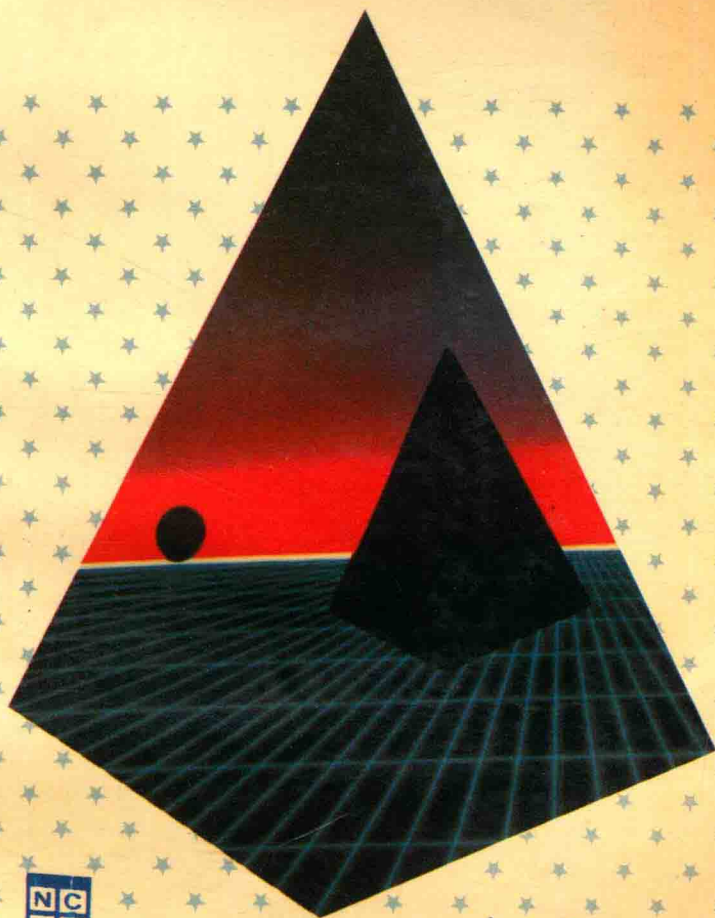


# 美国学校 数学课程与评价标准

全美数学教师理事会 著  
人民教育出版社数学室 译



人民教育出版社

# 美国学校 数学课程与评价标准

全美数学教师理事会 著

人民教育出版社数学室 译

ISBN 7-107-11730-1  
1994年12月第1版 1994年12月第1次印刷  
印数 1—4,600

人民教育出版社

(京)新登字113号

---

**图书在版编目(CIP)数据**

美国学校数学课程与评价标准/全美数学教师理事会制订。-北京:人民教育出版社,1994  
ISBN 7-107-11170-1

I. 美… II. 全… III. ①课程标准-数学-美国②数学-课程标准-美国③课程-评价-数学-美国④评价-课程-数学-美国 IV. G423

中国版本图书馆 CIP 数据核字(94)第 00019 号

---

**美国学校**

**数学课程与评价标准**

全美数学教师理事会 著  
人民教育出版社数学室 译

人民教育出版社出版发行  
全国新华书店经销  
北京市房山区印刷厂印装

开本787×1092 1/16 印张 13.625 字数 299,000

1994年12月第1版 1994年12月第1次印刷

印数 1—1,000

ISBN 7-107-11170-1

G·3750 定价 9.00 元

## 内 容 提 要

本书原著是全美数学教师理事会在美国十几个全国组织的大力支持下,从1986年起,经过几年的通力协作制订的。它包括了一系列北美学校(幼儿园—12年级)数学课程标准与评价课程及学生成绩质量的标准,是为建立一个指导今后十年学校数学改革的广阔框架而设计出来的。此书对我国数学教学改革有一定的参考价值,适合广大教师、教研人员阅读参考。

## 译 序

这份文件,是**全美数学教师理事会**(National Council of Teachers of Mathematics,简称为NCTM)在美国数学会、美国数学协会、统计学会、运筹学会、工业与应用数学协会、总统奖数学委员会等十几个全国组织的大力支持下,从1986年起,经过几年的通力协作制订的。正如它的序言所说,文件包括了一系列北美学校(幼儿园—12年级)数学课程标准与评价课程及学生成绩质量的标准。当校方、学区、州、省以及其他组织对课程问题和评价问题提出解决办法时,这些标准应该用作评判其思想的准则。这份文件是为建立一个指导今后十年学校数学改革的广阔框架而设计出来的。

