的近似差分方程为

$$\frac{\phi_j^{n+1} - \phi_j^n}{\Delta t} + c \frac{\phi_{j+1}^n - \phi_j^n}{\Delta x} = 0 \quad (1.7)$$

上面介绍的差分方程为显格式, $n+1$ 时刻的值可以由 n 时刻的已知值进行计算。

如果取 $\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\phi_j^{n+1} - \phi_{j-1}^{n+1}}{\Delta x}$, 则差分方程为

$$\frac{\phi_j^{n+1} - \phi_j^n}{\Delta t} + c \frac{\phi_j^{n+1} - \phi_{j-1}^{n+1}}{\Delta x} = 0 \quad (1.8)$$

差分方程(1.8)为隐格式,在计算 $n+1$ 时刻的 u 值时,不仅需要 n 时刻的已知值,还要知道相邻节点 $j-1$ 的 $n+1$ 时刻值,因此无法从方程中直接求解,需要进行迭代求解。

2. 差分方程和微分方程之间的关系

数学上要求一个有效的差分方程必须有以下性质(白玉川等,2005)。

(1) 相容性。一个偏微分方程采用某种差分格式化为相应的差分方程后,当空间步长和时间步长同时趋于零时,差分方程的截断误差也趋于零,表明差分方程收敛于微分方程。这样的差分方程和微分方程是相容的,或称差分格式具有相容性。

(2) 收敛性。如果差分方程的解为 $\phi_{k,j}$, 微分方程的解为 ϕ_a , 当 $\Delta t \rightarrow 0, \Delta x \rightarrow 0$ 时,如果差分方程的解 $\phi_{k,j}$ 与微分方程的解 ϕ_a 之差

$$\phi_{k,j} - \phi_a(t, x) = \varepsilon \rightarrow 0 \quad (1.9)$$

当空间步长和时间步长趋于零时,差分方程的解收敛于微分方程定解问题的解,则称此差分格式是收敛的。

(3) 稳定性。用差分方程计算初值问题时,计算误差(如舍入误差)在计算过程中能被有效地抑制,从而确保某一时刻所产生的误差扰动不会有实质性的增长以致淹没真解,则称此差分格式是稳定的或在一定条件下是稳定的;反之则是不稳定的。Lax 等价定理指出,对于一个适定的线性微分方程的定解问题,若逼近它的差分格式是相容的,则此格式的收敛性是稳定性的充分必要条件,即稳定性与收敛性等价。

1.3.2 有限体积法

有限体积法又被称为控制体积法,在计算流体力学和空气动力学中应用比较广泛,近几年在水流的数值模拟中,它的应用逐渐增多。该方法的基本思想是:将计算区域划分成不重复的微小控制体积,然后把需要求解的微分方程在每一个控制体积上积分,之后结合有限体积法离散积分后的方程式得到代数方程组(陶文铨,2001)。该方法的优点是物理意义明确,但是其存在与有限差分法同样的问题,边界拟合不是很理想。但近年来随着曲线坐标的广泛应用,这一问题得到了较好的解决。如果说有限差分法是从描述流体运动的微分方程出发来建立离散方程,那么有限体积法则是从流体运动积分形式的守恒方程出发来建立离散方程。

以一维稳态有源项的对流扩散方程为例:

$$\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} + \rho u \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + S \quad (1.10)$$

式中, S 是广义源项; Γ 是广义扩散系数; ρ 是流体密度。

如图 1.1 所示, 在 Δt 时段和控制体积内对式(1.10)进行积分

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_{CV} \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} + \int_t^{t+\Delta t} \int_{CV} \rho u \frac{\partial \phi}{\partial x} = \int_t^{t+\Delta t} \int_{CV} \frac{\partial \phi}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \int_t^{t+\Delta t} \int_{CV} S \quad (1.11)$$

$$\begin{aligned} & \rho \int_w^e (\phi^{t+\Delta t} - \phi^t) dx + \rho \int_t^{t+\Delta t} [(u\phi)_e - (u\phi)_w] dt \\ & = \Gamma \int_t^{t+\Delta t} \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e - \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w \right] dt + \int_w^e S dx dt \end{aligned} \quad (1.12)$$

