丛书主编：陈兰荪

17

生物数学丛书

甘勤涛　徐瑞　著

时滞神经网络的稳定性与同步控制

科学出版社

生物数学丛书　17

时滞神经网络的稳定性与同步控制

甘勤涛　徐　瑞　著

科学出版社
北　京

内 容 简 介

时滞神经网络是高度非线性的动力学系统，具有丰富的动态行为，在模式识别、信号处理、联想记忆、保密通信和全局优化等领域得到了广泛应用.

本书主要介绍时滞神经网络的基本理论知识，平衡状态的局部稳定性与分支分析、全局鲁棒稳定性，周期解的存在性与稳定性，以及具有不同时间尺度的竞争神经网络、具有 leakage 时滞的神经网络和广义反应扩散神经网络的同步控制. 本书内容丰富、方法实用，理论分析与数值模拟相结合，写作时注重系统性与简洁性，由浅入深，使读者能够尽快了解和掌握时滞神经网络稳定性和同步控制的研究方法及前沿动态.

本书适合应用数学、非线性科学、控制科学、计算机科学、信息技术等相关专业的高年级本科生、研究生和教师使用，也可供从事相关研究工作的科研人员借鉴和参考.

图书在版编目(CIP)数据

时滞神经网络的稳定性与同步控制/甘勤涛，徐瑞著. —北京：科学出版社，2016.2

生物数学丛书；17

ISBN 978-7-03-047188-8

Ⅰ. ①时… Ⅱ. ①甘… ②徐… Ⅲ. ① 时滞系统-人工神经网络-研究 Ⅳ. ①TP183

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 014104 号

责任编辑：李静科 / 责任校对：张凤琴
责任印制：张 伟 / 封面设计：陈 敬

科学出版社 出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com

北京教图印刷有限公司 印刷
科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2016 年 2 月第 一 版 开本：720 × 1000 B5
2016 年 2 月第一次印刷 印张：16 1/2 插页：2
字数：315 000

定价：98.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

《生物数学丛书》序

传统的概念：数学、物理、化学、生物学，人们都认定是独立的学科，然而在 20 世纪后半叶开始，这些学科间的相互渗透、许多边缘性学科的产生，各学科之间的分界已渐渐变得模糊了，学科的交叉更有利于各学科的发展，正是在这个时候数学与计算机科学逐渐地形成生物现象建模，模式识别，特别是在分析人类基因组项目等这类拥有大量数据的研究中，数学与计算机科学成为必不可少的工具．到今天，生命科学领域中的每一项重要进展，几乎都离不开严密的数学方法和计算机的利用，数学对生命科学的渗透使生物系统的刻画越来越精细，生物系统的数学建模正在演变成生物实验中必不可少的组成部分．

生物数学是生命科学与数学之间的边缘学科，早在 1974 年就被联合国教科文组织的学科分类目录中作为与"生物化学""生物物理"等并列的一级学科．"生物数学"是应用数学理论与计算机技术研究生命科学中数量性质、空间结构形式，分析复杂的生物系统的内在特性，揭示在大量生物实验数据中所隐含的生物信息．在众多的生命科学领域，从"系统生态学""种群生物学""分子生物学"到"人类基因组与蛋白质组即系统生物学"的研究中，生物数学正在发挥巨大的作用，2004 年*Science* 杂志在线出了一期特辑，刊登了题为"科学下一个浪潮 —— 生物数学"的特辑，其中英国皇家学会院士 Lan Stewart 教授预测，21 世纪最令人兴奋、最有进展的科学领域之一必将是"生物数学"．

回顾"生物数学"我们知道已有近百年的历史：从 1798 年 Malthus 人口增长模型，1908 年遗传学的 Hardy-Weinberg"平衡原理"，1925 年 Voltera 捕食模型，1927 年 Kermack-Mckendrick 传染病模型到今天令人注目的"生物信息论"，"生物数学"经历了百年迅速的发展，特别是 20 世纪后半叶，从那时期连续出版的杂志和书籍就足以反映出这个兴旺景象；1973 年左右，国际上许多著名的生物数学杂志相继创刊，其中包括 Math Biosci, J. Math Biol 和 Bull Math Biol；1974 年左右，由 Springer-Verlag 出版社开始出版两套生物数学丛书：*Lecture Notes in Biomathermatics*（二十多年共出书 100 部）和*Biomathematics*（共出书 20 册）；新加坡世界科学出版社正在出版*Book Series in Mathematical Biology and Medicine*丛书．

