T B

走向名校丛书
ZOUXIANG MINGXIAO CONGSHU

与浙江最新教材配套

数学ABC

TONGBUJINGLIAN

同步精练

《数学ABC》编写组 编

（初二下）

J L

浙江大学出版社

数学 ABC

（初二下）

《数学 ABC》编写组　编

浙江大學出版社

图书在版编目（CIP）数据

数学 ABC. 初二. 下 /《数学 ABC》编写组编. —杭州：浙江大学出版社，2003.1
ISBN 7-308-03199-3

Ⅰ数... Ⅱ.数... Ⅲ.数学课－初中－教学参考资料 Ⅳ.G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2002）第 087004 号

责任编辑 杨晓鸣
封面设计 刘依群
出版发行 浙江大学出版社
（杭州浙大路 38 号 邮政编码 310027）
（E-mail：zupress@mail.hz.zj.cn）
（网址：http://www.zjupress.com）
排　　版 浙江大学出版社电脑排版中心
印　　刷 浙江上虞印刷厂
开　　本 787mm×960mm 1/16
印　　张 7.5
字　　数 151 千
版 印 次 2003 年 1 月第 1 版 2003 年 1 月第 1 次印刷
书　　号 ISBN 7-308-03199-3/G·583
定　　价 8.00 元

编写说明

为了配合浙江省初中九年制义务教育教材的学习使用,适应新课程改革以及研究性、开放性学习的需要,培养学生健全的聚合思维、发散思维,我社约请省内著名专家、学者,以及著名重点中学的优秀教师、特级教师共同编写了这套丛书——“走向名校丛书”。丛书按各学科的学期教学计划,每学期独立成册,初三综合为一册。丛书紧扣我省现行初中各学科的新课程教学标准,严格依据教学规律、学生的认知特点和教学过程中各个教学环节的需要,密切配合教材,与教学进度同步,按课时精心设计同步练习,并按梯度编拟各单元测试题,以及期中、期末试卷。习题、试题的选编,力求概括性强,具有典型性和灵活性。

丛书突出五个字:

强——系统性强、知识性强、应考性强。

精——内容精练、讲解精彩、试题精要。

准——难点重点把握准确、考试热点分析准确。

实——书美价实、内容充实、成效确实。

高——出题水平高、复习效率高、应试成绩高。

该套丛书内容丰富、答案详实,是初中学生系统复习、思维发散、考试冲刺、综合素质提高的优质参考资料。欢迎广大师生选用。

目　　录

第十三章 四边形

13.1 四边形的内角和

【知识技能与情感目标】

1. 了解四边形的定义及它的边、顶点、对角线、内角和外角等概念.

2. 掌握四边形的内角和定理及其推论.

重点:四边形的有关概念及内角和定理.

难点:四边形内角和定理的推导.

【例题与分析】

例 1 在四边形 $ABCD$ 中,若$\angle A$ 与$\angle C$ 互补,$\angle B$ 是$\angle D$ 的一半,求$\angle D$ 与$\angle D$ 的外角的度数.

解 由四边形 $ABCD$ 的内角和定理得,$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360°$;

$\because \angle A+\angle C=180°$, $\therefore \angle B+\angle D=180°$.

而$\angle B=\frac{1}{2}\angle D$, $\therefore \frac{3}{2}\angle D=180°$, $\angle D=120°$.

$\therefore \angle D$ 的外角$=180°-120°=60°$.

例 2 在四边形 $ABCD$ 中,已知$\angle A:\angle B:\angle C:\angle D=3:6:4:7$,求证:$AB /\!/ CD$.

证明 $\because \angle A:\angle B:\angle C:\angle D=3:6:4:7$, $\therefore \angle A+\angle D=\angle B+\angle C$;

$\because \angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360°$, $\therefore \angle A+\angle D=\angle B+\angle C=180°$,

$\therefore AB /\!/ CD$.

