21世纪高等教育规划教材

大学物理

（上册）

张元敏　王红玲　主编

DAXUEWULI

西南交通大学出版社
SWJUP
Http://press.swjtu.edu.cn

21 世纪高等教育规划教材

大学物理（上册）

张元敏　王红玲　主编

西南交通大学出版社
·成　都·

内 容 提 要

本书系作者在多年“大学物理”课程教学及大学物理系列课程教学改革实践经验基础上编写而成。全书分为上、下两册共16章内容。编写中贯彻少而精的原则，紧扣教学大纲，既注重基础理论的阐述，同时也加强了近代物理学观点及知识点的介绍。

经审定，本书可作为高等院校非物理专业本、专科学生物理课程教材，同时也可作为函授大学、广播电视大学、夜大学物理课程教材或参考书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理(上、下) / 张元敏，王红玲主编. 一成都：西南交通大学出版社，2006.12

21世纪高等教育规划教材

ISBN 7-81104-450-1

Ⅰ.大… Ⅱ.①张… ②王… Ⅲ.物理学一高等学校一教材 Ⅳ.04

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第110670号

21世纪高等教育规划教材

大 学 物 理(上、下册)

Daxue Wuli

张元敏 王红玲 主编

*

责任编辑 孟苏成

封面设计 水木时代

西南交通大学出版社出版发行

(成都市二环路北一段111号 邮政编码：610031 发行部电话：028-87600564)

http://press.swjtu.edu.cn

北京广达印务有限公司印刷

*

成品尺寸：185mm×260mm 总印张：32

总字数：853千字

2006年12月第1版 2006年12月第1次印刷

ISBN 7-81104-450-1

套价：**58.00**元

编审说明

本书是许昌学院电气信息工程学院基础物理教研室教师在多年进行大学物理系列课程教学改革，并面向电气信息类本、专科学生开设“大学物理”课程的基础上，为适应21世纪高等院校教学内容、教学体系改革发展的需要编写而成的。本书在编写过程中，作者参考、借鉴了兄弟院校的先进经验，认真贯彻少而精的原则，紧扣教学大纲精选教材内容，注意加强基础理论知识的阐述，加强近代物理的观点和知识的介绍。全书分为上、下两册共16章内容，讲授120～140学时。

本书第1、2、3、4章由王国志编写，第5、9、10章由董永强编写，第6章由王红玲编写，第7、16章及部分习题参考答案由张元敏编写，第8章由耿跃峰编写，第11章由刘宝玉编写，第12、13章由杨钢编写，第14、15章由白政民编写；上册由王红玲统稿，下册由张元敏统稿。

本书在编写过程中，作者参考、借鉴了相关参考文献，在此，谨对参考文献的作者以及帮助本书出版的诸多单位和个人表示感谢！由于编者水平有限，编写时间仓促，书中难免存在错误和不妥之处，敬请广大读者不吝批评指正，以便不断修订完善。

21世纪高等教育规划教材编审指导委员会

2006年11月

目　录

绪 论

我们周围所有的客观实在都是物质，整个自然界就是由各种各样运动着的物质组成的。什么是物质?大到日月星辰，小到分子、原子、电子，都是物质。固体、液体、气体和等离子体，这些实物是物质；电场、磁场、重力场和引力场，这些场也是物质。总之，自然界的无数事物，形色不一，都是运动着的物质的不同形态。

一切物质都处在不停地运动之中，绝对不动的物质是不存在的。自然界的一切现象都是物质运动的表现。物质运动的形式是多种多样的，它包括宇宙中所发生的一切变化和过程，从单纯的位置移动到高级的人类思维，它们既存在共同的普遍规律，又具有各自的独特规律。对各种不同的物质运动形式的研究，形成了自然科学的各个分科。

物理学所研究的是物质最基本最普遍的运动形式，包括机械运动、分子热运动、电磁运动、原子和原子核内的运动，等等。物理学所研究的运动，普遍地存在于其他高级的、复杂的物质运动形式之中，因此，物理学所研究的规律具有极大的普遍性。可以认为，物理学是除数学之外，一切自然科学的基础，也是当代工程技术的重要支柱。

各门科学的研究方法都离不开人类对客观世界的认识法则，也就是实践－理论－实践的认识法则。

物理学的研究方法当然也遵从上述认识法则。具体地说，物理学的理论就是通过观察、实验、抽象、假说等研究方法并通过实践的检验而建立起来的。检验真理的唯一标准是实践。

观察和实验是科学研究的基本方法。观察是对自然界中所发生的某种现象，在不改变自然条件的情况下，按照它原来的样子加以观测研究。例如对天体和大气中的现象，一般是不能用人为方法来改变它的情况的，都要采用观察的方法。

实验是在人工控制的条件下，使其现象反复重演，以此进行观测研究。在实验中，常把复杂的条件加以简化，突出主要因素，排除或减低次要因素的作用，这是一种非常重要的研究方法。例如，在利用单摆测定重力加速度的实验中，决定单摆振动周期的主要因素是摆长和重力加速度，至于摆线的质量和可延伸性、摆锤的大小和形状以及摆的幅度等，对振动周期虽然也有影响，但都是次要的因素。在实验中，我们必须选用适当的摆长，不宜太短，也不宜太长(强化主要因素)，用不易伸长的细线做摆线、用直径较小的球做摆锤，并使摆作小幅度振动(减低次要因素的影响)，这样就可以得到较准确的结果。