文件分析了时代的变化,展望21世纪,对数学特征作了较精辟的描述:1. 懂数学就是“做”数学。学生要经过收集资料,发现创造,将书本知识化为自己的思想,用自己的语言将数学知识重新组装起来。2. 学数学主要是理解数学模式和结构,用计算机处理信息并加以应用。3. 数学是为每个人的,每个人都要学数学,他们学人人都需要的数学的机会是均等的。未来的为每个人都需要的数学是一个崭新的课题。

文件将学校数学内容纵分为四条线——解决问题、数学交流、数学推理和数学联系,又横列为十三项——估计、数与数系、代数、几何与空间观念、度量、函数与图象、综合几何、解析几何、三角、统计、概率、离散数学、微积分基础。这些内容互相穿插,螺旋上升,而上述四条线贯穿其中。统计、概率分别是1、3年级开始学习的,以后年年都有。学生从幼儿园起就可使用计算器和电子计算机。这确是一个全新的体系。

文件较完整地反映了全美数学教师理事会对于本世纪90年代就北美幼儿园—12年级的学校数学教学和评价所具有的基本观点,并在一定程度上向读者展示了美国这个工业和科技发达的国家是如何面对下一世纪的社会需要的。这对处于改革开放中的我国数学教育事业来说,也是有参考价值的,所以我们把它全文译出,以飨读者。

我们感谢全美数学教师理事会的Jean T. Carpenter女士允准由人民教育出版社数学室翻译这个文件的中文本,中文本版权归人民教育出版社所有,并允许在市场上销售。我们也感谢美国西肯塔基大学教育学院的Eula E. Monroe博士,她为我们提供了原版本,并主动与全美数学教师理事会联系,才使中译工作得以允准。

参加本书翻译工作的有蔡上鹤、卢江、陶雪鹤、张卫国、李建华、杨刚、刘意竹、袁明德、高存明、饶汉昌、杨万里、康合太、薛彬。由陶雪鹤任责任编辑,刘意竹、薛彬任校订。

译 者

1993年12月

# 序 言

---

1986年，全美数学教师理事会的董事会组建了学校数学标准委员会，作为改进学校数学质量的一个方面。这份文件就是该委员会努力的产物，它包括一系列北美学校（幼儿园—12年级）数学课程标准与评价课程及学生成绩质量的标准。当校方、学区、州、省以及其他组织对课程问题和评价问题提出解决办法时，这些标准应该用作评判其思想的准则。

标准的初稿在1987年夏季完成，1988年夏季进行修订，这些工作是由四个工作组的成员完成的，每个工作组都代表了多方面的数学教育工作者，包括课堂教师、督学、教育研究人员、师资培训人员和大学数学家。这些人员是由全美数学教师理事会主席 John Dossey 指定的。他们的工作由全美数学教师理事会学校数学标准委员会领导和检查，由 Thomas A. Romberg 协调，Anne Zarinnia 协助。所有参与本设计的人员都对犹他州数学教师理事会表示感谢。他们对参与人员两个夏季的款待，使我们的工作更为轻松和愉快。

修订是以1987学年至1988学年收集的关于这个文件的初稿的有益的大量反映为基础的。我们对所有发表见解者表示感谢。由于仔细的检查 and 所提供的深思熟虑的建议，这份最后的文件更有份量和更为统一。实际上，我们相信这份文件代表了全美数学教师理事会成员关于应包含于学校数学课程的基础内容和关于牵涉学生及方案评价的组织与实施的重要问题的一致意见。

这份标准是为建立一个指导今后十年学校数学改革的广阔框架而设计的一份文件。它给出了根据内容优先与重点哪些数学课程应予以包括的观点。我们对所有关心学校数学质量的人提出的要求是，齐心协力地使用这些课程和评价标准作为改革的基础，以使我们学校的数学教学得到改进。