【训练习题一】

1. 在四边形的内角中,直角最多可以有(   )

(A)1 个　　(B)2 个　　(C)3 个　　(D)4 个

数学ABC·初二下

2. 四边形的四个内角若有一组对角是直角,则它的另一组对角( )

(A)都是直角 (B)一个是钝角,另一个是锐角 (C)互补 (D)相等

3. 在四边形 $ABCD$ 中, $AB=3$, $BC=4$, $CD=13$, $DA=12$, 且 $\angle B=90°$, 则四边形 $ABCD$ 的面积等于( )

(A)32 (B)36 (C)39 (D)42

4. 把长度为 2, 3, 5, 10 的四条线段首尾相接, 能否组成一个四边形? 为什么?

5. 如图 13-1, 在四边形 $ABCD$ 中, 对角线 $AC \perp BD$, 求证: $AB^2+CD^2=AD^2+BC^2$.

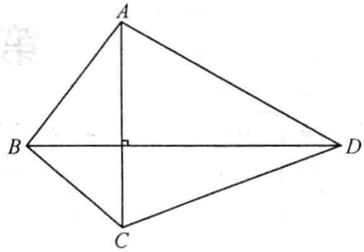

图 13-1

13.2 平行四边形的性质(一)

【知识技能与情感目标】

1. 理解平行四边形的概念、两条平行线的距离的概念.

2. 掌握平行四边形的性质定理 1、性质定理 2 及其两个推论, 并能初步运用这些性质进行有关的论证和计算.

重点: 平行四边形的定义和平行四边形性质定理 1、性质定理 2.

难点: 运用平行四边形的概念和性质去探索、寻求解题思路.

【例题与分析】

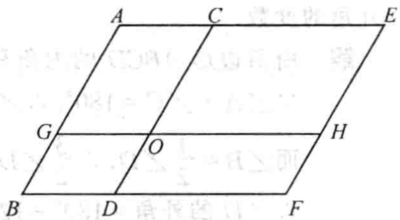

图 13-2

例 1 如图13-2, $AB \parallel CD \parallel EF$, $AE \parallel GH \parallel BF$, 则图中有________个平行四边形, 请表示至少三个________.

答: 9 个; ▱$AGOC$, ▱$ABDC$, ▱$COHE$.

例 2 如图13-3, 在▱$ABCD$ 中, 点 E, F 分别在 BC, DA 上, $AE \parallel CF$, 求证: $BE=DF$.

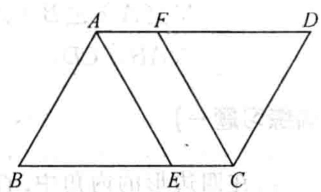

图 13-3

证明 ∵ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形, ∴ $AD \parallel BC$;

又∵ $AE \parallel CF$, ∴ 四边形 $AECF$ 为平行四边形,

$\therefore AF=CE$，$\therefore AD-AF=BC-CE$，即 $BE=DF$.

【训练习题二】

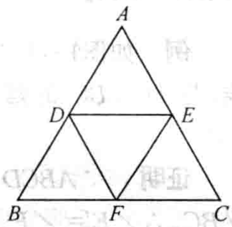

图 13-4

1. 如图 13-4，在△ABC 中，D，E，F 分别是 AB，AC，BC 上的点，$DE \parallel BC$，$EF \parallel AB$，$DF \parallel AC$，则图中平行四边形共有(　　)

(A)1 个　　(B)2 个　　(C)3 个　　(D)4 个

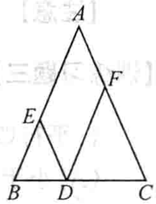

图 13-5

2. 如图 13-5，在△ABC 中，$AB=AC=6\text{cm}$，D 是 BC 上一点，且 $DE \parallel AC$，交 AB 于 E，$DF \parallel AB$ 交 AC 于 F，则四边形 $AEDF$ 的周长为(　　)

(A)6cm　　(B)12cm　　(C)18cm　　(D)24cm

3. ▱$ABCD$ 的周长为 28cm，$AB:BC=4:3$，那么 $AD=$ ________ cm，$CD=$ ________ cm.