抽象方法是根据问题的内容和性质，抓住主要因素，撇开次要的、局部的和偶然的因素，建立一个与实际情况差距不大的理想模型来进行研究。例如，“质点”和“刚体”都是物体的理想模型，把物体看作“质点”时，“质量”和“点”是主要因素，物体的“形状”和“大小”是可以忽略不计的次要因素。把物体看作“刚体”时，物体的“形状”、“大小”和质量分布是主要因素，物体的“变形”是可以忽略不计的次要因素。在物理学研究中，这种理想模型是十分重要的。

为了寻找事物的规律，对于现象的本质所提出的一些说明方案或基本论点等，统称为假说。假说是在一定的观察、实验的基础上提出来的，进一步的实验论据便会澄清这些假说，即取消一些或改进一些。在一定范围内经过不断的考验，经证明是正确的假说，最后上升为定律或是理论的一部分。在科学认识的发展过程中，假说是很重要的，甚至是必不可少的一个阶段。

从观察、实验、抽象、假说到理论,物理学的研究并没有结束,理论将继续受到实践的检验。如果在实践中所发现的事实与理论有矛盾,这理论就必须修改,有时甚至要放弃原有的理论,而建立更能反映客观实际的新理论。

物理定律一般是指实验定律,是实验事实的总结,说明某些现象之间的相互联系,或说明某些物理量之间的关系,常用文字或数学公式的形式来表述。但是由于实验条件、实验仪器精确度等的限制,物理定律有其近似性和局限性,但是在一定程度上能够反映客观实在的规律性。

物理学作为一门独立的学科始于 17 世纪初至 17 世纪 80 年代,其发展过程经历了三次大的突破。在 17、18 世纪,由于牛顿力学的建立和热力学的发展,不仅有力地推动了其他学科的发展,而且适应了研制蒸汽机和发展机械工业的社会需要,引起了第一次工业革命,极大地改变了工业生产的面貌。到 19 世纪中、后叶,安培、法拉第、麦克斯韦以及赫兹等人在电磁学的研究成果,导致了电力的应用,电机电器的成功研制、无线电通讯的实现,成为第二次工业革命的标志。进入 20 世纪以来,由于相对论和量子力学的建立,人们对原子、原子核结构的认识日益深入,在此基础上,人们实现了原子核能和人工放射性同位素的利用,促成了半导体、核磁共振、激光、超导、红外遥感、信息技术等新兴技术的发明,许多边缘学科发展起来了,新兴工业犹如雨后春笋,现代科学技术正在经历一场伟大的革命,人类进入了原子能、电子计算机、自动化、半导体、激光、空间科学等高新技术的时代。

学习物理学必须正确理解物理学理论和概念,掌握现象和过程的物理图像,弄清定理和定律的条件、适用范围和应用方法。通过物理课程的学习,可以在科学实验能力、计算能力和抽象思维能力等方面得到严格地训练,从而能提高提出问题、分析问题和解决问题的本领。

第 1 章　质点的运动

力学是以机械运动规律及其应用为研究对象的。所谓机械运动，是一个物体相对于另一个物体的位置，或一个物体内部的一部分相对于其他部分的位置随时间的变化过程。行星绕太阳的转动，宇宙飞船的航行，机器的运转，水、空气等流体的流动，等等，都是机械运动。

描述机械运动，常用位矢、位移、速度、加速度等物理量。研究物体在位置变动时的轨迹以及研究位矢、位移、速度、加速度等物理量随时间而变化的关系，但不涉及引起变化的原因，称为运动学。至于物体间的相互作用对物体运动的影响，则属于动力学的研究范围。牛顿运动定律概括和总结了质点运动的基本规律，但它只适用于宏观物体的低速运动。因为微观物体的运动遵从量子力学的规律，而当物体的运动速率接近光速时，应由狭义相对论的规律来描述。这些将在以后分别进行讨论，本章只研究质点运动学。

1.1　质点　参考系

1.1.1　质点

任何物体都有一定的大小、形状、质量和内部结构，即使是很小的分子、原子以及其他微观粒子也不例外。一般来说，物体运动时，其内部各点的位置变化是不相同的，而且物体的大小和形状也可能发生变化。但是，如果在我们所研究的问题中，物体的大小和形状不起作用，或者所起的作用可忽略不计时，我们就可以近似地把该物体看作是一个具有质量而没有大小和形状的理想物体，称为质点。例如，研究地球绕太阳的公转时，由于地球的平均半径（约为 6.4×10^3 km）比地球与太阳间的距离（约为 1.5×10^8 km）小得多，地球上各点相对于太阳的运动就可看作相同。这时，就可以忽略地球的大小和形状，把地球当作一个质点，如图 1-1 所示。但是在研究地球的自转时，如果仍然把地球看作一个质点，将无法解决实际问题。由此可知，一个物体是否可以抽象为一个质点，应根据实际情况而定。

