

EEMD 方法 及其 在 机械故障诊断中的 应用

EEMD FANGFA JIQI ZAIJIXIE GUZHANG
ZHENDUAN ZHONGDE YINGYONG

张梅军 唐 建 何晓晖 著



國防工業出版社

National Defense Industry Press

EEMD 方法及其在机械故障 诊断中的应用

张梅军 唐建 何晓晖 著

国防工业出版社

· 北京 ·

内 容 简 介

本书是在国家自然科学基金项目“基于 EEMD 的液压系统故障诊断方法研究”(编号:51175511)的基础上完成的,是研究机械信号特征提取、机械故障诊断及智能诊断方面的学术专著。

EEMD 方法作为一种全新的信号分析技术,在研究信号的局部特征方面具有独特的优越性,非常适合处理非线性、非平稳信号,是目前国内外机械故障诊断研究的新方法。全书共分 7 章,第 1 章 EMD 方法,第 2 章 EEMD 方法,第 3 章 EEMD 改进方法,第 4 章 SVRM 延拓的影响分析,第 5 章 EEMD 方法的应用,第 6 章 SVM 智能诊断理论及参数优化,第 7 章 EEMD 与 SVM 结合的智能诊断应用。

本书可供高等院校机械相关专业教师、研究生和高年级学生阅读,还可供从事信号处理和机械故障诊断的科研人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

EEMD 方法及其在机械故障诊断中的应用 / 张梅军, 唐建, 何晓晖著. —北京:国防工业出版社, 2015. 10
ISBN 978 - 7 - 118 - 10479 - 0

I. ①E... II. ①张... ②唐... ③何... III. ①机械设
备 - 故障诊断 - 方法 IV. ①TH17

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 264817 号

※

国防工业出版社 出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

三河市鼎鑫印务有限公司印刷

新华书店经售

*

开本 787 × 1092 1/16 印张 11½ 字数 273 千字

2015 年 10 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—2000 册 定价 46.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店:(010)88540777

发行邮购:(010)88540776

发行传真:(010)88540755

发行业务:(010)88540717

本书是研究机械信号特征提取、机械故障诊断及智能诊断方面的学术专著,它是在国家自然科学基金“基于 EEMD 的液压系统故障诊断方法研究”(项目编号:51175511)的基础上完成的。本书从经验模态分解(Empirical Mode Decomposition, EMD)方法着手,由 EMD 方法存在的缺陷引进集合经验模态分解(Ensemble Empirical Mode Decomposition, EEMD)方法,并针对 EEMD 方法的不足提出了 EEMD 改进方法,通过大量仿真和实验验证改进 EEMD 方法的优越性,将改进的 EEMD 方法应用到实际的机械故障诊断,将改进的 EEMD 方法和支持向量机(Support Vector Machine, SVM)结合应用于机械的智能诊断。

EMD 方法是一种非常适合分析实际非线性、非平稳信号的新的时频分析方法,但它由于三次样条插值包络拟合偏差、端点拟合误差等原因存在严重的端点效应、模态混叠现象,出现大量的虚假模态分量,导致 EMD 分解结果失真甚至信号无法分解等一系列问题,从而严重影响到 EMD 方法在实际中的应用。

EEMD 方法作为一种全新的信号分析技术,在研究信号的局部特征方面具有独特的优越性,非常适合处理非线性、非平稳信号。EEMD 方法通过在原始信号中混入足够多组零均值白噪声,经 EMD 分解、IMF 分量求和来抑制 EMD 分解的端点效应和模态混叠。但 EEMD 方法只部分抑制了端点效应和模态混叠,仍存在 EMD 分解中出现的一些问题,并产生了加入噪声残留和原信号中噪声影响等一系列新的问题,影响 EEMD 方法在实际中的应用。

本书在介绍 EMD 和 EEMD 方法的基础上,针对目前 EMD 和 EEMD 存在的主要问题开展研究,重点探讨了 EEMD 降噪技术、EEMD 算法改进、端点延拓方法、三次样条插值改进方法以及虚假模态分量识别和剔除等改进方法,研究了改进的 EEMD 在信号的降噪、信号特征值提取、信号奇异值检测、机械故障诊断和智能诊断中的应用。提出的改进 EEMD 方法不仅经过大量仿真和实验验证,而且在实际轴承和液压系统故障诊断及智能诊断中取得了很好的效果。