4. 在▱$ABCD$ 中，$\angle A=150°$，$AB=4\text{cm}$，那么 AD 与 BC 间的距离等于 ________ cm.

5. 在▱$ABCD$ 中，$\angle A$ 的平分线与 BC 交于点 E，若 $AB=9\text{cm}$，$AD=15\text{cm}$，$\angle A=120°$，那么 $EC=$ ________ cm.

6. 已知一个平行四边形较长边比较短边的 2 倍少 2cm，且周长为 20cm，求平行四边形的各边长.

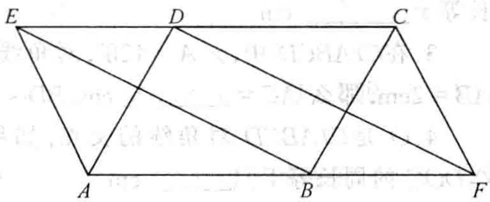

图 13-6

7. 如图 13-6，分别以▱$ABCD$ 的边 AD，BC 为边向形外画等边△ADE 和△CBF，求证：$BE=DF$.

13.3　平行四边形的性质(二)

【知识技能与情感目标】

1. 掌握平行四边形的性质定理 3 及其应用.

2. 学会运用平行四边形的性质定理进行简单的证明、计算.

重点：平行四边形的性质定理 3.

难点：综合运用平行四边形的有关性质去探索、寻求解题思路.

【例题与分析】

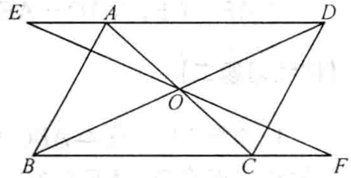

图 13-7

例 如图13-7,过▱$ABCD$ 的对角线交点 O 画直线,与 DA,BC 的延长线分别交于 E,F,求证:$OE=OF$.

证明 ∵ $ABCD$ 为平行四边形,∴ $OA=OC$,$AD\parallel BC$,∴ $\angle E=\angle F$.又∵ $\angle AOE=\angle COF$,∴ $\triangle AOE\cong\triangle COF$(AAS),∴ $OE=OF$.

【注意】 题目中出现平行四边形的对角线,应联想到平行四边形的性质定理 3.

【训练习题三】

1.平行四边形的两对角线长分别是 16cm,10cm,那么它的一边长是(　　)

(A)小于 26cm 或大于 6cm　　(B)小于 26cm 且大于 6cm

(C)小于 13cm 或大于 3cm　　(D)小于 13cm 且大于 3cm

2.已知▱$ABCD$ 的对角线 $AC=2$cm,$\triangle ABC$ 的周长等于 8cm,那么▱$ABCD$ 的周长等于________cm.

3.在▱$ABCD$ 中,$\angle A=120°$,对角线 AC 与 BD 分别是$\angle A$,$\angle B$ 的角平分线,若 $AB=2$cm,那么 $AC=$________cm,$BD=$________cm.

4.O 是▱$ABCD$ 对角线的交点,如果 $AC=12$cm,$BD=16$cm,$AB=10$cm,那么$\triangle DOC$ 的周长等于________cm.

5.如图 13-8,▱$ABCD$ 中,对角线 AC 与 BD 相交于 O,$AE\parallel CF$,求证:$EO=FO$.

6.如图 13-9,▱$ABCD$ 中,$BE=DF$,求证:EF 与 AC 互相平分.