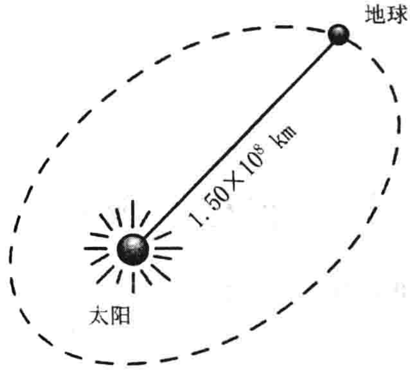


图 1-1　地球可当作质点

1.1.2　参考系和坐标系

在自然界里,绝对静止的物体是找不到的。大到星系,小到原子、电子,无一不在运动。以地球来说,地球不仅在自转,而且以 30 km/s 的速率绕太阳公转,太阳则以 250 km/s 的速率绕银河系的中心旋转,银河系在总星系中旋转,而总星系又在无限的宇宙中运动。自然界中的一切物质都处于永恒的运动之中。运动和物质是不可分割的,运动是物质存在的形式、是物质的固有属性,物质的运动存在于人们意识之外,这便是运动本身的绝对性。

在这些错综复杂的运动中,要描述一个物体的机械运动,必须选择另一个物体或几个彼此之间相对静止的物体作为参考,然后研究这个物体相对于这些物体是如何运动的。被选作参考的物体叫做参考系。例如,要研究物体在地面上的运动,可选择路面或地面上静止的物体作为参考系;要研究宇宙飞船的运动,当运载火箭刚发射时,一般选地面作为参考系;当宇宙飞船绕太阳运行时,则常选太阳作为参考系。从运动的描述来说,参考系的选择可以是任意的,主要看问题的性质和研究的方便而定。

同一物体的运动,由于我们所选取的参考系不同,对它的运动的描述就会不同。例如,在做匀速直线运动的车厢中,有一个自由下落的物体,以车厢为参考系,物体做直线运动;以地面为参考系,物体做抛物线运动。在不同的参考系中,对同一物体的运动具有不同描述的事实,叫做运动描述的相对性。通过上面的讨论,我们知道,要明确地描述一个物体的运动,只有在选取某一确定的参考系后才有可能,而且由此作出的描述总是具有相对性的。

为了从数量上确定物体相对于参考系的位置,需要在参考系上选用一个固定的坐标系。一般在参考系上选定一点作为坐标系的原点,取通过原点并标有长度的线作为坐标轴。常用的坐标系是直角坐标系,它的三条坐标轴(x 轴、y 轴和 z 轴)互相垂直。根据需要,我们也可以选用其他的坐标系,例如极坐标系、球坐标系、自然坐标系或柱坐标系等。

1.1.3　时刻和时间

在物理学中,时间代表一个重要的物理量,是国际单位制(SI)中的七个基本物理量之一。通常我们所说的“时间”代表两种含义,即时刻和时间间隔(简称时间)。但是,在生活的习惯用语中,时刻和时间这两个概念常被混淆了。例如,有人问“飞机什么时间起飞?”,又问“飞机从上海到北京飞行多少时间?”在这两句话中,“时间”的含义是完全不同的。前一句话中的“时间”,指的是物理学中“时刻”的概念,表示飞机起飞那一瞬间时钟的读数。而后一句话中的“时间”,指的是物理学中“时间间隔”的概念,表示飞机从上海起飞那一瞬间时钟的读数与飞机连续飞行到达北京机场着陆那一瞬间时钟读数之间的间隔。

在国际单位制中,时间的单位是秒(s)。

1.2　位矢　位移　速度　加速度

为了描述质点的运动情况,我们既要有反映物体位置变化的物理量,还要有反映物体位置变化快慢的物理量。为此,我们将分别介绍位矢、位移、速度和加速度。

1.2.1　位矢

描述一个质点的运动,必须首先确定它的空间位置。在坐标系中,质点的位置常用位置矢量(简

称位矢）表示。位矢是从原点指向质点所在位置的有向线段，用矢量 $\boldsymbol{r}$ 表示。由图 1-2 可知

$$\boldsymbol{r} = \overrightarrow{OP}$$

在直角坐标系中，设质点所在位置的坐标为 x,y,z，那么，坐标 x,y,z 就是 $\boldsymbol{r}$ 沿坐标轴的三个分量。位矢的大小，可由关系式

$$r = |\boldsymbol{r}| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

决定。引入 x,y,z 正方向的单位矢量 $\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}$ 后，我们可把 $\boldsymbol{r}$ 写成

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k} \tag{1-1}$$

位矢的方向余弦是

$$\cos\alpha = \frac{x}{r},\quad \cos\beta = \frac{y}{r},\quad \cos\gamma = \frac{z}{r}$$