为了获得节点上未知值的代数方程, 需要对各项中变量进行进一步的计算。

非稳态项

$$\rho \int_w^e (\phi^{t+\Delta t} - \phi^t) dx = \rho [(\phi_P^{t+\Delta t} - \phi_P^t)] \Delta t \quad (1.13)$$

对流项

$$\rho \int_t^{t+\Delta t} [(u\phi)_e - (u\phi)_w] dt = \rho [(u\phi)_e^t - (u\phi)_w^t] \quad (1.14)$$

式中

$$(u\phi)_e = \frac{(u\phi)_P + (u\phi)_E}{2}, \quad (u\phi)_w = \frac{(u\phi)_P + (u\phi)_W}{2} \quad (1.15)$$

扩散项

$$\Gamma \int_t^{t+\Delta t} \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e - \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w \right] dt = \Gamma \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e^t - \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w^t \right] \quad (1.16)$$

式中

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e = \frac{\phi_E - \phi_P}{(\delta x)_e}, \quad \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w = \frac{\phi_P - \phi_W}{(\delta x)_w} \quad (1.17)$$

源项

$$\int_w^e S dx dt = S \Delta x \Delta t \quad (1.18)$$

如果采用均分的网格, 则有 $(\delta x)_w = (\delta x)_e = \Delta x$ 。

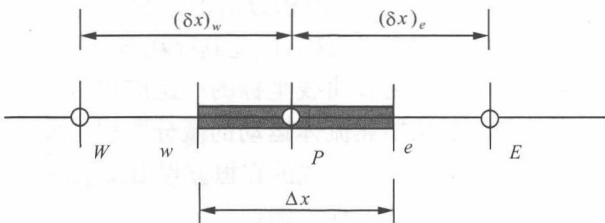


图 1.1 一维有限体积单元示意图

把方程(1.11)~方程(1.18)代入方程(1.10),进一步整理最终得到

$$\rho \frac{\phi_P^{t+\Delta t} - \phi_P^t}{\Delta t} + \rho \frac{(u\phi)_E^t - (u\phi)_W^t}{2\Delta x} = \Gamma \left(\frac{\phi_E^t - 2\phi_P^t + \phi_W^t}{\Delta x^2} \right) + S^t \quad (1.19)$$

式(1.19) t 时刻的变量 ϕ_P^t 为已知,可用 t 时刻的值来计算 $t + \Delta t$ 时刻的变量值,这个方程是显格式计算方法。如果对流项和扩散项中的变量用 $t + \Delta t$ 时刻值,则该式是 $t + \Delta t$ 时刻 ϕ_P 、 ϕ_E 和 ϕ_W 之间的关系式,为隐格式方程组,列出计算域上所有相邻三个节点上的方程,则可形成求解域中所有未知量的线性代数方程组,给出边界条件后即可求解。

1.3.3 有限元法

有限元法产生于20世纪50年代,主要应用于固体力学。在流体力学中的应用则始于60年代。其基本思想是:将求解域划分为若干互不重叠任意形状的单元(三角形、四边形等),在每个单元上利用已经构建好的插值函数进行插值,之后利用加权的方法将微分方程离散,得到相应的代数方程组然后求解(陶建华,2005)。常见的有限元计算方法有直接法、变分法、加权余量法和能量平衡法等。它的优点是:①单元可以任意划分,重要部位单元可划分得小些,可以较好地拟合复杂边界,精度较高;②单元间的相互影响只限于邻近单元,最后得到的线性方程组的系数矩阵往往是稀疏矩阵。缺点是其物理意义不是很明确,而且占内存较大,计算时间较长。

有限单元法解题步骤:

(1) 将计算域划分为 n 个单元。一维问题单元是一系列的线段;二维问题通常是三角形或四边形的平面区域;三维问题是块体。单元大小可以不相同,但除边界点外不能重合,并且所有单元的并集要包括整个计算域。