# 目 录

序 言	1
引 言	1
背景	1
学校数学标准的必要性	1
新目标的必要性	2
课程与评价标准概述	5
要求	10
幼儿园—4 年级的课程标准	11
概述	11
改革的需要	11
改革的方向	11
儿童和数学：幼儿园—4 年级课程的含义	12
设想	12
标准 1 作为解决问题的数学	17
标准 2 作为交流的数学	20
标准 3 作为推理的数学	23
标准 4 数学的联系	26
标准 5 估算	29
标准 6 数的意义和计数法	31
标准 7 整数运算的概念	34
标准 8 整数的计算	37
标准 9 几何和空间观念	40
标准 10 测量	43
标准 11 统计和概率	45
标准 12 分数和小数	48
标准 13 模式和关系	51
5—8 年级的课程标准	54

概述	54
改革的需要	54
数学课程的特点	55
教学	56
材料	56
学生的特点	56
小结	57
标准 1 作为解决问题的数学	60
标准 2 作为交流的数学	63
标准 3 作为推理的数学	66
标准 4 数学的联系	69
标准 5 数与数的关系	72
标准 6 数系与数论	75
标准 7 计算与估算	77
标准 8 模式与函数	80
标准 9 代数	83
标准 10 统计	86
标准 11 概率	89
标准 12 几何	92
标准 13 测量	96
<b>9—12 年级的课程标准</b>	<b>100</b>
概述	100
背景	100
基本设想	101
数学内容的特点	102
教学的模式	104
核心课程	105
内容差异的例子	107
总结	113
标准 1 作为解决问题的数学	113
标准 2 作为交流的数学	116
标准 3 作为推理的数学	119



标准 4	数学的联系	122
标准 5	代数	126
标准 6	函数	129
标准 7	综合几何	132
标准 8	解析几何	136
标准 9	三角	138
标准 10	统计	141
标准 11	概率	144
标准 12	离散数学	149
标准 13	微积分的概念基础	152
标准 14	数学结构	155
<b>评价标准</b>		158
<b>概述</b>		158
评价与变化		159
其他问题		160
评价标准的组成部分		160
评价标准的重点		160
标准 1	标准线	161
标准 2	信息的多种源泉	164
标准 3	合适的评估方法及其使用	166
标准 4	数学力量	170
标准 5	解决问题	173
标准 6	交流	177
标准 7	推理	181
标准 8	数学概念	185
标准 9	数学过程	190
标准 10	数学气质	193
标准 11	对方案评价的指标	197
标准 12	课程和教学资源	198
标准 13	教学	200
标准 14	评估队伍	202

今后要采取的步骤.....	203
改革学校数学.....	203
今后要采取的 necessary 步骤.....	204
结束语.....	206

# 引言

## 背景

这些标准是数学教育团体对于号召进行数学教学改革的答复的一个侧面。它们反映并扩充了上述团体对于那些变革要求的答复。在这个文件中有一种默契，就是所有学生都需要学习更多的，但常常是有所区别的数学，而数学教学则必须进行有意义的改革。

为了体现全美数学教师理事会在当前改革学校数学的努力中所起的作用，董事会建立了学校数学标准委员会，并赋予以下两项任务：

1. 给出一个有关数学素养的连贯的看法，它既要奠基于计算器和能够执行数学程序的电子计算机，也要考虑到数学正在迅速发展，并被更大规模地应用于多种多样的领域。
2. 给出一整套标准，以指导学校数学课程和与此有关的、并且向着上述看法发展的评价的变革。

委员会的工作组制订了这些标准，作为对于上述任务的答复。

这个报告性的文件由六部分组成。引言部分描述了标准的必要性，讨论了新的目标的必要性，还提供了标准的总的看法。文件的主体部分提供了标准，它们由四部分组成：幼儿园—4年级，5年级—8年级，9年级—12年级，评价。结论部分概括性地给出了一些步骤，它们对于完成急需的学校数学改革是必不可少的。

在制订这个文件时用到的关键词语有以下三个：

**课程。**课程是一种有机地组织起来的教学计划，它阐明了学生需要懂得哪些数学，学生怎样达到这些被区分开来的目标，教师怎样帮助学生扩展他们的数学知识，它还包括教和学发生的前因后果。在这个文件中，“课程”这一词语相当于许多人称之为的“理想课程”或“课程计划”。