全书共分 7 章。第 1 章简单介绍了 EMD 方法,并指出 EMD 存在的问题。第 2 章介绍了 EEMD 方法,并分析了 EEMD 的优点和存在的问题,以及 EEMD 改进效果的评价方法。第 3 章详细介绍了 EEMD 改进方法,重点探讨了 EEMD 降噪技术、EEMD 算法改进、端点延拓方法以及虚假模态分量识别和剔除等改进方法。其中, EEMD 降噪主要研究了 EEMD 阈值降噪方法、自相关降噪方法和奇异值差分谱降噪方法等; EEMD 算法改进重点研究了基于频率截止的 EEMD 方法和基于极值中心三次样条插值的方法;端点延拓方法研究了基于支持向量回归机(Support Vector Regression Machine, SVRM)的延拓方法、基于极值点的 SVRM 延拓方法和基于极值波延拓的 EEMD 端点效应处理方法;虚假模态分量识别主要研究了时域互相关系数、频域互相关系数和能量熵增量的 EEMD 虚假 IMF 识

别。第4章主要进行了SVRM延拓的影响分析,研究了预测长度、样本点数、信号采样频率以及信号复杂度对SVRM延拓的影响。第5章重点介绍EEMD方法的应用,研究了改进的EEMD在信号趋势分析、调制信号特征值提取、信号奇异值检测、机械故障诊断中的应用。第6章主要介绍了SVM智能诊断理论及参数优化,包括SVM理论及网格寻优法、粒子群算法和遗传算法等SVM参数优化方法,同时研究了各种优化及样本参数对SVM分类的影响。第7章重点介绍了EEMD与SVM结合的智能诊断应用,主要研究了改进EEMD与SVM结合在轴承和液压系统智能故障诊断中的二分类和多分类,以及低维小样本智能诊断。

本书采用的研究方法是目前国内外机械故障诊断研究的新方法,其理论新颖,研究深入,内容有创见,是在工程技术理论方面有突破的应用科学专著。本书反映了当前该领域的先进水平,可应用于各种机械装备故障诊断和智能诊断,应用前景广阔。

本书主要由项目组及所带研究生的研究成果汇编而成,全书主要由张梅军执笔,唐建、何晓晖参加撰写,唐建负责审稿和校对。在本书撰写过程中还参阅了大量文献和资料,在此对这些文献和资料的作者表示深深的感谢!

由于时间仓促,作者水平有限,对于本书中存在的一些错误和不足之外敬请读者批评指正。

作者
2015年6月

第1章 EMD 方法

1.1 内禀模态函数	1
1.1.1 EMD 分解过程	2
1.1.2 EMD 筛分终止条件	5
1.2 Hilbert 变换和 Hilbert 谱	6
1.3 EMD 的特点和存在的问题	7
1.3.1 EMD 的特点	7
1.3.2 EMD 存在的问题	8
1.4 端点效应和信号延拓	12
1.4.1 波形匹配延拓法	12
1.4.2 极值延拓法	14
1.4.3 数据预测延拓法	15

第2章 EEMD 方法

2.1 EEMD 方法概述	17
2.2 EEMD 方法的优点及存在的问题	19
2.2.1 EEMD 方法的优点	20
2.2.2 EEMD 存在的问题	23
2.3 EEMD 方法改进效果的评价方法	26
2.3.1 仿真信号 EEMD 改进评价方法	26
2.3.2 实测信号 EEMD 改进评价方法	27

第3章 EEMD 改进方法

3.1 EEMD 降噪	29
3.1.1 EEMD 阈值降噪	30
3.1.2 EEMD 自相关降噪	32
3.1.3 EEMD 奇异值差分谱降噪	34
3.2 基于频率截止的 EEMD 算法改进	38
3.2.1 基于频率截止的 EEMD 算法改进方法	38
3.2.2 仿真信号验证	39

3.2.3	实测信号验证	43
3.3	改进三次样条插值的 EMD (EEMD) 方法	46
3.3.1	常用插值函数拟合效果分析	46
3.3.2	基于极值中心三次样条插值的改进 EMD (EEMD) 方法	48
3.3.3	极值中心三次样条插值的实例分析	49
3.3.4	包络能量阈值法	56
3.4	EEMD 的端点延拓方法	60
3.4.1	基于支持向量回归机的 EEMD 延拓方法	60
3.4.2	基于极值点 SVRM 的 EEMD 延拓方法	63
3.4.3	基于极值波延拓的 EEMD 端点效应处理方法	69
3.5	EEMD 的虚假 IMF 分量识别	76
3.5.1	基于时域互相关系数的 EEMD 虚假 IMF 分量识别	77
3.5.2	基于频域互相关系数的 EEMD 虚假 IMF 分量识别	79
3.5.3	能量熵增量的 EEMD 虚假 IMF 分量识别	82

第4章 SVRM 延拓的影响分析

4.1	SVRM 预测长度的影响	85
4.1.1	预测长度对预测精度的影响	85
4.1.2	预测长度对运算效率的影响	86
4.2	SVRM 样本点数的影响	88
4.2.1	样本点数对预测精度的影响	88
4.2.2	样本点数对运算效率的影响	89
4.3	信号采样频率的影响	89
4.4	信号复杂性的影响	90