"丛书"的出版，既反映了当时"生物数学"发展的兴旺，又促进了"生物数学"的发展，加强了同行间的交流，加强了数学家与生物学家的交流，加强了生物数学学科内部不同分支间的交流，方便了对年轻工作者的培养．

从 20 世纪 80 年代初开始，国内对"生物数学"发生兴趣的人越来越多，他（她）

们有来自数学、生物学、医学、农学等多方面的科研工作者和高校教师, 并且从这时开始, 关于“生物数学”的硕士生、博士生不断培养出来, 从事这方面研究、学习的人数之多已居世界之首. 为了加强交流, 为了提高我国生物数学的研究水平, 我们十分需要有计划、有目的地出版一套“生物数学丛书”, 其内容应该包括专著、教材、科普以及译丛, 例如: ① 生物数学、生物统计教材; ② 数学在生物学中的应用方法; ③ 生物建模; ④ 生物数学的研究生教材; ⑤ 生态学中数学模型的研究与使用等.

中国数学会生物数学学会与科学出版社经过很长时间的商讨, 促成了“生物数学丛书”的问世, 同时也希望得到各界的支持, 出好这套丛书, 为发展“生物数学”研究, 为培养人才作出贡献.

陈兰荪

2008 年 2 月

前　言

神经网络模型, 更精确地说, 人工神经网络模型是生物神经网络系统高度简化后的一种近似, 在不同程度上模拟了人脑神经系统的结构及其信息处理、存储和检索等功能, 已成为脑科学、神经科学、认知科学、心理学、计算机科学、数学和物理学等共同关注的热点问题.

在神经网络的硬件实现中, 由于神经网络系统中神经元之间有限的信息传输速度以及电路系统中放大器的有限开关速度, 在神经网络中时滞是不可避免的, 而时滞意味着当前神经网络的状态应该与过去时间的神经元状态有关, 这也正反映了大脑本身的特点. 具有时滞的神经网络系统是复杂的非线性系统, 它能更精确地描述现实世界的客观规律.

动力学性态的定性研究是设计和应用神经网络不可或缺的步骤. 近年来, 具有时滞的神经网络系统的动力学性态问题, 特别是时滞神经网络的局部稳定性、全局稳定性 (包括渐近稳定性、指数稳定性、绝对稳定性等) 以及分岔和混沌等动力学现象, 都引起了学术界的广泛关注并取得了一系列深刻而有实际意义的理论成果.

在作者近年来学习和研究成果的基础上, 本书系统地介绍时滞神经网络的稳定性与同步控制理论. 具体而言, 全书共 6 章:

第 1 章主要介绍神经网络的历史背景、基本结构、发展动态和基础理论知识;

第 2 章通过分析特征方程根的分布情况, 讨论时滞对神经网络的局部稳定性和分支的影响, 利用规范型理论和中心流形定理确定周期解的稳定性和分支方向;

第 3 章针对神经网络的训练、应用和动态特性研究中表现出来的判据保守性、应用困难、动态特性不丰富等问题, 对时滞神经网络的鲁棒稳定性进行全面的、深入的研究, 特别是在传输延时、扩散、不确定性、随机扰动和脉冲作用等情况下进行针对性的分析, 给出保证系统稳定性和鲁棒性能的条件;

第 4 章介绍具有不同时间尺度的时滞竞争神经网络的混沌同步控制方法;

第 5 章系统介绍具有 leakage 时滞的神经网络的同步控制研究进展, 分析 leakage 时滞对系统混沌特性的影响, 提出线性误差反馈控制、自适应控制、样本点控制、周期间歇控制等同步控制策略;

第 6 章将静态神经网络和局域神经网络相结合建立广义反应扩散神经网络模型, 分别介绍其在 Dirichlet 和 Neumann 边界条件下的混沌同步控制方法, 探索神经网络的演化机制和内在规律, 揭示静态神经网络和局域神经网络在数学建模和同步控制等方面的相似性和不同点.

本书的特点是透彻的性能分析、严谨的理论证明以及直观的数值模拟, 能为神经网络的实际应用奠定坚实的理论基础, 对推动神经网络的发展和完善具有重要的理论意义和实用价值.