**评价。**标准已被学生的实践与课程计划的评价连结在一起，其中特别强调教师随时收集教学中所获数据、信息的评价手段的作用。标准也承认收集有关学生水平提高和达到研究、管理目标的信息的价值。

**标准。**标准是一种陈述，它可以被用于判断数学课程或评价方法的质量。因此，标准就是关于价值的陈述或断语。

## 学校数学标准的必要性

从历史意义上来说，群体采纳一整套标准有三条理由：(1)保证质量；(2)阐述目标；(3)促进变革。对于全美数学教师理事会来说，所有这三条理由有相同的重要性。

首先,标准常被用于确保公众不得次品。例如,每一名药商必须经过某些非常严格的药检标准(它们既包括对药品生产过程的控制,也包括提供药品有效的证据)的检验后,才被允许出售该药品。在这种意义上,标准就是质量的最低限度的(最起码的)判断依据。它们为产生期望的结果提供必要但不充分的条件。不能保证药品不被误用或者一定产生期望的效果。

其次,标准常被用来作为表示有关目标的期望的一种工具。目标是社会意向的广义陈述。例如,我们认为,所有测试应该达到两个目标:一是有效,二是符合实际。由美国心理学协会于1974年制订的标准描述了这样一类文件,这些文件的出版者应该提供每一次测试的现实性和有效性。

第三,标准常被用来引导群体朝着一些新的期望的目标前进。例如,医学界曾经奠基于技术、研究等的变更,就专业工作者领取执照一事采用了一套标准,并周期性地使之现代化。其意图是一旦需要,就对医疗实践予以改进或使之现代化。在这种意义上,标准应被看成“最佳依据”。它们立足于这样的见解:为了获得现代的知识和经验,我们应该做些什么。

就所有上述三个目的来说,学校数学都需要有一套标准。学校、教师、学生和公众普遍不喜欢次品。有理由认为,凡是开发用于数学课堂的产品的人,都必须展示其教具是怎样考虑教学重点这样一个现代概念的,并且应该提供其有效性的证据。对于全美数学教师理事会来说,为了促进变革,关键是制订一套标准作为最佳依据。学校,尤其是学校数学,必须反映当前改革运动的重要结果,如果我们的学生要为在21世纪生活作好充分准备的话。这套标准应该被看作改革的促进者。

## 新目标的必要性

我们的数学素养观点是奠基于对教育目标的重新考查之上的。从历史上来说,社会建立学校是为了:

- ◆ 把文化的各个方面传播给年轻人;
- ◆ 引导学生前进,并提供他们自我完善的机会。

因此,所有学校试图达到的目标,既反映了社会的需要,也反映了学生的需要。

学校数学改革的号召预示着新目标的必要性。所有工业化的国家都经历了从工业社会到信息社会的转变,既改变了需要传播给学生的数学的各个方面,也改变了学生必须掌握的概念和程序,如果他们希望自我完善并成为下一世纪有生产能力的公民的话。

**信息社会。**上述社会和经济的变化可以归因于或至少部分归因于低价计算器、计算机和其他技术的实现。这些技术的应用戏剧化地改变了物质、生命和社会科学的本质,同时也改变了商业、工业和政府机构。速度上相对来说较慢的机械通讯工具——声音和印刷纸张——已经为能够把信息几乎即时传播给任何地方的人或机器的电子通讯设备所补充。信息是新的资金、新的物质,通讯交流是新的生产中介。技术变革的后果将不再是一种理智的抽象。它已成为经济界的现实。今天,经济改革的进度正在由于持续进行通讯和计算机技术的更新而加速。

**新的社会目标。**按现状组织起来的学校,是工业时代的产物。在大多数民主国家中,公立学

校是为向大多数年轻人提供必需的训练,使之成为农田、工厂、商店的工作者而设立的。这种教学的结果,学生被期望培养成为有足够教养的、活跃的选民。因此,全体学生都被要求有起码的阅读、写作和算术计算能力,而把更高级的学术的训练只留给少数选拔出来的学生。这些先进的学生将进入这样的学校,这些学校希望教给他们未来的文化、学术、商业和成为未来的政府领导人。

工业时代的教育体系不能满足现今的经济需要。教育的新社会目标包括:(1)具有数学素养的工作者;(2)终生学习;(3)机会人人均等;(4)成为活跃的选民。这些目标的内含是组织起一个能够为全体公民终生提供重要资源的学校系统。