第5章 EEMD 方法的应用

5.1	改进 EEMD 在信号趋势分析中的应用	92
5.1.1	改进的 EEMD 分解与小波分解提取趋势项的比较	92
5.1.2	改进的 EEMD 分解与 EMD、EEMD 分解提取趋势项的比较	94
5.2	改进的 EEMD 在调制信号分析中的应用	96
5.2.1	改进的 EEMD 在调幅信号中的应用	97
5.2.2	改进的 EEMD 在调频信号中的应用	98
5.2.3	改进的 EEMD 在幅频调制信号中的应用	98
5.3	改进的 EEMD 在信号奇异性检测中的应用	99
5.3.1	FFT 时频分析在信号奇异性检测中的应用	99
5.3.2	STFT 时频分析在信号奇异性检测中的应用	99
5.3.3	WVD 时频分析在信号奇异性检测中的应用	99
5.3.4	WT 时频分析在信号奇异性检测中的应用	100

5.3.5	EMD 时频分析在信号奇异性检测中的应用	101
5.3.6	EEMD 时频分析在信号奇异性检测中的应用	101
5.3.7	改进的 EEMD 时频分析在信号奇异性检测中的应用	102
5.4	改进的 EEMD 在机械故障诊断中的应用	102
5.4.1	改进的 EEMD 在轴承故障诊断中的应用	103
5.4.2	改进的 EEMD 在液压系统故障诊断中的应用	105

第 6 章 SVM 智能诊断理论及参数优化

6.1	SVM 理论	112
6.1.1	统计学习基本理论	112
6.1.2	SVM 原理	114
6.2	SVM 的分类	115
6.2.1	最大间隔分类 SVM	115
6.2.2	软间隔分类 SVM	117
6.2.3	基于核的 SVM	118
6.3	SVM 多分类器算法	119
6.3.1	“一对多”多分类算法	120
6.3.2	“一对一”多分类算法	120
6.3.3	层次多分类算法	121
6.4	SVM 参数的优选	121
6.4.1	SVM 参数优选的网格寻优法	121
6.4.2	SVM 参数优选的粒子群算法(PSO)	122
6.4.3	SVM 参数优选的遗传算法(GA)	124
6.4.4	SVM 的优化对分类的影响	126
6.5	各参数对 SVM 分类的影响	130
6.5.1	特征向量维数对分类的影响	130
6.5.2	样本变化对分类的影响	131

第 7 章 EEMD 与 SVM 结合的智能诊断方法

7.1	EEMD 与 SVM 结合的智能诊断方法	134
7.2	EEMD 与 SVM 结合的高维大样本二分类故障识别	135
7.2.1	EEMD 与 SVM 结合的轴承故障高维大样本二分类识别	135
7.2.2	EEMD 与 SVM 结合的液压故障高维大样本二分类识别	141
7.3	EEMD 与 SVM 结合的低维小样本二分类故障识别	149
7.3.1	EEMD 与 SVM 结合的轴承故障低维小样本识别	149
7.3.2	EEMD 与 GA-SVM 结合的液压故障低维小样本识别	150
7.4	EEMD 与 SVM 结合的超低维小样本二分类识别	152
7.4.1	EEMD 与 SVM 结合的液压冲击故障超低维小样本识别	152

7.4.2	EEMD 和 GA-SVM 结合的液压故障超低维小样本二分类识别	158
7.4.3	EEMD 与 SVM 结合的轴承故障超低维小样本识别	159
7.5	EEMD 与 SVM 结合的多分类故障识别	161
7.5.1	EEMD 与 SVM 结合的液压故障高维大样本多分类识别	161
7.5.2	EEMD 与 SVM 结合的液压故障超低维超小样本多分类识别	163
7.5.3	EEMD 与 SVM 结合的液压泄漏故障高维大样本多分类识别	164
7.5.4	EEMD 与 SVM 结合的液压泄漏故障超低维超小样本多分类识别	166
7.5.5	EEMD 与 SVM 结合的液压冲击故障高维大样本多分类识别	168
7.5.6	EEMD 与 SVM 结合的轴承故障超低维超小样本多分类识别	169
参考文献		172

第 1 章

EMD 方法

1998 年,美籍华人 Norden E. Huang 等在深入研究瞬时频率概念的基础上,提出了一种不同于传统信号分析处理的方法——经验模态分解法(Empirical Mode Decomposition, EMD)。EMD 是一种新的信号时频分析方法,非常适合处理非线性、非平稳信号,它基于信号的局部特征时间尺度,将复杂的信号分解为有限的内禀模态函数(Intrinsic Mode Function, IMF)之和,每一个 IMF 所包含的频率成分不仅与分析频率有关,而且随信号本身的变化而变化,具有自适应的特点,具有很高的信噪比。Hilbert 变换可以求出每一个 IMF 随时间变化的瞬时频率和瞬时幅值,揭示信号的内在特征。Hilbert 谱表示信号完整的时频分布,使得信号的瞬时频率具有了物理意义,因此广泛应用于地球物理学、生物医学、结构分析、设备故障诊断等多个科学研究领域。