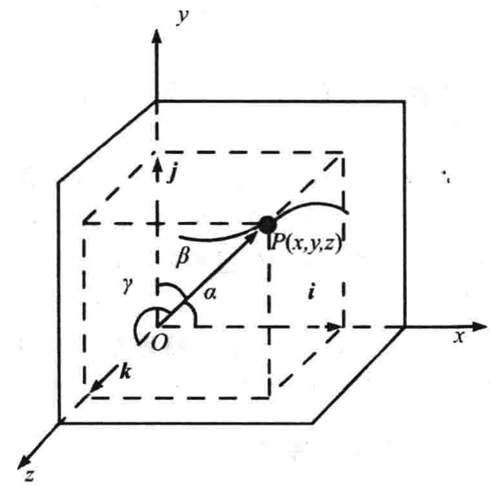


图 1-2　位矢

在一个选定的参考系中，当质点运动时，它的位矢 $\boldsymbol{r}$ 是按一定规律随时刻 t 而变化的，所以位置矢量是 t 的函数，这个函数可表示为

$$\boldsymbol{r}(t) = x(t)\boldsymbol{i} + y(t)\boldsymbol{j} + z(t)\boldsymbol{k}$$

或

$$x = x(t),\quad y = y(t),\quad z = z(t)$$

它们叫做质点的运动方程。知道了运动方程，我们就能确定任意时刻质点的位置，从而确定质点的运动情况。从质点的运动方程中消去时间 t，即可得质点的轨迹方程。如果轨迹是直线，就叫做直线运动；如果轨迹是曲线，就叫做曲线运动。

1.2.2　位移

位移是描述质点位置变化的物理量。设曲线 AB 是质点运动轨迹的一部分，如图 1-3 所示。在时刻 t，质点在 A 点处，在时刻 $t+\Delta t$，质点到达 B 点处。A,B 两点的位置分别用位矢 $\boldsymbol{r}_A$ 和 $\boldsymbol{r}_B$ 来表示。在时间 Δt 内，质点的位置变化可用从 A 到 B 的有向线段 $\Delta\boldsymbol{r}$ 来表示，$\Delta\boldsymbol{r}$ 称为质点的位移矢量，简称位移。位移矢量 $\Delta\boldsymbol{r}$ 除了表明点 B 与点 A 之间的距离外，还表明了 B 点相对于 A 点的方位。

位移是矢量，是按三角形法则或平行四边形法则来合成的。例如，质点从 A 点移到 B 点，又从 B 点移到 C 点，如图 1-4 所示。那么质点在 C 点处对 A 点的位移显然是 $\overrightarrow{AC}$。AC 是三角形 ABC 的一边，

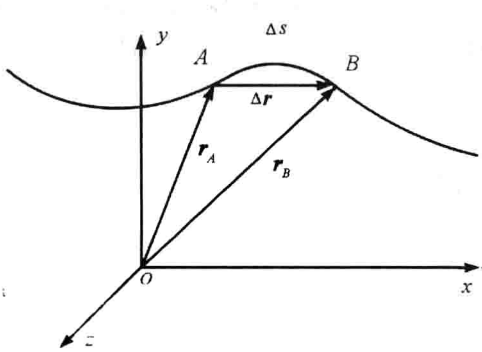


图 1-3　曲线运动中的位移

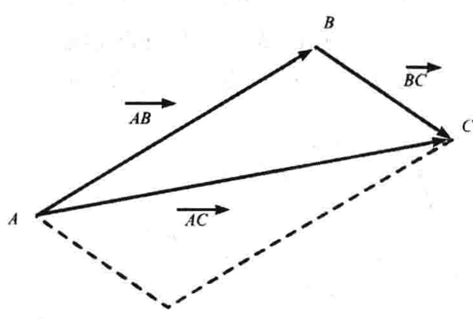


图 1-4　位移矢量的合成

也是平行四边形 $ABCD$ 的对角线。位移相加可用矢量式表示如下：

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$$

即合位移$\overrightarrow{AC}$等于分位移$\overrightarrow{AB}$和$\overrightarrow{BC}$的矢量和。

从图 1-3 中可以看出，位移$\overrightarrow{AB}$和位矢$\boldsymbol{r}_A$，$\boldsymbol{r}_B$之间的关系为

$$\boldsymbol{r}_B = \boldsymbol{r}_A + \overrightarrow{AB} \quad 或 \quad \overrightarrow{AB} = \boldsymbol{r}_B - \boldsymbol{r}_A = \Delta\boldsymbol{r} \tag{1-2}$$

上式说明，位移$\Delta\boldsymbol{r}$等于位矢$\boldsymbol{r}_B$和$\boldsymbol{r}_A$的矢量差。而矢量差$\boldsymbol{r}_B - \boldsymbol{r}_A$也就是位矢$\boldsymbol{r}$在$\Delta t$时间内的增量，所以用$\Delta\boldsymbol{r}$来表示。

显然，位移不同于位矢，还应该注意，位移也不同于路程。位移是表示在一段时间内始末位置的变化，是矢量，如图 1-3 中的$\Delta\boldsymbol{r}$，它并未给出质点是沿什么路径由起点运动到终点的。路程Δs表示质点在一段时间内经过的运动轨迹的长度，是标量，如图 1-3 中的的长度。一般情况下，某段有限时间内，质点位移的大小$|\Delta\boldsymbol{r}|$不等于这段时间内质点所经历的路程Δs。例如，一质点沿直线从A点到B点又折回A点，显然路程等于A，B之间距离的两倍，而位移则为零。当且仅当Δt趋近于零时，两者的极限值相同，即$|\mathrm{d}\boldsymbol{r}| = \mathrm{d}s$。