1. 具有数学素养的工作者。在几十年内,工厂雇员做同一工作,用同一方法生产同一成品,这样的经济状况应掷回给我们过去的工业时代。现今,经济上的生存和增长取决于新的工厂,那些工厂是为生产复杂的产品,并且产品只具有很短的市场循环周期而建立的。必须明智地看到这样一个现实,在第一批产品售出之前,工厂已经在为持续变化的市场设计新的替代品。同时,研究部门也在工作,以发展新的思想,满足设计部门开发新产品的持续呼声,然后把它们引入生产的竞争场所。关于基本数学能力的传统概念,已经被从未有过的、要求更高的工作者的技能和知识所逾越;生产的新手段需要一种有技术的、能竞争的工作动力。美国技术评价会议办公室(1988)指出,雇员必须准备理解复杂的事物和交流技术,以便于回答问题,吸取不熟悉的信息,并且能参加小组进行群体工作。商业将不再寻求具有强健的脊梁、灵巧的双手和“店主”式算术技巧的工人。事实上,这说明,“在目前与2000年之间,在新的职业方面最有意义的增长是在需要受大多数种教育的领域里”。亨利·波尔拉克(Henry Pollak, 1987),一位著名的工业数学家,最近总结了工业对新雇员在数学上的期望:

- ◆ 通过适当的操作提出问题的能力;
- ◆ 具有包含各种技术的知识,以便就问题进行工作;
- ◆ 理解问题中潜在的数学特征;
- ◆ 具有就问题同他人一起工作的能力;
- ◆ 具有能够看清数学思想在通常和复杂的问题中的应用的能力;
- ◆ 对开放的问题情境有所准备,因为大多数实际问题并不是十分正规地形成的;
- ◆ 相信数学的用途和价值。

注意,在技能和训练之间的差异,就存在于上述期望以及由正在独立进行工作以解决明晰的整套操练规程和实际练习题的学生所获得的知识之内。尽管数学不是只在学校内进行教学的,所以学生可以获得工作,但我们确信,校内经历在一定程度上反映着当代工作场所的现状。如果工作者确实受过如此广泛的教育,并且能够成为决定商业如何适应当今变化着的经济条件的一个主要因素,那么情况尤其是这样。

2. 终生学习。就业顾问,以及认识到技术和职业特性正在迅速变化的人,都指出这样一点:平均地说,工作者在未来的25年之内至少要改变职业4到5次,并且每种职业都需要就交流技能进行重新训练。因此,需要一种能够终生学习的灵活的工作动力;这又喻示着,学校数学必须

强调一种精练的素养形式。问题解决——其中包含着表示这些问题的方法,数学语言的意义,以及每种猜想和推理的手段——必须被置于学校的中心地位,使得学生能够揭示、创立、积累变化了的条件,并且逾越他们的生活源泉积极地开创新的知识。

3. 机会人人均等。以往学校实践的社会缺陷已是不可容忍的了。目前的统计表明,那些学习高等数学的学生大部分是白人男生。妇女和大部分少数民族的学生学的数学较少,在需要应用科学技术的职业中,他们的代表性极差。现今,创立一个正义的社会,使妇女和不同的种族群体享有同等的机会和同样的训练,已经不是问题了。数学已经成为我们社会的职业与完全参与的关键性的过滤器。我们不能忍受我们绝大部分人口没有数学素养。平等已成为经济上的必要性问题。

4. 成为活跃的选民。在一个其政治和社会决定都涉及日益复杂的技术问题的民主国家里,要紧的是具有受过教育的、活跃的选民。当代问题——诸如环境污染、原子能、国防费用、空间探索、税收——包含着许多互相内联的问题。下定经过深思熟虑的决心,需要技术上的知识和了解。尤其重要的是,公民必须能够阅读和解释复杂的,有时甚至互相抵触的信息。