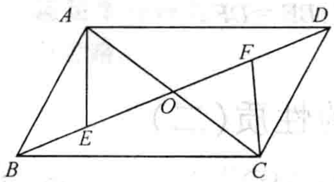

图 13-8

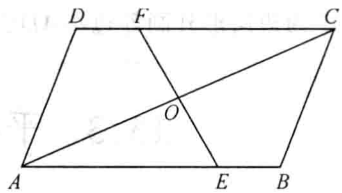

图 13-9

7.如图 13-10,▱$ABCD$ 的周长是 26cm,对角线 AC,BD 相交于 O,$\triangle AOB$ 与$\triangle AOD$ 的周长之差为 3cm,则▱$ABCD$ 相邻两边的长各为多少?

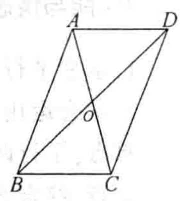

图 13-10

13.4　平行四边形的判定(一)

【知识技能与情感目标】

1. 掌握判定平行四边形的三种方法:定义、判定定理1和判定定理2.

2. 初步学会运用所学判定平行四边形的方法解决相关的问题.

重点:平行四边形判定定理1,2及其应用.

难点:灵活运用判定平行四边形的方法解决问题.

【例题与分析】

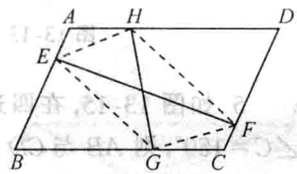

图13-11

例1　如图13-11,点 E,F,G,H 分别在▱$ABCD$ 的边上,且 $AE=CF,AH=CG$,求证:EF 与 GH 互相平分.

证明　连结 EG,GF,FH,HE.∵$ABCD$ 为平行四边形,∴$\angle A=\angle C,\angle B=\angle D$.又∵$AE=CF,AH=CG$,∴$\triangle AEH\cong\triangle CFG$(SAS),∴$EH=GF$.

同理,$\triangle BEG\cong\triangle DFH$,∴$EG=HF$.∴四边形 $EGFH$ 是平行四边形,∴EF 与 GH 互相平分.

【注意】　证明两条线段互相平分,一般把它们看作一个四边形的两条对角线,只要证这个四边形是平行四边形即可.

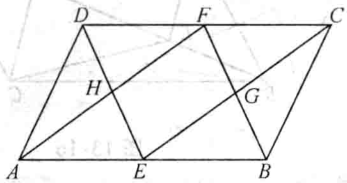

图13-12

例2　已知▱$ABCD$,E,F 分别为 AB,CD 的中点,求证:$EGFH$ 为平行四边形.

证明　∵$ABCD$ 为平行四边形,∴$AB/\!/CD$.∵E,F 分别为 AB,CD 的中点,∴$AE=\frac{1}{2}AB,CF=\frac{1}{2}CD$,∴$AE\,\underline{/\!/}\,CF$.∴$AECF$ 为平行四边形,∴$AF/\!/EC$.同理 $BF/\!/DE$.∴$EGFH$ 为平行四边形.

【训练习题四】

1. 四边形的四条边长分别是 a,b,c,d,其中 a,b 为对边,且满足 $a^2+b^2+c^2+d^2=2ab+2cd$,则这个四边形是(　　)

(A)任意四边形　　　　(B)对角线相等的四边形

(C)对角线垂直的四边形　　　　(D)平行四边形

2.两个全等的三角形按照不同的方式拼成四边形,这些四边形中平行四边形的个数是(　　)

(A)1 个　　(B)3 个　　(C)6 个　　(D)无数个

3.如图 13-13,▱$ABCD$ 中,$AD=2AB$,M 为 AD 的中点,则$\angle BMC=$________.

4.如图 13-14,▱$ABCD$ 中,$BE\perp CD$,$BF\perp AD$,E,F 为垂足,$\angle FBE=60°$,$AF=3\text{cm}$,$CE=4.5\text{cm}$,则$\angle C=$______,$\angle D=$______,$AB=$______,$BC=$______.