1.2.3　速度

速度是描述质点运动快慢程度的物理量。设一质点沿曲线运动，Δt时间内的位移为$\Delta\boldsymbol{r}$，为了表示运动在这段时间内的快慢程度，我们把质点的位移$\Delta\boldsymbol{r}$与相应的时间Δt的比值，叫做质点在这段时间Δt内的平均速度

$$\overline{\boldsymbol{v}} = \frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} \tag{1-3}$$

这就是说，平均速度是在相应的时间Δt内位移对时间的比值，平均速度的方向与位移$\Delta\boldsymbol{r}$的方向相同。显然，平均速度只是质点位置矢量在Δt内的平均变化率。

为了精确地描述质点在某一时刻的运动状态，可以把Δt取得很短，并使之趋近于零，此时质点的平均速度$\dfrac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}$会趋近于一个确定的极限值，这个极限值称为质点在$t$时刻的瞬时速度，简称速度，即

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1-4}$$

由此可知，速度是位置矢量对时间的一阶导数。速度是矢量，其大小反映了t时刻质点运动的快慢，其方向就是t时刻质点运动的方向。速度的方向就是当Δt趋近于零时，位移$\Delta\boldsymbol{r}$的极限方向。从图 1-5 可以看出，位移$\Delta\boldsymbol{r} = \overrightarrow{AB}$是沿着割线$AB$的方向。当$\Delta t$逐渐减小而趋近于零时，$B$点逐渐趋近于$A$点，相应地，割线$AB$逐渐趋近于$A$点的切线，所以质点的速度方向，是沿着轨迹上质点所在点的切线方向并指向质点前进的一侧。

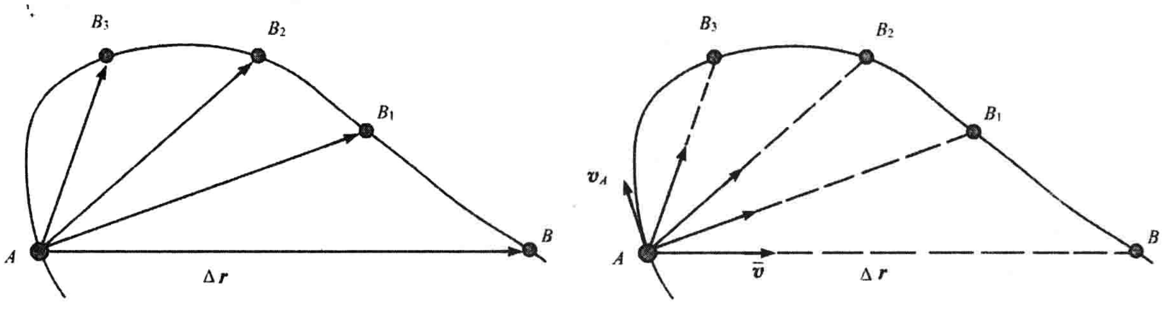


图 1-5　质点在轨道上A点处的速度的方向

在直角坐标系中，已知位置矢量可以表示为

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$$

而速度 $\boldsymbol{v}$ 是位矢 $\boldsymbol{r}$ 对时间的导数，所以速度 $\boldsymbol{v}$ 可写作

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} = v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} + v_k\boldsymbol{k} \tag{1-5}$$

其中 v_x, v_y, v_z 分别表示速度在直角坐标系中三个坐标轴上的分量量值，即

$$v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t},\quad v_y = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t},\quad v_z = \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} \tag{1-6}$$

而速度的量值为

$$v = |\boldsymbol{v}| = \sqrt{v_x{}^2 + v_y{}^2 + v_z{}^2} \tag{1-7}$$

在描述质点的运动快慢时，还常用到平均速率和速率这两个物理量。若质点在 Δt 时间内通过的路程为 Δs，质点在 Δt 时间内的平均速率为 $\overline{v} = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$，质点在 t 时刻的速率为

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$$

应注意到一般情况下 $|\Delta \boldsymbol{r}| \neq \Delta s$，所以一般情况下平均速率并不等于平均速度的大小，即 $\overline{v} \neq |\overline{\boldsymbol{v}}|$，而在 Δt 趋近于零时，$|\mathrm{d}\boldsymbol{r}| = \mathrm{d}s$，所以速率与速度的大小相等，即 $v = |\boldsymbol{v}|$。

1.2.4　加速度

在很多情况下，质点运动的速度是在变化的。速度的变化一般包括速度大小的变化和速度方向的变化两部分。在有的运动中，速度的大小在随时间变化，而速度的方向不变，这是变速直线运动的情形；在有的运动中，速度的方向在不断变化，而速度的大小恒定，这是匀速曲线运动的情形；还有的运动，速度的大小和方向都在随时间变化，这是任意的曲线运动的情形。在上述这些运动中，都存在速度随时间变化的问题。为了描述速度随时间的变化，我们引入加速度这个物理量。