EMD 方法的主要优点体现在以下几个方面:

(1) EMD 方法依据信号本身的内在特性自适应性分解信号,得到频率成分从高到低所有的 IMF 分量,每个 IMF 包含了不同的特征时间尺度,表示出信号的真实物理信息,实现自适应的多分辨率分析。

(2) EMD 分解得到的 IMF 分量可以是幅值调制或频率调制的,可变的幅度与瞬时频率不仅改进了信号分解的效率,而且使 EMD 方法非常适合处理非线性和非平稳信号。

(3) Hilbert 谱是信号的幅值随时间和频率变化的精确描述,在线性框架下与小波谱具有相同的直观特性,但时域和频域分辨率都远远高于小波谱。小波谱的时间和频率分辨率相互影响,而 Hilbert 谱的时间和频率分辨率相互独立。

1.1 内禀模态函数

实际信号可分为单分量信号和多分量信号两大类。单分量信号在任一时刻都只有一个频率,该频率称为信号的瞬时频率;多分量信号在某些时刻具有各自的瞬时频率,定义信号 $x(t) = a(t) \cos \phi(t)$ 的瞬时频率为解析信号 $z(t)$ 相位的导数,即

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \times \frac{d}{dt} [\phi(t)] \quad (1-1)$$

式中: $z(t)$ 为实信号 $x(t)$ 的复信号, $z(t) = x(t) + js(t)$ 。

EMD 方法的目的是通过对非线性、非平稳信号分解获得一系列表征信号特征时间

尺度的瞬时频率。而信号分析中只有当实信号具有下式所示的形式时,才能计算瞬时频率:

$$x(t) = a(t) \cos \phi(t) \quad (1-2)$$

因此,EMD 定义了 IMF,认为任意时间序列都可分解为有限个 IMF 分量的组合。有意义的瞬时频率的必要条件为:函数对称于局部零均值,且有相同的极值点且过零点,即对于不同的数据序列,分解得到的函数必须满足以下两个条件,才能成为一个 IMF 分量:

(1) 在整个时间范围内,局部极值点和过零点的数目必须相等,或最多相差一个。这个条件保证分解得到的 IMF 分量相邻的极大值和极小值之间必须穿过零轴线,即所有极大值和极小值围绕零轴线波动。

(2) 在任意的时刻点,局部极大值点确定的包络线(上包络线)和局部极小值点确定的包络线(下包络线)均值为零,即上下包络相对于时间轴局部对称。这个条件要求 IMF 分量能够满足在整个时间轴上的时间平均等于零。

因此,IMF 是根据信号本身特征分解得到的均值为零、且绕 x 轴上下波动的反映信号内部固有波动性的分量,每一个 IMF 分量就是一个波动模态。

从 IMF 分量的两个条件可见,IMF 分量的波动特性与简谐信号相比不尽相同,体现在:简谐信号绕零均值波动时为等间隔波动,所有极大值相等,所有极小值也相等;而 IMF 分量绕零均值波动时,不一定做等间隔波动,所有极大值、极小值也不一定相同,这由信号的特征而定。当分解信号是简谐信号组合时,可以分解出具有简谐特征的单频率成分的 IMF 分量。对于实际信号,可能分解出间隔波动变化,极大值、极小值大小不等的 IMF 分量。这个 IMF 分量可能由多个相近频率组成。

1.1.1 EMD 分解过程

对于 IMF,可以直接构造解析函数 $z(t) = x(t) + js(t)$,求出瞬时频率,对于不满足 IMF 条件的复杂信号,利用 EMD 可以分解为若干 IMF 之和。

EMD 方法基于以下三个假定对信号实施分解:

(1) 信号至少有两个极值,一个极大值和一个极小值。

(2) 特征时间尺度定义为相邻极值点之间的时间间隔。

(3) 如果信号没有极值点但有拐点,则可以对信号进行一次或多次微分得到极值,然后再积分来获得分解结果。

EMD 方法是通过“筛分”处理对信号进行分解的,图 1-1 为 EMD“筛分”过程的流程图。

以图 1-2 所示的信号为例,EMD 分解的具体步骤如下:

(1) 确定信号 $x(t)$ 的所有局部极大值和极小值点,将所有的局部极大值点和局部极小值点用三次样条插值曲线连接起来,形成原信号的上包络线 $y_{up}(t)$ 和下包络线 $y_{low}(t)$ (图 1-3)。