本书的研究工作得到国家自然科学基金 (项目编号:61305076,11371368,11071254) 及河北省自然科学基金 (项目编号:A2014506015, A2013506012) 的支持, 也得到国内外同行的帮助和鼓励, 特别是在本书的写作过程中, 山西大学靳祯教授、燕山大学武怀勤教授、南京师范大学朱全新教授、军械工程学院杜艳可博士等提出了许多宝贵的意见并给予了热情支持; 研究生吕天石、田晓红、王丽丽等在书稿的整理和校对过程中做了大量的工作. 在此, 作者谨向他们表示衷心的感谢!

感谢科学出版社的李静科编辑为本书出版给予的热心支持和付出的辛勤劳动!

近几十年来, 国内外学术界有关神经网络的研究成果层出不穷; 由于作者才疏学浅, 尽管毕其全力, 以求全面、系统、深入, 却仍然难免挂一漏万, 出现不妥之处, 敬请广大读者批评指正!

作　者

2015 年 9 月

目　　录

第 1 章　绪论 …… 1
1.1　神经网络概述 …… 1
1.2　神经网络结构 …… 5
1.3　时滞神经网络的研究进展 …… 9
1.3.1　时滞神经网络的稳定性 …… 9
1.3.2　时滞神经网络的混沌同步 …… 14
1.3.3　反应扩散时滞神经网络 …… 21
1.4　常用引理和方法 …… 23
1.4.1　几个常用引理 …… 23
1.4.2　线性矩阵不等式方法 …… 27
1.4.3　自由权矩阵法 …… 28
参考文献 …… 30
第 2 章　时滞神经网络的稳定性与分支 …… 37
2.1　具有混合时滞的连续型神经网络模型 …… 38
2.1.1　局部稳定性与 Hopf 分支 …… 39
2.1.2　Hopf 分支的性质 …… 43
2.1.3　数值模拟 …… 50
2.2　具有时滞的离散型神经网络模型 …… 53
2.2.1　特征方程分析 …… 54
2.2.2　局部稳定性和分支分析 …… 60
2.2.3　Neimark-Sacker 分支的稳定性和方向 …… 62
2.2.4　数值计算 …… 63
2.3　具有时滞的反应扩散神经网络的稳定性与分支 …… 67
2.3.1　稳定性和局部 Hopf 分支 …… 68
2.3.2　局部 Hopf 分支的性质 …… 71
2.3.3　数值仿真 …… 76
参考文献 …… 80
第 3 章　时滞神经网络的鲁棒稳定性 …… 83
3.1　具有脉冲扰动的 Hopfield 神经网络的鲁棒稳定性 …… 83
3.1.1　问题的描述 …… 83

3.1.2　周期解的存在性 ······ 86
3.1.3　周期解的全局指数稳定性 ······ 91
3.1.4　数值模拟 ······ 93
3.2　具有不确定参数的随机 Cohen-Grossberg 神经网络的鲁棒稳定性 ······ 95
3.2.1　问题的描述 ······ 95
3.2.2　平衡点的存在性 ······ 96
3.2.3　鲁棒稳定性 ······ 99
3.2.4　数值模拟 ······ 104
3.3　随机反应扩散模糊细胞神经网络的鲁棒稳定性 ······ 106
3.3.1　问题的描述 ······ 108
3.3.2　鲁棒稳定性 ······ 110
3.3.3　数值模拟 ······ 115
参考文献 ······ 117
第 4 章　具有不同时间尺度的时滞竞争神经网络的同步控制 ······ 121
4.1　基于划分时滞方法的同步控制 ······ 122
4.1.1　问题的描述 ······ 122
4.1.2　线性误差反馈同步控制策略 ······ 124
4.1.3　数值模拟 ······ 130
4.2　基于自适应控制的混沌同步 ······ 134
4.2.1　问题的描述 ······ 135
4.2.2　自适应同步控制策略 ······ 138
4.2.3　数值模拟 ······ 144
4.3　基于自适应控制和参数识别的混沌同步 ······ 147
4.3.1　问题的描述 ······ 148
4.3.2　自适应同步控制策略及参数识别 ······ 149
4.3.3　数值模拟 ······ 151
4.3.4　基于自适应控制的混沌保密通信 ······ 155
参考文献 ······ 160
第 5 章　具有 leakage 时滞的神经网络的同步控制 ······ 163
5.1　具有 leakage 时滞的随机模糊细胞神经网络的同步控制 ······ 165
5.1.1　问题的描述 ······ 165
5.1.2　自适应同步控制策略 ······ 167
5.1.3　数值模拟 ······ 171
5.2　具有混合时滞的随机神经网络的同步控制 ······ 174
5.2.1　问题的描述 ······ 174