质点在轨迹上不同的位置，通常有着不同的速度，如图 1-6 所示，一质点在时刻 t、位于 A 点时的速度为 $\boldsymbol{v}_A$，在时刻 $t + \Delta t$，位于 B 点时的速度为 $\boldsymbol{v}_B$，在时间 Δt 内，质点速度的增量为

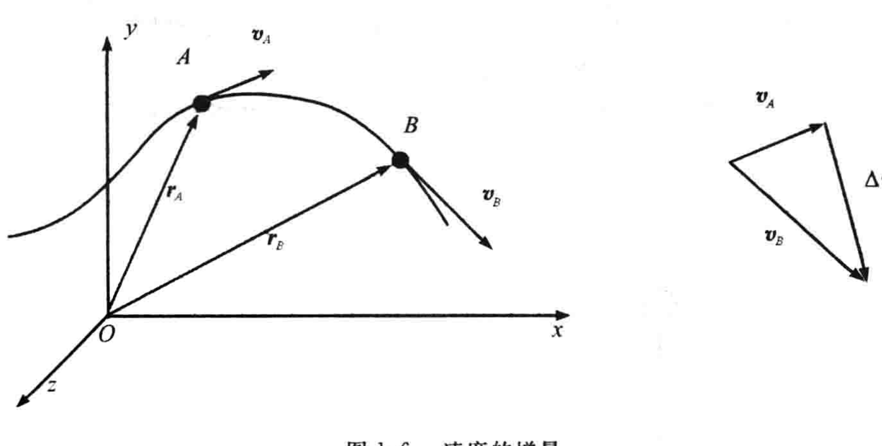


图 1-6　速度的增量

$$\Delta\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_B - \boldsymbol{v}_A$$

这里要注意，在直线运动中，$\Delta\boldsymbol{v}$ 的方向和 $\boldsymbol{v}_A$ 的方向或者相同，或者相反，所以 $\Delta\boldsymbol{v}$ 实际上只反映质点速度在量值上有所变化；而在曲线运动中，$\Delta\boldsymbol{v}$ 的方向和 $\boldsymbol{v}_A$ 的方向并不一致，$\Delta\boldsymbol{v}$ 所描述的速

度变化,包括速度方向的变化和速度量值的变化。

与平均速度的定义相类似,质点的平均加速度定义为

$$\overline{\boldsymbol{a}} = \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}$$

平均加速度只是描述在 Δt 时间内速度的平均变化率。为了精确地描述质点在任一时刻 t(或任一位置处) 速度的变化率,必须在平均加速度的基础上引入瞬时加速度的概念。瞬时加速度定义为

$$\boldsymbol{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 \boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1-8}$$

这就是说,质点在某时刻 t 或某位置的瞬时加速度(以下简称加速度) 等于当时间 Δt 趋近于零时平均加速度的极限。瞬时加速度表明质点在 t 时刻附近无限短的一段时间内的速度变化率。从数学式上来说,加速度等于速度对时间的一阶导数,或等于位矢对时间的二阶导数。

在直角坐标系中,加速度 $\boldsymbol{a}$ 可写作

$$\boldsymbol{a} = a_x \boldsymbol{i} + a_y \boldsymbol{j} + a_z \boldsymbol{k} \tag{1-9}$$

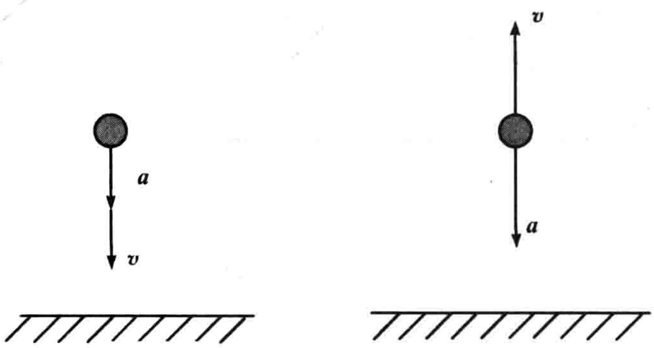
加速度的三个分量量值 a_x, a_y, a_z 分别是

$$a_x = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t}, \quad a_y = \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t}, \quad a_z = \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t} \tag{1-10}$$

而加速度的量值为

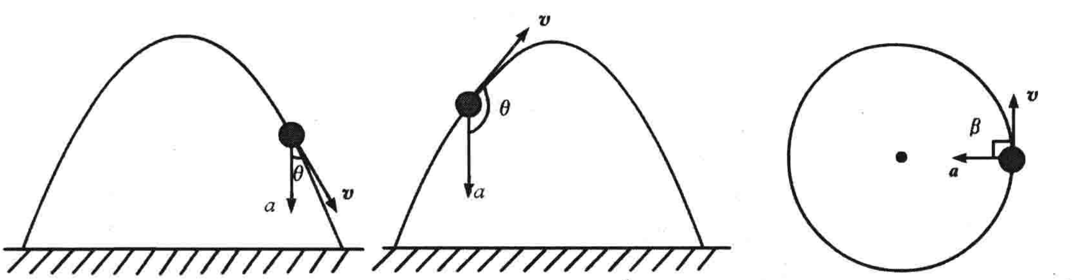
$$a = |\boldsymbol{a}| = \sqrt{a_x{}^2 + a_y{}^2 + a_z{}^2} \tag{1-11}$$