总之,现今的社会希望学校能保证所有的学生都有机会成为有数学素养的人,能够拓深他们的学习,有同样的学习机会,并且成为能够理解技术社会中的问题的活跃公民。

**对学生的新目标。**对学生的教育目标必须反映数学素养的重要性。为此,对于所有从幼儿园到12年级的学生,其标准把5个总目标互相联结起来:(1)他们为估价数学而学习;(2)他们对于从事数学活动的能力怀有信心;(3)他们成为数学问题的解决者;(4)他们为数学交流而学习;(5)他们为数学推理而学习。这些目标包含着,学生应该被暴露于大量的、各种各样且又相互联系的经验之中,以此来鼓励他们认识数学进取心的价值,发展头脑中的数学思维习惯,理解并重视人类活动中数学所起的作用;学生应该被鼓励去探索、猜想,甚至制造和改正错误,以使他们对于解决复杂问题的能力获得信心;学生还应该阅读、写作和讨论数学;他们应该猜测、试验,并对其猜测的有效性进行争辩。

让全体学生都有经历数学训练的这些部分的机会,这是我们关于有质量的数学项目的观点的核心。课程应该被这些目标和经验所渗透,使它们成为学生生活的共同点。我们确信,如果学生被暴露于本《标准》所界定的经验之中,他们就会获得数学力量。这一术语表示了一种独特的能力,它包括探索、猜想、逻辑推理能力,也包括有效地应用各种数学方法去解决非日常生活问题的能力。这一概念奠基于对数学的再认识,比收集需要掌握的概念和技能更为重要;它还包括调查和推理的方法,交流的媒介以及其他有关概念。附带说一句,对每一个人来说,数学力量蕴含着个人自我信心的发展。

朝着这一终极目标,我们把课堂看作经常用重要的数学思想探索有趣问题的场所。我们的前提是,一个学生学习什么,在很大的程度上取决于他(她)迄今为止是怎样学习它的。例如,人们可以看到学生正在记录实物的测量数据,收集信息并利用统计来描述它们的性质,以及通过考察图象来探索一个函数的性质。这个观点表明,学生学习着许多近期教学的同样的数学,但他们对各项知识的重视程度却有很大的不同;这个观点还表明,过去教学的某些数学知识,至今在学

校内几乎未被学生重视。

1. 为估价数学而学习。学生应该拥有关于数学在文化上、历史上和科学进步史上的大量的、多种多样的经验,使得他们能够重视数学在当代社会发展中的作用,并且探索数学及其所服务的学科之间的关系。数学为之服务的领域包括:物质和生命科学,社会科学,人类学。

从数学史上可以看到,实际问题和理论追求曾经刺激了一代又一代人的兴趣(由于在一定程度上不能解决它们)。今天,理论数学已经百花盛开,并且在复杂和抽象的程度上大大深化了,数学对于我们技术化的、蒸蒸日上的社会来说,已经变得更具体明确并且至关重要了。为估价数学而学习,这一目标的意图是集中注意力,使学生意识到数学与它在其中取得发展的历史情境之间的相互作用,以及这些相互作用对于我们的文化和生活所造成的影响。

2. 对于自己的能力怀有信心。作为学习数学的结果,学生应该看到,自己能够利用增长着的数学力量去认识周围世界中的新的问题情境的意义。在一定程度上,每一个人都是一个数学工作者,并且自觉地在从事数学活动。在商场购物,测量狭长的墙纸,装饰有规则形状的陶瓷壶罐,就是从事数学活动。学校数学必须扎扎实实地资助学生,因为从事数学活动是人类的一项共同活动。具备大量的、多种多样的经验,将使得学生相信他们自己的数学思维。

3. 成为数学问题的解决者。如果每个学生想成为一名产业公民,那么最重要的是发展他(她)解决问题的能力。我们极为赞同《对于行动的一项议程》(全美数学教师理事会,1980)中的第一项建议:“问题解决必须成为学校数学的焦点。”为了发展这样的能力,学生必须成小时、成天、成星期地就问题进行工作,以解决它们。尽管有些问题相对来说比较简单,可以独立完成,但其他问题则应由学生组成小组,以致通过全班合作才能完成。有些问题还应该是结论开放而没有正确答案的,另一些问题则必须精确地表达出来。

4. 为数学交流而学习。发展学生应用数学的能力,包含着学习数学记号、符号和术语。最佳途径是通过问题情境,使学生有机会阅读、写作和讨论思想,从而自然地运用数学语言。当学生交流他们的思想时,他们同时也在学习如何澄清、精确和巩固他们的思维。