5.2.2　自适应同步控制策略及参数识别 …… 175
5.2.3　数值模拟 …… 180
5.3　基于样本点控制的参数不确定性神经网络的同步控制 …… 185
5.3.1　问题的描述 …… 185
5.3.2　样本点同步控制策略 …… 187
5.3.3　数值模拟 …… 192
5.4　随机反应扩散模糊细胞神经网络的同步控制 …… 197
5.4.1　问题的描述 …… 197
5.4.2　线性误差反馈同步控制策略 …… 200
5.4.3　数值模拟 …… 205
5.5　基于周期间歇控制的随机反应扩散细胞神经网络的同步控制 …… 208
5.5.1　问题的描述 …… 208
5.5.2　周期间歇同步控制策略 …… 211
5.5.3　数值模拟 …… 219
参考文献 …… 222
第 6 章　广义反应扩散时滞神经网络的同步控制 …… 225
6.1　广义反应扩散时滞神经网络模型 …… 225
6.2　不依赖于时滞的混沌同步控制 …… 231
6.3　依赖于时滞的混沌同步控制 …… 234
6.4　数值模拟 …… 240
参考文献 …… 247
《生物数学丛书》已出版书目 …… 250
彩图

第 1 章 绪　论

人脑是由复杂的神经元网络组成的, 正是由于这些神经元网络的作用, 人才能够以很高的速度理解感觉器官传来的信息. 神经网络, 更精确地说, 人工神经网络, 是以人脑的生理研究成果为基础的, 是生物神经网络系统高度简化后的一种近似, 它在不同程度、不同层次上模拟人脑神经系统的结构及其信息处理、存储和检索等功能, 其目的在于模拟人脑的某些机理与机制, 实现某些方面的功能. 虽然人类对自身脑神经系统的认识还非常有限, 但人工神经网络却具有非常高的智能水平和实用价值, 在众多领域得到了广泛应用.

1.1 神经网络概述

非线性科学的深入研究改变了人们对自然、社会的基本观点. 例如, 曾经被人们认为是有害的 "混沌" 现象, 现已被广泛地应用于数学、物理、医学、通信、生物工程等领域[1]. 尽管非线性科学的研究已经取得了长足的进展, 但是, 人们对非线性问题和现象的研究和认识还远远没有达到成熟的程度, 非线性科学正逐步成为跨学科的研究前沿和热点.

神经网络系统是高度非线性的超大规模连续时间动力学系统, 具备大规模的并行处理和分布式的信息存储能力, 拥有良好的自适应、自组织性以及很强的学习功能、联想功能和容错功能. 神经网络突破了传统的以线性处理为基础的数字电子计算机的局限, 标志着人类智能信息处理能力和模拟人脑智能行为能力的一大飞跃. 与当今的冯 · 诺依曼式计算机相比, 神经网络系统更加接近人脑的信息处理模式, 主要表现为[2]: 神经网络能够处理连续的模拟信号, 能够处理混沌的、不完全的、模糊的信息; 与传统的计算机给出精确解相比, 神经网络可以给出次最优的逼近解; 神经网络并行分布工作, 各组成部分同时参与运算, 各个神经元的动作速度不高, 但总体的处理速度极快; 神经网络信息存储分布于全网络各个权重变换之中, 某些单元阻碍并不影响信息的完整, 具有鲁棒性; 传统计算机要求有准确的输入条件, 才能给出精确解, 而神经网络只要求部分条件, 甚至对于包含有部分错误的输入, 也能进行求解, 具有容错性; 神经网络在处理自然语言理解、图像模式识别、景象理解、不完整信息、智能机器人控制等方面具有明显优势.

目前, 关于神经网络的定义尚不统一, 按美国神经网络学家 Hecht Nielsen 的观点, "神经网络是由多个非常简单的处理单元彼此按某种方式相互连接而形成的计

算机系统, 该系统靠其状态对外部输入信息的动态响应来处理信息". 综合神经网络的来源、特点和各种解释, 可简单地表述为: "人工神经网络是一种旨在模仿人脑结构及其功能的信息处理系统."