加速度是矢量。加速度的方向就是当 Δt 趋近于零时,速度增量 $\Delta \boldsymbol{v}$ 的极限方向。应该注意:$\Delta \boldsymbol{v}$ 的方向和它的极限方向一般不同于速度 $\boldsymbol{v}$ 的方向,因而加速度的方向一般与该时刻的速度方向不一致。例如,质点做直线运动时,如果速率是增加的,如图 1-7(a) 所示,那么 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 同向(夹角为 0°);反之,如果速率是减小的,如图 1-7(b) 所示,那么 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 反向(夹角为 180°)。因此,在直线运动中,加速度和速度虽同在一直线上,也可以有同向或反向两种情况。质点做曲线运动时,加速度总是指向轨迹曲线凹的一边,如图 1-8 和图 1-9 所示。如果速率是增加的,如图 1-8(a) 所示,则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 成锐角;如果速率是减小的,如图 1-8(b) 所示,则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 成钝角;如果速率不变,如图 1-8(c) 所示,则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 成直角。行星绕太阳运动时的轨迹是一椭圆,如图 1-9 所示,太阳位于这椭圆的一个焦点上,行星的加速度 $\boldsymbol{a}$ 总是指向太阳的。在椭圆轨迹上,当行星从远日点向近日点运动时,行星的加速度 $\boldsymbol{a}$ 与它的速度 $\boldsymbol{v}$ 成锐角,行星的速率是增加的;当行星从近日点向远日点运动时,$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 成钝角,行星的速率是减小的。



(a) $\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{v}$同向　　(b) $\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{v}$反向

图 1-7　直线运动中加速度与速度的方向



(a) $\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{v}$成锐角　　(b) $\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{v}$成钝角　　(c) $\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{v}$成直角

图 1-8　曲线运动中加速度与速度的方向

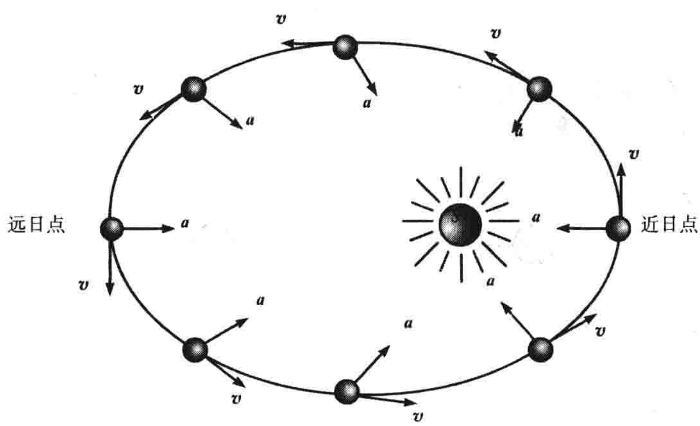


图 1-9　行星绕太阳运动时加速度与速度的方向

例题 1-1　一质点沿直线 L 运动,其运动方程为 $r=6t^2-2t^3$,r 和 t 的单位分别是 m 和 s,求:(1) 第 2 s 内的平均速度;(2) 第 3 s 末和第 4 s 末的速度;(3) 第 3 s 末和第 4 s 末的加速度。

解　(1) 由运动方程

$$r=6t^2-2t^3$$

可得第 1,2 s 末的位矢(因为是直线运动,变矢量为标量)为

$$r_1=6\times1^2-2\times1^3=6-2=4(\mathrm{m})$$

$$r_2=6\times2^2-2\times2^3=24-16=8(\mathrm{m})$$

所以

$$\bar{v}=\frac{\Delta r}{\Delta t}=\frac{r_2-r_1}{\Delta t}=\frac{8-4}{1}=4(\mathrm{m/s})$$

(2) 根据速度的定义式

$$v=\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=12t-6t^2$$

所以有

$$v_3=12\times3-6\times3^2=36-54=-18(\mathrm{m/s})$$

$$v_4=12\times4-6\times4^2=48-96=-48(\mathrm{m/s})$$

(3) 根据加速度的定义式

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=12-12t$$

所以有

$$a_3=12-12\times3=-24(\mathrm{m/s^2})$$

$$a_4 = 12 - 12 \times 4 = -36(\mathrm{m/s^2})$$

1.3 直线运动

在直线运动中，位移、速度、加速度各矢量全部都在同一直线上，所以我们可把有关各量当作标量来处理。设质点的直线运动是沿 x 轴进行的，坐标轴的原点为 O，如图 1-10 所示，显然质点的坐标 x 是随时刻 t 而改变的。x 为正值时表示质点的位置在原点的右边，负值时表示质点在原点的左边。运动方程可写作

$$x = x(t)$$

相应地，速度和加速度分别为

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}, \quad a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t}$$

v 和 a 的正负，并不表示质点在原点的右边和左边，只表示它们的指向是沿 x 轴正方向或沿 x 轴负方向。

图 1-10　直线运动

1.3.1 直线运动的图示

以 t 为横坐标，x 为纵坐标，按运动方程 $x = x(t)$ 绘出曲线，如图 1-11 所示，这一曲线通常称为坐标时间曲线(简称 x-t 曲线)。设在 t 和 $t+\Delta t$ 时刻，质点的坐标分别为 x 和 $x+\Delta x$，由图 1-11 可以看出，平均速度 $\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ 在量值上等于 x-t 曲线中相应的割线的斜率。当 Δt 和 Δx 趋近于零时，瞬时速度 $v = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ 在量值上等于 x-t 曲线上各点的切线的斜率。