(2) 计算上、下包络线的平均值曲线(图 1-4),即

$$m_1(t) = \frac{1}{2} [y_{up}(t) + y_{low}(t)] \quad (1-3)$$

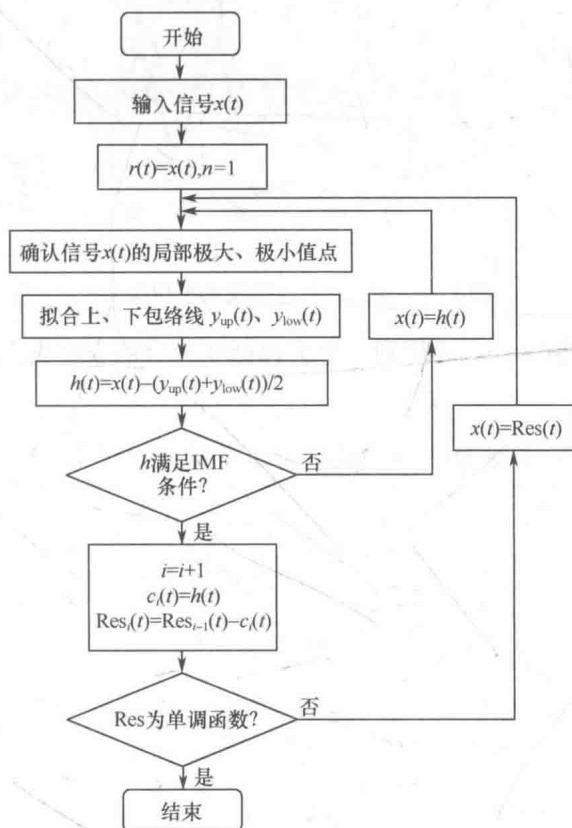


图 1-1 EMD 分解流程图

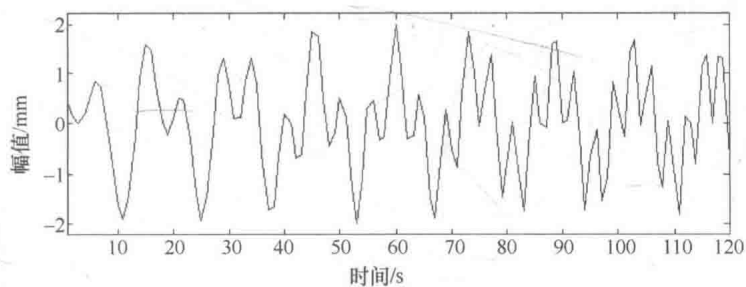


图 1-2 原始信号

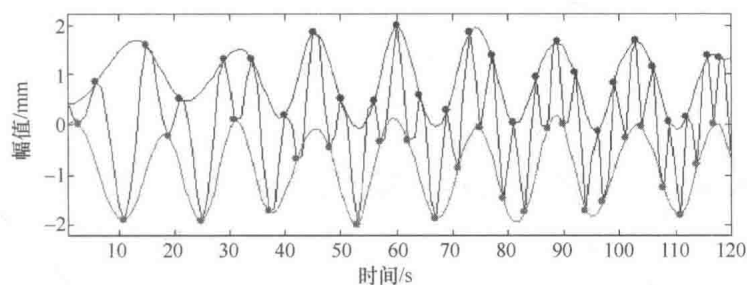


图 1-3 形成信号的上、下包络线

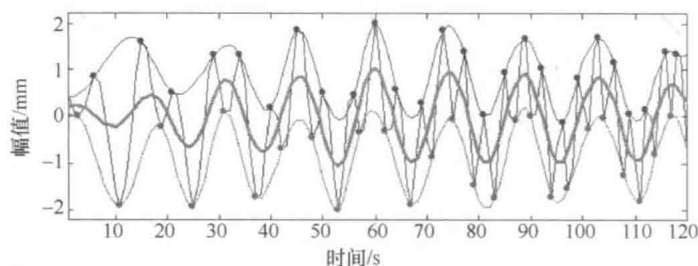
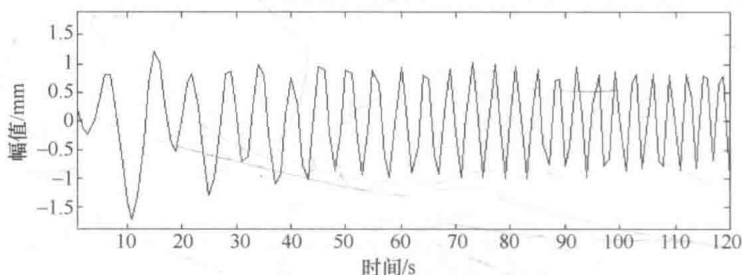