人工神经网络的发展历史可以追溯到 20 世纪 40 年代初. 1943 年, 美国神经生物学家 McCulloch 与数理逻辑学家 Pitts 在数学生物物理学会刊 *Bulletion of Mathematical Biophysics* 上发表文章[3], 从人脑信息处理的观点出发, 利用数理模型的方法研究了脑细胞的动作和结构及其生物神经元的一些基本生理特性, 提出了第一个神经计算模型, 即神经元的阈值元件模型, 简称 M-P 型:

$$\begin{cases} v_i(k+1) = \operatorname{sgn}(u_i(k)) \\ u_i(k) = \displaystyle\sum_{j=1}^{n} T_{ij} v_j(k) + I_i \end{cases}$$

其中

$$\operatorname{sgn}(\theta) = \begin{cases} 1, & \theta > 0 \\ -1, & \theta < 0 \end{cases}$$

u_i 表示第 i 个神经元的输入; v_i 表示第 i 个神经元的输出; T_{ij} 表示第 i 个神经元和第 j 个神经元的连接强度; I_i 表示第 i 个神经元的外部输入. 他们从原理上证明了人工神经网络可以计算任何算术和逻辑函数, 迈出了人工神经网络研究的第一步. 这种模型有兴奋和抑制两种状态, 可以完成有限的逻辑运算, 虽然模型简单, 却为以后人工神经网络模型的建立以及理论研究奠定了基础.

人工神经网络第一次实际应用出现在 20 世纪 50 年代后期. 1958 年, 计算机科学家 Frank Rosenblatt 提出了著名的 "感知器 (perception)" 模型[4], 它由阈值型神经元组成, 用以模拟动物和人脑的感知和学习能力. 感知器的学习过程是改变神经元之间的连接强度, 适用于模式识别、联想记忆等人们感兴趣的实用技术. 感知器模型包含了现代神经计算机的基本原理, 在结构上大体符合神经生理学知识, 它的提出掀起了人工神经网络的第一次研究热潮[5].

1960 年, Bernard Widrow 和 Ted Hoff 发表了题为《自适应开关电路》的论文[6]. 在该文献中, 他们提出了自适应线性元件网络, 简称 ADALINE(Adaptive Linear Element), 这是一种连续取值的线性加权求和阈值网络. 为了训练该网络, 他们还提出了 Widrow-Hoff 算法, 该算法后来被称为 LMS(Least Mean Square) 算法, 即数学上俗称的最速下降法. 这种算法在后来的误差反向传播 (Back-Propagation) 及自适应信号处理系统中得到了广泛应用.

然而, 在 1969 年, 人工智能的先驱 Marvin Minsky 和 Seymour Papert 出版了名为 *Perceptrons* 的专著[7], 论证了简单的线性感知器功能是有限的, 并指出单层感知器只能进行线性分类, 不能解决 "异或 (XOR)" 这样的基本问题, 更不能解

决非线性问题. 于是, Minsky 断言这种感知器无科学研究价值可言, 包括多层的感知器也没有什么实际意义. 当时, 由于没有功能强大的数字计算机来支持各种实验, 使得许多研究人员对于神经网络的研究前景失去了信心, 以至于神经网络在随后的十年左右一直处于萧条的状态.

尽管如此, 在这一时期, 仍然有不少学者在极端艰难的条件下致力于人工神经网络的研究. 例如, 美国学者 Stephen Grossberg 等[8] 提出了自适应共振理论 (Adaptive Resonance Theory, ART 模型), 并在之后的若干年发展了 ART1, ART2 和 ART3 三种神经网络模型; 芬兰学者 Kohonen[9] 提出了自适应映射 (Self-Organizing Map, SOM) 理论模型, 这是一种无监督学习型人工神经网络; Anderson 和 Coworkers[10] 提出了盒中脑 (Brain-State-in-a-Box, BSB) 神经网络, 这是一种节点之间存在横向连接和节点自反馈的单层网络, 可以用作自联想最邻近分类器, 并可存储任何模拟向量模式等, 这些工作都为以后的神经网络研究和发展奠定了理论基础.

进入 20 世纪 80 年代, 随着个人计算机和工作站计算能力的急剧增强和广泛应用, 以及新概念的不断引入, 人们对于神经网络的研究热情空前高涨, 人工神经网络迎来了第二次研究热潮.