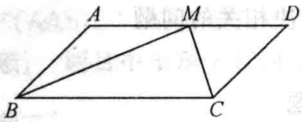

图 13-13

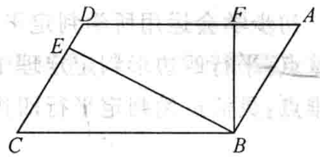

图 13-14

5.如图 13-15,在四边形 $ABCD$ 中,$\angle A+\angle B=180°$,$\angle B+\angle C=180°$,则 AB 与 CD 的大小关系是________.

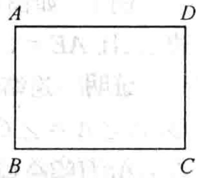

图 13-15

6.如图 13-16,▱$ABCD$ 中,$AE\perp BD$ 于 E,$CF\perp BD$ 于 F,求证:四边形 $AECF$ 是平行四边形.

7.如图 13-17,▱$ABCD$ 中,E,F 分别是 AB,CD 的中点,DE,BF 分别交AC 于 G,H,求证:$AH=CG$.

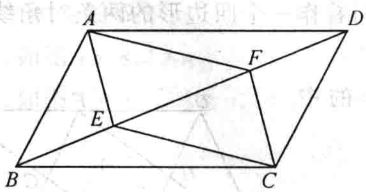

图 13-16

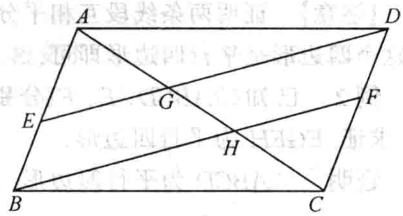

图 13-17

13.5　平行四边形的判定(二)

【知识技能与情感目标】

1.掌握平行四边形的判定定理 3.

2. 掌握平行四边形的判定与性质的内在联系，并灵活运用.

重点：平行四边形的判定定理 3 及其应用.

难点：解题思路的形成.

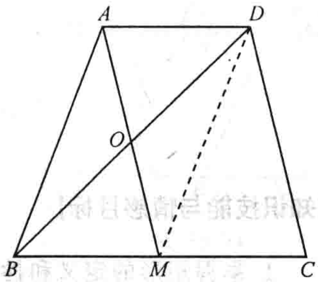

图 13-18

【例题与分析】

例 如图13-18，在四边形 $ABCD$ 中，M 是 BC 的中点，AM，BD 互相平分于点 O，求证：$AM=DC$.

证明 连结 DM. $\because AM$，BD 互相平分，$\therefore ABMD$ 为平行四边形，$\therefore AD \mathrel{\underline{\parallel}} BM$. 又 $\because M$ 是 BC 中点，$\therefore MC \mathrel{\underline{\parallel}} AD$，$\therefore AMCD$ 是平行四边形，$\therefore AM=DC$.

【注意】 平行四边形的判定与性质往往需要综合应用.

【训练习题五】

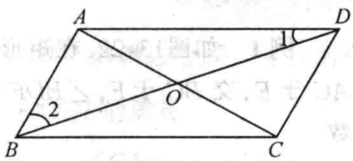

图 13-19

1. O 是四边形 $ABCD$ 的对角线交点，下列条件中不能判定这个四边形是平行四边形的是（　　）

(A) $AB=CD$，$AD=BC$

(B) $AO=CO$，$BO=DO$

(C) $AO=DO$，$CO=BO$

(D) $AB=CD$，$AB\parallel CD$

2. 一个四边形只要具有下列条件之一，就是平行四边形：两组对边________；两组对边________；一组对边________；两组对角________；对角线________.

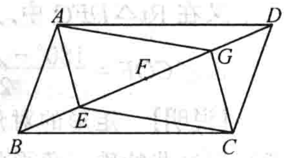

图 13-20

3. 如图 13-19，BO 是 $\triangle ABC$ 的中线，AO 是 $\triangle ABD$ 的中线，$\angle 1+\angle 2=60°$，则 $\angle BAD=$________度.