以 t 为横坐标，v 为纵坐标，按速度 $v = v(t)$ 绘出曲线，如图 1-12 所示，这一曲线称为速度时间曲线(简称 v-t 曲线)，由图 1-12 不难看出，瞬时加速度在量值上等于 v-t 曲线上各点的切线的斜率。

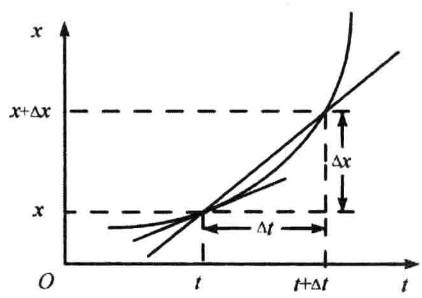


图 1-11　坐标时间曲线

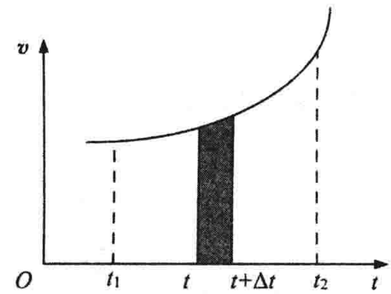


图 1-12　速度时间曲线

1.3.2　匀速直线运动和匀加速直线运动

在匀速直线运动中，x-t 曲线是一条与 t 轴平行的直线，如图 1-13 所示。设在 $t=0$ 和 $t=t$ 时刻，质点的坐标分别为 x_0 和 x，由图可以看出，$t=0$ 到 $t=t$ 的时间内，质点的位移 $x-x_0$ 应等于 v_0t，所以

$$x = x_0 + v_0 t \tag{1-12}$$

上式就是匀速直线运动的运动方程。

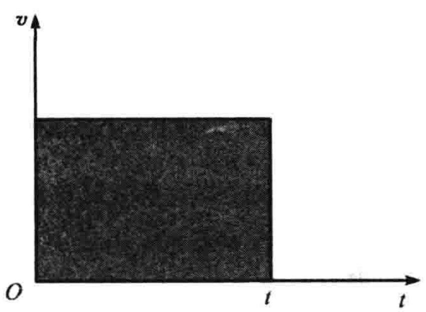


图 1-13　匀速直线运动的 v-t 曲线

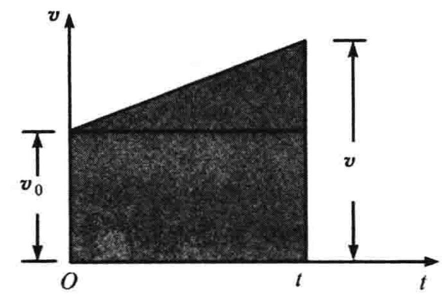


图 1-14　匀加速度直线运动的 v-t 曲线

在匀加速直线运动中，x-t 曲线是一条直线，如图 1-14 所示。斜率等于加速度 a，是一恒量。在任何一段时间 Δt 内，速度的增量 Δv 为

$$\Delta v = a\Delta t$$

设质点在 $t=0$ 时刻的速度为 v_0，那么在 t 时刻的速度 v 为

$$v = v_0 + at \tag{1-13}$$

设在 $t=0$ 和 $t=t$ 两时刻，质点的坐标分别为 x_0 和 x，由图 1-14 可以看出，位移 $x-x_0$ 应等于图中梯形面积，即

$$x - x_0 = \frac{v_0 + v}{2}t$$

把式(1-13)代入，得

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \tag{1-14}$$

由式(1-13)和式(1-14)消去 t，得

$$v^2 = {v_0}^2 + 2a(x - x_0) \tag{1-15}$$

式(1-13)、式(1-14)、式(1-15)都是匀加速直线运动的基本方程。

1.3.3　匀加速直线运动的积分法

设质点沿 x 轴做匀加速直线运动，现在已知其加速度为 a(为某一恒量)，初始时刻(即 $t=0$)质点的坐标位置为 x_0，初速度为 v_0，要确定任一时刻质点的运动状态，也就是要求得其坐标 x 和速度 v 随时间 t 的函数表达式 $x(t)$ 和 $v(t)$。

先将瞬时加速度的数学式 $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = a$ 改写成 $\mathrm{d}v = a\mathrm{d}t$，已知其 a 为恒量，对上式两边取积分并应用质点在 $t=0$ 时刻 $v=v_0$ 的初始条件，得