神经网络研究的重新兴起, 在很大程度上归功于美国加州理工学院 (California Institute of Technology) 生物物理学家 John J. Hopfield 的工作. 1982 年, 他提出了一种全连接神经网络 (即 Hopfield 神经网络) 的动力学模型, 设计与研制了该神经网络模型的电路, 并利用它成功地解决了旅行商 (Traveling Salesman Problem, TSP) 优化问题, 这种连续神经网络可以用如下微分方程描述[11]:

$$C_i \frac{\mathrm{d}u_i}{\mathrm{d}t} = -\frac{u_i}{R_i} + \sum_{j=1}^{n} T_{ij} V_j + I_i, \quad i = 1, 2, \cdots, n$$

其中, 电阻 R_i 和电容 C_i 并联, 模拟生物神经元的延时特性; 电阻 $R_{ij} = 1/T_{ij}$ 模拟突触特性; 电压 u_i 为第 i 个神经元的输入; 运算放大器 $V_i = g_i(u_i)$ 为其输出, 是一个非线性、连续可微、严格单调递增的函数, 模拟生物神经元的非线性饱和特性. Hopfield 通过能量函数及 LaSalle 不变性原理给出了网络模型的状态 (即动力学模型中的流量) 最终收敛于平衡点集这一重要的动力学分析结果. 这为联想记忆及优化的性能与功效的提高提供了强有力的理论基础, 对神经网络研究的复兴起到了重大的影响和推动作用.

1983 年, Michael A. Cohen 和 Stephen Grossberg 合作提出了一类新型神经网络模型[12](Cohen-Grossberg 神经网络):

$$\dot{x}_i(t) = -a_i(x_i(t)) \left[b_i(x_i(t)) - \sum_{j=1}^{n} t_{ij} S_j(x_j(t)) \right]$$

式中, x_j 是第 j 个神经元的状态, $a_i(x_i(t))$ 是系数, $b_i(x_i(t))$ 是自激项, $t_{ij}S_j(x_j(t))$ 是第 j 个神经元到第 i 个神经元的加权抑制输入. Cohen-Grossberg 神经网络是一种更为广义的神经网络模型, 在形式上描述了来自神经生物学、人口生态和进化理论等一大类模型, 以及著名的 Hopfield 神经网络模型.

1988 年, 美国加利福尼亚大学伯克利分校的华裔科学家蔡少棠 (Leon O. Chua) 教授受细胞自动机 (Cellular Automata) 的启发, 在 Hopfield 神经网络的基础上提出了一种新颖的神经网络模型, 即细胞神经网络模型[13,14]:

$$\begin{cases} \dot{x}_{ij}(t) = -x_{ij}(t) + \displaystyle\sum_{k,l\in N_{ij}(r)} a_{kl}f(x_{kl}) + \sum_{k,l\in N_{ij}(r)} b_{kl}f(u_{kl}) + z_{ij} \\ y_{ij} = f(x_{ij}) = \dfrac{1}{2}\left(|x_{ij}+1| - |x_{ij}-1|\right) \end{cases}$$

与 Hopfield 神经网络和 Cohen-Grossberg 神经网络模型一样, 细胞神经网络是一个大规模非线性模拟系统. 细胞神经网络的每一个基本电路单元称为一个细胞 (Cell), 它包含了线性电容、线性电阻、线性和非线性控制电源及独立电源. 在网络中, 每一个细胞只与其邻近的细胞相连, 也就是说, 邻近的细胞直接相互影响, 而由于细胞神经网络的连续时间动力性的传递功能, 没有直接连接的细胞之间也可能产生间接的影响, 这样的连接模式使得细胞神经网络的每一个模块的连接线减少, 更便于实现大规模集成电路[15].

在同一时期, Kosko 提出了双向联想记忆 (Bi-Directional Associative Memory, BAM) 神经网络模型[16]:

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = -a_i x_i(t) + \displaystyle\sum_{k=1}^{N} a_{ik} f_k(y_k(t)) + I_i, \quad i = 1, 2, \cdots, N \\ \dot{y}_j(t) = -b_j y_j(t) + \displaystyle\sum_{l=1}^{P} a_{jl} g_l(x_l(t)) + J_j, \quad j = 1, 2, \cdots, P \end{cases}$$