4. 如图 13-20，E，F，G 是 $\square ABCD$ 的对角线 BD 的四等分点，若 $\angle ECG=60°$，则 $\angle EAG=$________度.

5. 画 $\square ABCD$，使对角线 $AC=3\text{cm}$，$BD=4\text{cm}$，AC 和 BD 的夹角 $\angle BOC=120°$（不要求写画法，保留作图痕迹）.

6. 如图 13-21，已知 O 为等边 $\triangle ABC$ 内任意一点，且 $OD\parallel BC$ 交 AB 于 D，$OF\parallel AB$ 交 AC 于 F，$OE\parallel AC$ 交 BC 于 E. 求证：$OD+OE+OF=BC$.

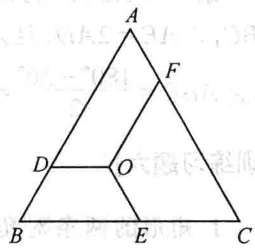

图 13-21

13.6　矩形的性质

【知识技能与情感目标】

1.掌握矩形的定义和性质.

2.理解矩形与平行四边形的区别与联系.

3.运用矩形的定义和性质解决有关问题.

重点:矩形的定义和性质.

难点:理解矩形和平行四边形的内在联系,并灵活运用.

【例题与分析】

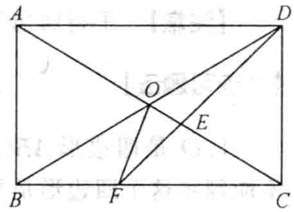

图 13-22

例 1　如图13-22,在矩形 $ABCD$ 中,DF 平分$\angle ADC$,交 AC 于 E,交 BC 于 F,$\angle BDF=15^\circ$,求$\angle DOC$ 和$\angle COF$ 的度数.

解　$\because DF$ 平分 $\mathrm{Rt}\angle ADC$,$\angle BDF=15^\circ$,$\therefore \angle ODC=\angle CDF+\angle FDB=45^\circ+15^\circ=60^\circ$.

又$\because OD=OC$(矩形的对角线相等且互相平分),$\therefore \triangle DOC$ 是等边三角形,$\therefore \angle DOC=60^\circ$,$OC=OD=DC$,$\angle DCO=60^\circ$.

又在 $\mathrm{Rt}\triangle DFC$ 中,$\angle DFC+\angle FDC=90^\circ$,$\therefore \angle DFC=45^\circ$,$CF=DC=OC$.

$\therefore \angle COF=\dfrac{180^\circ-\angle OCF}{2}=\dfrac{180^\circ-30^\circ}{2}=75^\circ$,$\therefore \angle DOC=60^\circ$,$\angle COF=75^\circ$.

【说明】　矩形的对角线总可以将矩形化为直角三角形或等腰三角形,解题时要注意利用这些特殊三角形的性质.

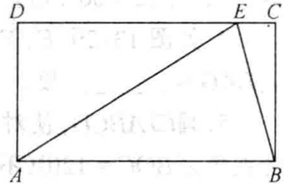

图 13-23

例 2　如图13-23,在矩形 $ABCD$ 中,E 为 CD 上一点,$AE=AB$,$AB=2BC$,求$\angle EBC$ 的度数.

解　$\because ABCD$ 为矩形,$\therefore AD=BC$;$\because AE=AB$,$AB=2BC$,$\therefore AE=2AD$,且$\angle D=\mathrm{Rt}\angle$,$\therefore \angle AED=30^\circ=\angle EAB$.

$\therefore \angle ABE=\dfrac{180^\circ-30^\circ}{2}=75^\circ$,$\therefore \angle EBC=90^\circ-75^\circ=15^\circ$.