(2) 用适当的插值函数将单元内的解用各节点的待求函数值表示出来,插值函数可以是线性的、高阶的,这样求域内问题的解可以变为求子域节点上的值。

(3) 通过变分原理或伽辽金公式建立 M 个方程,从而确定 M 个节点上的解及单元内任一点的解。

1.3.4 有限分析法

有限分析法是陈景仁(1989)首次提出的,也被称为有限解析法。该方法思路较为新颖,扩展了河流模拟的方法。它的基本思想是:对于二维问题,把求解区域划分为有限个矩形网格,每四个相邻网格组成一个单元,在局部单元内将微分方程线性化,在单元边界上为一近似函数,然后在局部单元内求解微分方程的解析解,从而建立单元中心和其周围八个节点之间的迭代关系,这就是该内点的离散方程。并对计算区域边界上不是第一类边界条件的每个节点补充一个方程,就可完成整个计算域内离散方程的建立过程。该方法将解析解和离散方法结合起来,对求解

大雷诺数下的各种流体力学问题非常有效,且计算存储量小、精度高、收敛性很好。但该方法要求网格划分为矩形单元,并要求在单元内求出其近似解析解。对于河道复杂边界问题、河床高程变化较大等情况,直接应用该方法计算十分复杂、工作量很大。李炜(2000)通过在局部单元上求精确解来建立计算格式,并考虑了非定常项的差分处理,由此建立了一种混合有限分析格式,这种方法保持了有限分析法的优点,还能够避免无穷级数带来的困难。

1.3.5 边界元法

边界元法(BEM),首先将控制微分方程化为边界积分方程,再用有限元的基本思想与方法步骤(在求解域的边界上划分有限单元)来处理边界积分方程。其特点是在域内满足微分方程,而在边界上只是近似满足边界条件。该方法于20世纪70年代首先由英国的Brebbia提出。边界元法的优点是:①将全域的计算化为区域边界上的计算,维数减少了一个,使三维问题可化为二维问题,二维问题可化为一维问题,给计算机计算带来了一系列的简化。②对渗流、势流等的无限区域问题,有限元法和有限差分法常选取较大的区域离散化,在有限大的区域边界上近似应用无限远处的边界条件,近似性较差。此外,若区域取得太大,由于计算机内存的限制,无法细分网格,而过粗的网格又无法满足精度的要求。边界元法由于基本解满足无穷远处边界条件,在无穷远处边界上的积分自动消失(恒等于零),对无限区域问题,无需确定外边界,只需在区域的内边界上进行离散即可。另外,由于边界元的基本解本身就有奇异性,故适于解奇异性问题。③边界元法的精度一般高于有限元法。

参 考 文 献

- 白玉川,顾元棣,刑焕政. 2005. 水流泥沙水质数学模型理论及应用. 天津:天津大学出版社
- 长江水利委员会. 1997. 三峡工程生态环境影响研究. 武汉:湖北科学技术出版社
- 陈景仁. 1989. 湍流模型及有限分析法. 臧国才编译. 上海:上海交通大学出版社
- 陈永灿,刘昭伟,朱德军. 2012. 水动力及水环境模拟方法与应用. 北京:科学出版社
- 冯民权,赵明登,郑邦民. 2012. 河渠非恒定流及其物质输运的数值模拟. 北京:科学出版社
- 槐文信,赵明登,童汉毅. 2005. 河流及近海水流的数值模拟. 北京:科学出版社
- 黄真理,李玉梁. 2004. 三峡水库水质预测和环境容量计算. 北京:中国水利水电出版社
- 季振刚. 2012. 水动力学和水质-河流、湖泊及河口数值模拟. 李建平,冯立成,赵万兴,等译. 北京:海洋出版社
- 李炜. 2000. 黏性流体的有限分析解法. 北京:科学出版社
- 陶建华. 2005. 水波的数值模拟. 天津:天津大学出版社
- 陶文铨. 2001. 数值传热学. 2版. 西安:西安交通大学出版社
- 余常昭,马尔柯夫斯基,李玉梁. 1989. 水环境中污染物扩散输移原理与水质模型. 北京:中国环境科学出版社
- 张明亮. 2007. 河流水流及水质模型研究. 大连:大连理工大学博士学位论文