联想记忆神经网络模拟人脑, 把一些样本模式存储在神经网络的权值中, 通过大规模的并行计算, 使不完整的、受到噪声 “污染” 的畸变模式在网络中恢复到原来的模式本身. 例如, 听到一首歌曲的一部分便可以联想到整首曲子, 看到某人的名字会联想到他 (她) 的相貌、身形等特点. 前者称为自联想, 而后者称为异联想, 异联想也称为双向联想记忆. 如图 1-1 所示, BAM 存储器可以存储两组矢量 (N 维矢量 $A=(a_0, a_1, \cdots, a_{N-1})$ 和 P 维矢量 $B=(b_0, b_1, \cdots, b_{P-1})$), 给定 A 可经过联想得到对应的标准样本 B, 当有噪声或残缺时, 联想功能可使样本对复原.

目前, 大批学者围绕神经网络展开了进一步的研究工作, 大量神经网络模型相继被提出. 例如, 竞争神经网络模型、忆阻器神经网络模型、分数阶神经网络模型等. 正是由于神经网络独特的结构和处理信息的方法, 它们在诸如最优化计算、自

动控制、信号处理、模式识别、故障诊断、海洋遥感、时间序列分析、机器人运动学等许多实际领域表现出了良好的智能特性和潜在的应用前景.

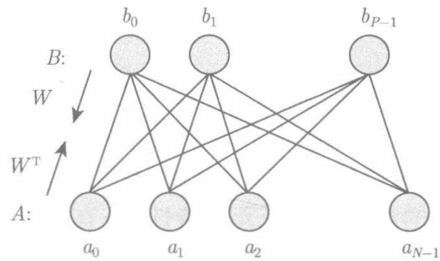

图 1-1　由矢量 A 和 B 组成的双向联想记忆神经网络

1.2　神经网络结构

神经网络由许多相互连接的神经元 (也称为单元或节点) 以及外部环境输入组成, 每一个神经元都执行两个功能: 把来自其他神经元的输入施以不同的连接权并对外部输入进行叠加, 同时对这个叠加的输入进行非线性变换产生一个输出, 该输出又通过连接权刺激其他神经元相连. 用下式可以表示第 i 个神经元所执行的这两个功能:

$$\begin{cases} y_i(t) = f_i(x_i(t) - \varGamma_i) \\ u_{ji}(t) = \omega_{ji} y_i(t - \tau_{ji}) \end{cases}$$

其中, x_i 为第 i 个神经元的状态变量; $\varGamma_i$ 为第 i 个神经元的激励函数阈值; y_i 为该神经元把来自其他神经元的输入施以不同的连接权并对外部输入叠加, 同时对这个叠加的输入进行非线性变换后产生的输出; 该神经元的输出 y_i 又通过连接权 ω_{ji} 与第 j 个神经元相连; τ_{ji} 则为第 j 个神经元与第 i 个神经元之间的传输时滞.

要设计一个神经网络, 必须确定以下四个方面的内容:

(1) 神经元间的连接模式;

(2) 激励函数;

(3) 连接权值;

(4) 神经元个数.

这里, 我们主要讨论神经网络的连接模式和激励函数.

神经网络是一个复杂的互联系统, 单元之间的互联模式将对网络的性质和功能产生重要影响. 按照连接方式的不同, 神经网络可分为两种: 前馈神经网络和反馈 (递归) 神经网络. 前馈网络主要是函数映射, 前馈神经网络各神经元接收前一层的输入, 并输出到下一层, 没有反馈. 节点分为两类, 即输入节点和计算节点, 每一个

计算节点可有多个输入, 但只有一个输出, 通常前馈型网络可分为不同的层, 第 i 层的输入只与第 $i-1$ 层的输出相连, 输入与输出节点与外界相连, 而其他中间层则称为隐层. 常见的前馈神经网络有 BP 网络、RBF 网络等, 可用于模式识别和函数逼近.

在无反馈的前馈神经网络中, 信号一旦通过某个神经元, 过程就结束了. 而在递归神经网络中, 信号要在神经元之间反复往返传递, 神经网络处在一种不断改变状态的动态过程中. 它将从某个初始状态开始, 经过若干次的变化, 才会达到某种平衡状态, 根据神经网络的结构和神经元的特性, 还有可能进入周期振荡或其他如混沌等平衡状态. 递归神经网络因为有反馈的存在, 所以它是一个非线性动力系统, 可用来实现联想记忆和求解优化等问题. 本书讨论的神经网络主要是递归神经网络.