【训练习题六】

1.矩形的两条对角线把矩形分成等腰三角形的个数是

(C)

(A)2　　(B)3　　(C)4　　(D)5

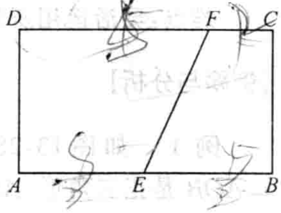

图 13-24

2. 如图 13-24, 在矩形 $ABCD$ 中, 点 E 为 AB 中点, 过 E 作直线 EF 交对边 CD 于 F 点, 若 $S_{四边形AEFD}:S_{四边形BCFE}=2:1$, 则 $DF:FC$ 等于(D)

(A)5:1　　(B)5:2　　(C)4:1　　(D)3:1

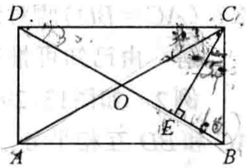

图 13-25

3. 如图 13-25, 在矩形 $ABCD$ 中, 作 $CE\perp BD$ 于 E, $\angle DCE:\angle ECB=2:1$, 则 $\angle ACE$ 的度数等于________.

4. 一个矩形的较短边为 3cm, 两条对角线较大的夹角为 120°, 则矩形的对角线长为________ cm.

5. 在矩形 $ABCD$ 中, $\angle A$ 的平分线 AE 交 BC 于 E, 若 $AB=1\text{cm}$, $\angle ADE=30°$, 则 $\angle AED=$________度, $DE=$ 2 cm, $AD=$________ cm.

6. 如图 13-26, 矩形 $EFGH$ 的顶点 F, G 在等腰 Rt△ABC 的斜边上, E, H 分别在直角边 AC 和 BC 上, 若 $EF=\frac{1}{2}EH$, $AB=12\text{cm}$, 求矩形 $EFGH$ 的周长.

7. 如图 13-27, 矩形 $ABCD$ 的两条对角线交于点 O, 求证: $\angle CAB=\angle BDC$.

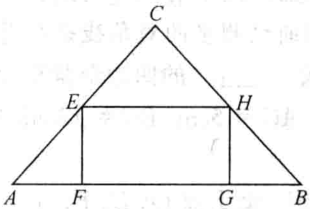

图 13-26

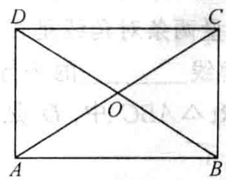

图 13-27

13.7　矩形的判定

【知识技能与情感目标】

1. 掌握矩形的两个判定定理.

2. 理解“直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半”这个定理及其逆定理.

重点: 矩形的判定.

难点：灵活运用所学知识把三角形问题转化为矩形问题.

【例题与分析】

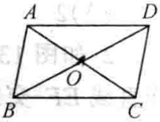

图 13-28

例 1　如图 13-28，▱$ABCD$ 的对角线 AC，BD 交于点 O，$\triangle AOB$ 是正三角形，$AB=4$，求这个平行四边形的面积.

分析　这个平行四边形有没有特殊性呢？$\triangle AOB$ 是正三角形可推出什么？($OA=OB$)平行四边形的对角线有什么性质？结合 $OA=OB$ 可推出什么？($AC=BD$)两对角线相等的平行四边形是什么四边形？求面积只需再求出什么？

解　由已知可推知四边形 $ABCD$ 为矩形，其面积为 $16\sqrt{3}$.

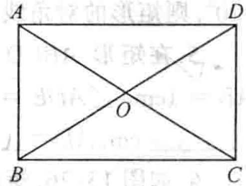

图 13-29

例 2　如图13-29，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle A=90°$，对角线 AC 和 BD 互相平分，求证：$AC=BD$.

证明　$\because AC$，BD 互相平分，$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形. 又 $\because \angle A=90°$，$\therefore ABCD$ 是矩形，$\therefore AC=BD$.

【训练习题七】

1. 检查一个门框是否是矩形的方法是(　　)

(A)测量两条对角线是否相等　　(B)用曲尺测量有三个角是直角

(C)测量两条对角线是否互相平分　　(D)用曲尺测量两对角线是否垂直

2. 对角线_________的平行四边形是矩形，对角线_________的四边形是矩形.