图 1-4 由上、下包络线求平均线

(3) $x(t)$ 减去平均值 $m_1(t)$ 后得到一个去掉低频成分的新序列 $h_1(t)$, 即

$$h_1(t) = x(t) - m_1(t) \quad (1-4)$$

如果 $h_1(t)$ (图 1-5) 满足 IMF 条件, 则 $h_1(t)$ 就是 $x(t)$ 的第一个 IMF 分量。

图 1-5 $h_1(t) = x(t) - m_1(t)$

(4) 如果 $h_1(t)$ 不满足 IMF 条件, 则将 $h_1(t)$ 作为原始数据, 重复步骤(1)、(2), 得到上、下包络线的平均值 $m_{11}(t)$, 再判断 $h_{11}(t) = h_1(t) - m_{11}(t)$ 是否满足 IMF 条件, 如不满足, 则重循环 k 次, 得

$$h_{1k}(t) = h_{1(k-1)}(t) - m_{1k}(t) \quad (1-5)$$

当 $h_{1k}(t)$ 满足 IMF 条件时, 记 $c_1(t) = h_{1k}(t)$, 则 $c_1(t)$ 为信号 $x(t)$ 的第一个满足 IMF 条件的分量, 即第一阶 IMF 分量, 它代表原信号中的高频部分。

(5) 将 $c_1(t)$ 从 $x(t)$ 中分离出来, 得到一个去掉高频分量的剩余信号, 即

$$\text{Res}_1(t) = x(t) - c_1(t) \quad (1-6)$$

将 $\text{Res}_1(t)$ 作为原始数据重复步骤(1)~(5), 得到第二个满足 IMF 条件的分量 $c_2(t)$ 和剩余信号 $\text{Res}_2(t)$ 。重复循环 n 次, 得到 n 个满足 IMF 条件的分量, 即

$$\begin{cases} \text{Res}_1(t) - c_2(t) = \text{Res}_2(t) \\ \vdots \\ \text{Res}_{n-1}(t) - c_n(t) = \text{Res}_n(t) \end{cases} \quad (1-7)$$

当不能再从 $\text{Res}_n(t)$ 中提取满足 IMF 条件的分量时, 循环结束。原信号可以表示为

$$x(t) = \sum_{i=1}^n c_i(t) + \text{Res}_n(t) \quad (1-8)$$

式中: $\text{Res}_n(t)$ 为残余函数, 代表信号的平均趋势。

因此,EMD 可以把一个信号分解为 n 个基本模态分量 $c_i(t)$ ($i=1,2,\dots,n$) 和一个残量 $\text{Res}_n(t)$ 之和(图 1-6)。其中,分量 $c_1(t)$ 、 $c_2(t)$ 、 $\dots$ 、 $c_n(t)$ 包含了信号从高到低不同频率段的成分,而 $\text{Res}_n(t)$ 则表示信号的中心趋势。

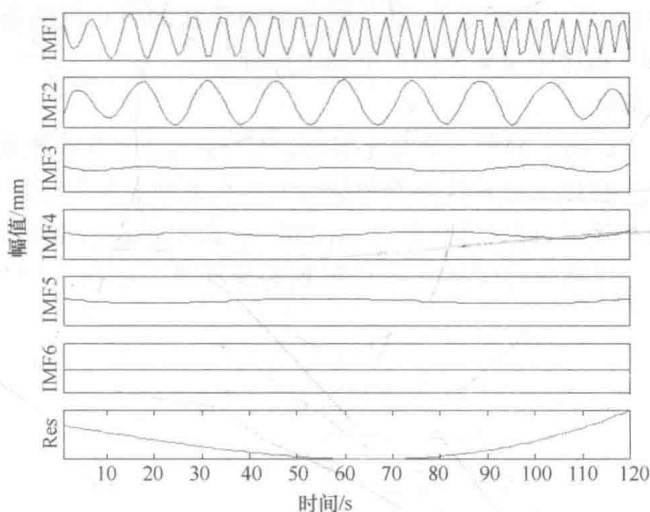


图 1-6 实例信号分解出的 IMF 分量和残余分量

1.1.2 EMD 筛分终止条件

EMD 算法的执行过程中需要两个终止条件(也称为筛分准则):一个是整个分解过程的终止条件,称为分解终止条件;另一个是筛选每一分量时的终止条件,称为分量终止条件。

1. EMD 分解终止条件

理论上讲,什么时候停止整个 EMD 分解过程,取决于被分解信号中含有 IMF 分量的多少。分解终止条件决定了 IMF 分量的个数以及分解的 IMF 是否具有真实物理意义,当再也分解不出能满足 IMF 分量的条件时整个分解过程终止。对于实际信号而言,就是分解出的 IMF 分量是否为真实的信号成分。通常采用以下两个判断标准:

标准 1:最后一个 IMF 分量或残余分量 $\text{Res}_n(t)$ 的幅值小于阈值时,整个分解过程就停止。

标准 2:当残余分量 $\text{Res}_n(t)$ 变成单调函数或常数时停止分解。

但在实际应用中,由于被分解的数据往往十分复杂,其中究竟包含多少 IMF 分量无法预计,因此,大多数情况下,分解终止条件由研究者根据研究需要主观确定,这可能会影响到 EMD 分解的完整性和正确性。