从图 1-2[17] 可以看出, 激励函数模仿了生物神经元对外部刺激所产生的激活 (兴奋) 和抑制两种状态, 即如果对于外界刺激产生兴奋则神经元输出为高电平, 反之为低电平. 由于在每一个神经元中激励函数把来自其他神经元的外部输入的加权和作为函数的输入并作非线性变换, 并把该变换后的结果作为输出触及其他神经元. 激励函数的特性对神经网络性能至关重要, 如具有有界激励函数的神经网络总能保证平衡点的存在性, 而对于无界的激励函数, 神经网络则可能不存在平衡点[18−20].

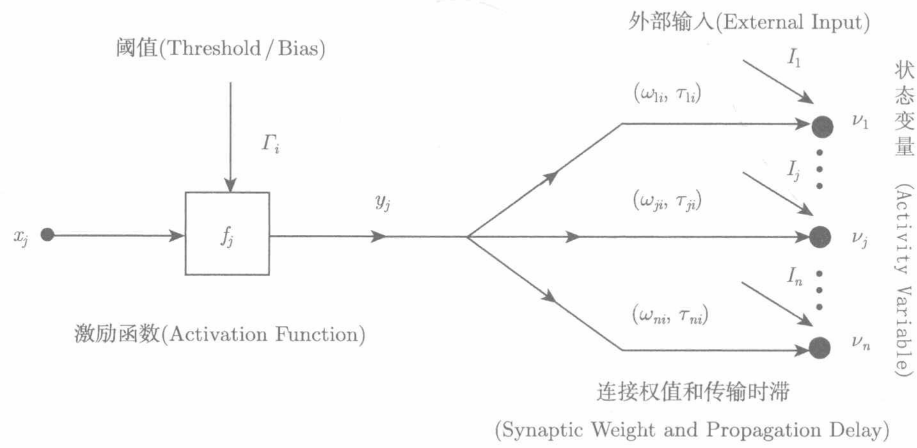

图 1-2　神经网络结构

激励函数形式多样, 利用它们的不同特性可以构成功能各异的神经网络. 典型的激励函数包括阶梯函数、线性作用函数和 Sigmoid 函数等.

阶梯函数如图 1-3 所示, 可以用下式表示:

$$f(v)=\begin{cases}1, & v\geqslant 0\\ 0, & v<0\end{cases}$$

例如, McCulloch-Pitts 模型的激励函数采用的就是阶梯函数.

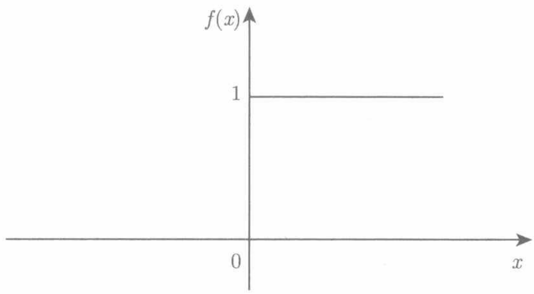

图 1-3　阶梯函数

分段线性函数可分为非对称分段线性函数和对称分段线性函数. 其中, 非对称分段线性函数可表示为

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\leqslant 0\\ \beta x, & 0<x<\dfrac{1}{\beta}\\ 1, & x\geqslant\dfrac{1}{\beta}\end{cases}$$

对称分段线性函数可表示为

$$f(x)=\begin{cases}-1, & x\leqslant -\dfrac{1}{\beta}\\ \beta x, & -\dfrac{1}{\beta}<x<\dfrac{1}{\beta}\\ 1, & x\geqslant\dfrac{1}{\beta}\end{cases}$$

如图 1-4 所示, 分段线性函数描述了神经元的非线性开关特征, β 为神经元增益参数, 当 β 取无穷大时, 分段线性函数退化为阶梯函数, 该函数广泛应用于细胞神经网络模型.

Sigmoid 函数也称为 S 型作用函数, 是目前应用最广的一种激励函数, 为严格单调增光滑有界函数[21]. Sigmoid 函数可分为非对称型和对称型, 其中非对称型 Sigmoid 函数可表达为

$$f(x)=\frac{1}{1+\mathrm{e}^{-\beta x}},\quad x\in\mathbb{R}$$

式中, $\beta=f'(0)>0$ 为神经元增益参数, 如图 1-5 所示.