5. 为数学推理而学习。作出猜想,收集证据,设计辩论以支持论点,这些对于从事数学活动来说都是基本的。事实上,学生展示一个好的推理过程,比起他们求得正确答案的能力来说,更应受到嘉奖。

总之,这些目标的意图是:学生必须具有数学素养。这一术语表示了这样一项独特的能力,它既包括探索、猜想和逻辑推理的能力,也包括有效地利用多种数学方法去解决问题的能力。为了具有数学素养,他们的数学力量应该予以发展。

## 课程与评价标准概述

这个文件提供了54项标准,分为4个范围:幼儿园—4年级,5年级—8年级,9年级—12年级,评价。这4个范围的划分是专断的,我们并不希望它们反映学校的结构;事实上,我们鼓励读者把它们考虑成幼儿园—12年级标准。此外,我们相信,对于学龄前的阶段以及高中后的阶段,也要制订类似的标准。



我们的任务是，制订课程和评价标准，它们必须能够反映出我们在这里已经把它们互相联结起来的社会和学生的目标是怎样得到满足的这样一种见解。这些标准应该被看成引起学校数学改革的一系列程序的最初的步骤。

**课程标准。**当我们就学校数学专门制订出一套课程标准时，应该明白，这些标准是奠基于由某些因素起源的广泛的、连贯的教学观点。这些因素包括：社会目标，学生目标，研究和教学，职业经验。每一项标准都由这样一个句子开始：课程应该包含什么样的数学。然后还要阐述与数学及含有教学实例的讨论有关的学生活动。

**数学。**在制订每一项标准时首先要考虑的是数学内容。在如此广阔并且呈动态状的数学学科中确定什么是基本的内容，不是一件易事。约翰·杜威(1916)关于“知识”和“知识表象”之间的界限澄清了这一点。对于许多人来说，“知道”的意思是能够辨别学科的基本概念和程序。对于许多非数学工作者，算术运算、代数操作、几何术语和定理构成了从幼儿园到12年级应予以教学的学科基础。这可以反映出，他们在学校或学院里学习的数学，而不是对学科本身的透彻理解。

在这些标准中已嵌入了三项数学特征。首先，“知道”数学就是“干”数学。人们是在一些具有目的的活动中收集、发现和创造知识的。这个活动过程不同于掌握概念和程序。我们不能断言信息性的知识没有价值，其价值取决于在有目的的活动中之中的有用程度。很明显，来自一些数学分支的基本概念和程序，应该为全体学生所知道；已经建立的概念和程序能够被看作其他的变量可能是未知的背景中的固定变量。但是，教学中应该反复强调，“干”比“知道”更为重要。

其次，在上一个10年里，干数学的各个方面都已经变化了。计算机处理大批信息的能力，使得在商业界、经济界、语言学界、生物学界、医学界和社会学界这样一些领域中进行信息的量化和逻辑分析成为可能。在社会学界和生命科学中，变化尤其巨大。事实上，量化技术已经几乎渗透到所有的智力学科中去。无论如何，这些领域所需的基本数学思想，对于那些按照传统的“代数——几何——微积分预备知识——微积分”的系列(这一系列是连同工程、物理科学的应用一起设计的)学习的学生来说，却不是必要的。因为数学对于其他学科来说是一门基础学科，并且其增长与它的应用成正比例关系，我们相信，对于全体学生的课程，必须提供机会以发展他们对数学模型、结构的理解，以及在许多学科中的模拟应用。

第三，技术上的变革，数学应用领域的拓广，引起了数学学科本身的发展和变革。戴维斯和赫尔希(1981)指出，我们现在正处于数学出成果的黄金时代，一半以上的数学是在第二次世界大战以后发明的。事实上，他们争辩说，“新数学问题的不尽资源有两个。一个资源是科学技术的发展，它对于数学的帮助提出了史无前例的需求。另一个资源是数学本身……每一项新的、完备的成果将成为一些新的调查研究的潜在的起点。”新技术不仅使计算和作图变得容易，而且改变了对于数学十分重要的问题的本质和数学家用来研究这些问题的方法。由于技术正在改变着数学和它的用途，我们相信：

- ◆所有的学生，在所有的时刻，都应该被允许使用合适的计算器；
- ◆每一个教室都应该被允许配备一台计算机用于演示；
- ◆每一名学生应该能够使用计算机进行独立的或小组的工作；