2. EMD 分量终止条件

筛选每一个 IMF 分量的终止条件称为分量终止条件。满足分量终止条件实质上就是判断待筛分信号是否为内禀模态函数(IMF)。IMF 的定义要求在任意的时刻点,局部极值点确定的上、下包络线均值为零。事实上,从实际信号中分离出来的分量的包络线均值难以真正为零,虽然随着筛分次数的增加,均值会逐渐趋近于零,但如果不加以限制,筛分将陷入无限循环中。并且,筛分次数过多,也只能得到常定振幅的调频波,失去了应有的物理意义,浪费大量时间。因此,需要寻找一种便于实际操作的 IMF 分量判别标准,使

得当分量基本满足 IMF 定义时停止筛分,既能保证 IMF 具有较好的物理意义,又能保证运算的效率。

目前 EMD 分量终止条件主要有 SD 阈值终止判断条件、基于零点和极值点的终止判断条件、基于幅值比的终止判断条件、基于能量差跟踪法的终止判断条件、基于能量的终止条件等,目前 EMD 程序中主要使用以下两个标准。

1) SD 阈值分量终止条件

Huang 等人先后提出了两种分量终止准则,分别为仿柯西收敛准则和简单终止准则。仿柯西收敛准则是一种以全局量作为判断标准的停止准则。简单停止准则则要求当极点数目与过零点数目相等时,即可停止筛分,对 IMF 分量的局部对称性并没做要求。

Huang 等人提出以筛分前后两个 $h(t)$ 得到的标准差为依据,以 SD 的大小来控制迭代次数,即

$$SD = \frac{\sum_{t=0}^T |h_{1(k-1)} - h_{1k}|^2}{\sum_{t=0}^T h_{1(k-1)}^2} \quad (1-9)$$

式中:SD 为筛分门限值,如果标准差小于门限值,筛分过程就停止,则 h_{1k} 为第一阶 IMF。SD 的值越小,所得到的 IMF 分量的线性和稳定性就越好,但值太小又会使得分解出来的 IMF 分量失去物理意义。实践表明,SD 取 0.2~0.3 比较合适,这样既能保证 IMF 分量的线性和稳定性,又能使所得的 IMF 分量具有相应的物理意义。

2) Rilling 改进的 IMF 筛分准则

目前应用较多的是法国学者 Rilling 及其团队提出的改进准则:

$$\delta(t) = \frac{|y_{up} + y_{low}|}{|y_{up} - y_{low}|} \quad (1-10)$$

式中: y_{up} 、 y_{low} 分别为上、下包络线。需设定三个门限值 θ_1 、 θ_2 、 a ,相应的停止有两个条件。

条件一:满足 $\delta(t) < \theta_1$ 的时刻个数与全部持续时间之比不小于 $1-a$,即

$$\frac{\#\{t \in D | \delta(t) < \theta_1\}}{\#\{t \in D\}} \geq 1-a \quad (1-11)$$

式中: D 为信号的持续范围; $\#A$ 为集合 A 中元素的个数。通常取 $\theta_1=0.05$, $a=0.05$ 。

条件二:对每个时刻 t 有: $\delta(t) < \theta_2$, $\theta_2 = 10\theta_1$ 。

与 Huang 等提出的收敛准则相比,Rilling 等提出的收敛准则更能反映 IMF 分量的均值特性,且两个条件相互补充,使得信号只能在某些局部出现较大的波动,从而保证了 IMF 分量的整体均值为零。

1.2 Hilbert 变换和 Hilbert 谱

给定一个连续的时间信号 $x(t)$,其 Hilbert 变换 $y(t)$ 的定义为

$$y(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{t-\tau} d\tau \quad (1-12)$$

对式(1-12)中的每个 IMF 分量作 Hilbert 变换得到

$$\hat{c}_i(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c_i(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (1-13)$$

按照下式构造解析信号:

$$z_i(t) = c_i(t) + j\hat{c}_i(t) = a_i(t)e^{j\phi_i(t)} \quad (1-14)$$

得到幅值函数(式(1-15))和相位函数(式(1-16)),即

$$a_i(t) = \sqrt{c_i^2(t) + \hat{c}_i^2(t)} \quad (1-15)$$

$$\phi_i(t) = \arctan \frac{\hat{c}_i(t)}{c_i(t)} \quad (1-16)$$

求出角速度,即

$$\omega_i(t) = \frac{d\phi_i(t)}{dt} \quad (1-17)$$

这样,可以得到

$$x(t) = \operatorname{Re} \left(\sum_{i=1}^n a_i(t) e^{j\phi_i(t)} \right) = \operatorname{Re} \left(\sum_{i=1}^n a_i(t) e^{j\int \omega_i(t) dt} \right) \quad (1-18)$$