3. 在 Rt$\triangle ABC$ 中，D 是斜边 AB 的中点，若 $AC=5$cm，$BC=12$cm，则 $DC=$_________cm.

4. 如图 13-30，在矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC，BD 交于点 O，E，F，G，H 分别是 AO，BO，CO，DO 的中点，求证：$EFGH$ 是矩形.

5. 如图 13-31，在▱$ABCD$ 中，对角线交于点 O，EF 过点 O 交 AD 于 E，交 BC 于 F，且 $AF\perp BC$，求证：四边形 $AFCE$ 是矩形.

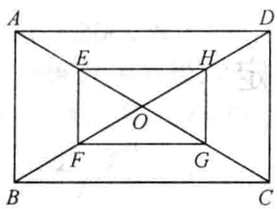

图 13-30

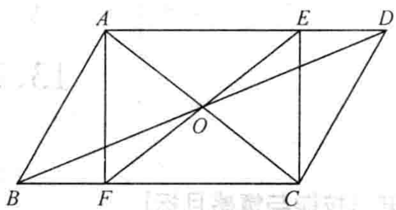

图 13-31

6. 求证平行四边形各内角平分线所围成的四边形是矩形.

13.8 菱 形

【知识技能与情感目标】

1.理解菱形与平行四边形的内在联系，掌握菱形的定义和性质.

2.学会运用菱形的定义和性质进行简单的计算和证明.

3.能根据菱形的定义和判定定理进行简单的判定.

重点：菱形的定义和性质.

难点：学会运用菱形的定义和性质进行证明和计算.

【例题与分析】

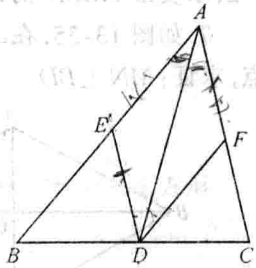

图 13-32

例1 如图13-32，已知 AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线、$DE \parallel AC$，$DF \parallel AB$，求证：四边形 $AEDF$ 是菱形.

证明 $\because DE \parallel AC$，$DF \parallel AB$，$\therefore$ 四边形 $AEDF$ 是平行四边形. $\because AD$ 平分 $\angle BAC$，$\therefore \angle BAD = \angle DAC$. $\because AB \parallel DF$，$\therefore \angle BAD = \angle ADF$，$\therefore \angle DAF = \angle ADF$，$\therefore AF = DF$. $\therefore$ $\square AEDF$ 是菱形.

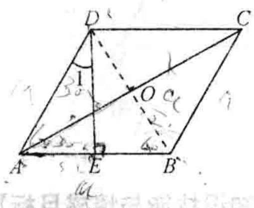

图 13-33

例2 如图13-33，已知菱形 $ABCD$，E 是 AB 的中点，$DE \perp AB$，$AB = a$，求：(1) $\angle ABC$ 的度数；(2) AC 的长；(3)菱形 $ABCD$ 的面积.

解 (1) $\because E$ 为 AB 中点，$ABCD$ 为菱形，$\therefore EA = EB = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}AD$.

$\because DE \perp AB$，$\therefore \angle 1 = 30°$，$\angle DAB = 60°$，$\therefore \triangle ABD$ 为正角形，$\therefore \angle ABC = 120°$.

(2) $\because OA = DE = \frac{\sqrt{3}}{2}a$，$AC = 2OA = \sqrt{3}a$.

(3) $S_{\text{菱形}ABCD} = \frac{1}{2} \times AC \times BD = \frac{1}{2} \times \sqrt{3}a \times a = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2$.

答：$\angle ABC = 120°$；$AC = \sqrt{3}a$；$S_{\text{菱形}ABCD} = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2$.

【训练习题八】

1.下列命题中，正确的是(　　)