◆ 学生应该学习以计算机作为工具来处理信息和实施计算,以便调查研究和解决问题。

然而,我们确认,拥有这些技术并不保证任何学生都知晓数学。计算器和计算机对于应用数学的人来说,就像词语处理机对于写作的人一样,是一种简化、但不是完成手头工作的工具。因此,学校数学的观点是建立在学生需要的基础数学之上,而非仅仅是建立在促进数学应用的技术训练之上的。

类似地,使用计算器不会消除学习算理的需要。精通有些计算的算理是重要的,但这些知识应该产生于问题情境,正是这些问题情境对这些算理的需求增加了。进一步说,当某人为了求得一个问题的答案而需要进行计算时,他应该意识到选择方法(见图1)。如果一个近似答案就足够了,那么人们应该估算。如果需要精确答案,那么必须选择合适的程序。许多问题应该通过心算来计算(乘以10、取半)。如果有些计算不太复杂,那么应该遵循标准的笔算算理去解决它们。对于比较复杂的计算,应该使用计算器(连加、长除)。最后,如果需要许多重复的计算,那么应该编写出计算机程序或使用计算机求得答案(求平方和)。注意,在图1中,估算能够而且应该被应用于产生精确答案的程序的连结之中,以便预见任何计算,以及判断结果的合理性。

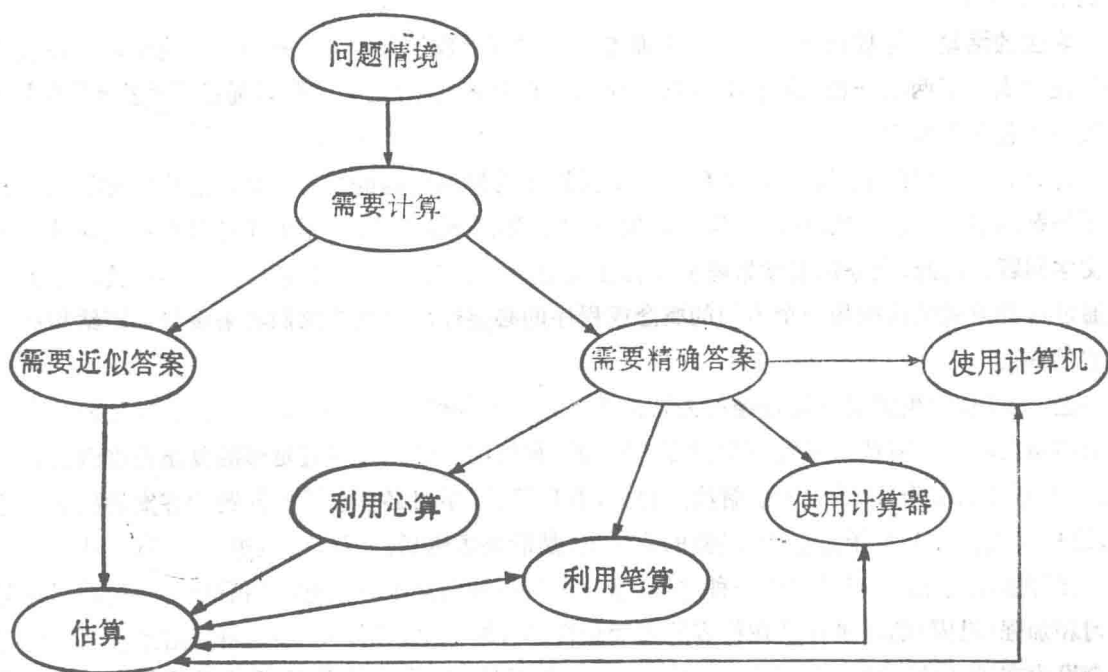


图1 有关数的问题的计算程序的决定

与许多人的忧虑相反,计算器和计算机的使用拓宽了学生进行计算的能力。没有证据表明,使用计算器会使得学生依赖它们来进行简单计算。学生应该能够决定,他们什么时候需要计算,以及他们需要精确答案还是近似答案。他们应该能够选择和使用大多数合适的工具。学生应该有一个大致平衡的计算途径,能够选择合适的程序,求出答案,并且判断这些答案的有效性。