省略残量 Res_n , Re 表示取实部。展开式(1-18)称为 Hilbert 谱,记作

$$H(\omega, t) = \operatorname{Re} \left(\sum_{i=1}^n a_i(t) e^{j\int \omega_i(t) dt} \right) \quad (1-19)$$

则 Hilbert 边际谱为

$$h(\omega) = \int_0^T H(\omega, t) dt \quad (1-20)$$

式中: T 为信号的总长度。

$H(\omega, t)$ 精确地描述了信号的幅值在整个频率段上随时间和频率的变化规律,而 $h(\omega)$ 反映了信号的幅值在整个频率段上随频率的变化情况。

不论 $H(\omega, t)$ 还是 $h(\omega)$ 中的频率,都与傅里叶分析中的频率意义完全不同。傅里叶分析中,某一频率 ω 处能量的存在代表一个正弦或余弦波在整个时间长度上都存在。而在这里,某一频率 ω 处能量的存在仅代表在整个时间长度上很有可能有一个频率的振动波在局部出现过。事实上, Hilbert 谱是一个加权的联合时间频率幅度分布,在每一个时间频率单元的权值就是局部幅度值。在边际谱中某一频率仅代表有这样频率的振动存在的可能性,其发生的精确时间在 Hilbert 谱图中给出。因此,傅里叶谱与边际谱的相似性较小。

1.3 EMD 的特点和存在的问题

1.3.1 EMD 的特点

相对于其他信号分解方法,EMD 有以下主要特点:

(1) EMD 分解具有自适应性。EMD 分解不像小波分解那样需要预先选择基函数,而是根据实际信号特点分解出不同的基函数,得到有限个从高到低不同频率成分的 IMF 分量,因此,EMD 具有基函数自动产生、自适应滤波和自适应多分辨率等特性。

(2) EMD 分解具有正交性和完备性。信号分解的正交性是指信号分解得到的各 IMF 分量之间不相关、相互正交的性质。信号分解的完备性是指分解后的各个分量相加能重新获得原信号的性质。EMD 分解的各 IMF 分量与余量之和正好是原信号,因此,EMD 方法具有完备性。同时,EMD 分解的各 IMF 分量也满足正交性条件。

(3) EMD 分解具有 IMF 分量调制特性。EMD 分解的 IMF 分量可以是幅值或频率调制的,可变的瞬时幅值和瞬时频率不仅在很大程度上改进了信号分解的效率,而且非常适合处理非线性和非平稳信号。

1.3.2 EMD 存在的问题

由于 EMD 算法是经验性的,建立在描述性定义的约束之上,缺少严格的数学推导和理论支持,导致其在应用过程中存在不少问题,有待进一步深入研究。这些问题包括以下几方面。

1) 数学模型描述问题

到目前为止,EMD 算法还没有一个严谨的数学描述模型,算法过程依赖于经验性描述,缺少严格的数学推理。不少学者试图从理论上证明该算法的收敛性、唯一性、正交性及完备性,却发现只能通过验证的方法求证而不能进行数学上的严格证明,以致于至今连“怎样的信号能进行 EMD 分解”都存在争议。而对于 IMF 也只是从信号的极值点与过零点的关系以及局部均值的特点来进行定性描述,没有严格的数学定义,在实际分解中又难以达到描述中的均值为零的条件。虽然大量的例子可以表明 EMD 的分解结果是直观合理的,但是其理论支撑还需要进一步的完善。

2) 筛分及停止准则问题

由于在实际分解过程中难以达到 IMF 分量的包络线均值真正为零的条件,而过度的筛分不但会导致分解结果失去物理意义,还使得分解耗时过长,因此,恰当的筛分及停止准则(也称为 IMF 判据)极为重要。

显然,不同的 IMF 判据得到的分解结果也是不同的。如果分解停止条件太严格,就会导致过度分解,使分解得到的低频 IMF 失去意义,同时也浪费运算时间;如果条件太宽松,又会因分解不彻底而丢失有用的 IMF 分量。以 Huang 提出的 SD 阈值终止判断条件为例,SD 越小,则 IMF 线性和稳定性越好,同时得到的 IMF 数量也越多,可能导致的虚假分量也越多。这样,筛分参数的设置需要人为干预,这在一定程度上影响了 EMD 分解的自适应性及结果的稳定性。

3) 包络线拟合偏差问题

标准的 EMD 算法中,采用三次样条插值函数对极值点拟合以获得包络线。虽然三次样条插值曲线具有拟合精度高、平滑性好的特点,但会导致拟合中出现过包络和欠包络(过冲和欠冲)的问题(图 1-7),严重时会造成较大的分解误差,甚至导致分解失真。

4) 端点效应问题

端点效应是指样条函数在端点处由于失去极值点的约束而导致包络线发散的现象