新世纪地方高等院校专业系列教材

普通物理学

（上册）第二版

主编　张晋鲁　黄新民

南京大学出版社

全国教育科学“十五”规划课题项目

新世纪地方高等院校专业系列教材

普通物理学

（上册）第二版

主　编　张晋鲁　黄新民
副主编　阿克木哈孜·马力克
　　　　周恒为　郭　玲　孙　毅
编　者　（以姓氏笔画为序）
　　　　付清荣　古丽姗　古丽娜尔·瓦孜汗
　　　　李玉强　孙　毅　宋太平　沐仁旺
　　　　阿克木哈孜·马力克　张晋鲁　张国梁
　　　　周恒为　赵新军　郭　玲
　　　　黄新民　潘宏利
主　审　黄以能

南京大学出版社

内容简介

本书以普通物理学教学大纲(非物理专业)为依据，系统地论述了物理学的基本内容，包括力学、振动与波、热学、电磁学、光学和量子物理 6 篇共 25 章. 全书内容丰富，观点明确，并注重物理思想方法的训练，以达到启发思维，培养能力的目的. 该书特别对基本概念、基本理论、基本规律和方法的叙述严密、准确，重点突出，脉络分明，尤其对定理和公式的推导、分析、应用表述简明、清晰.

本书可作为理工科、师范院校及各类成人大学普通物理课程的教材，也可供广大青年自学参考.

图书在版编目(CIP)数据

普通物理学 ：全 2 册 / 张晋鲁，黄新民主编. —2 版. —南京 ：南京大学出版社，2015.8

新世纪地方高等院校专业系列教材

ISBN 978-7-305-15721-9

Ⅰ. ①普… Ⅱ. ①张… ②黄… Ⅲ. ①普通物理学—高等学校—教材 Ⅳ. ①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 188434 号

出版发行 南京大学出版社
社　　址 南京市汉口路 22 号　　邮　编 210093
出 版 人 金鑫荣

丛 书 名 新世纪地方高等院校专业系列教材
书　　名 普通物理学(上册)(第二版)
主　　编 张晋鲁　黄新民
责任编辑 孟庆生　吴　华　　编辑热线 025-83592146

照　　排 南京南琳图文制作有限公司
印　　刷 常州市武进第三印刷有限公司
开　　本 787×1092 1/16　印张 12.75　字数 295 千
版　　次 2015 年 8 月第 2 版　2015 年 8 月第 1 次印刷
ISBN 978-7-305-15721-9
总 定 价 64.00 元(上、下册)

网址：http://www.njupco.com
官方微博：http://weibo.com/njupco
官方微信号：njupress
销售咨询热线：(025) 83594756

第二版前言

本教材自2005年出版发行后，在全国多所“新世纪地方高等院校教材编委会”成员院校使用，不仅得到了较好的评价，也极大地促进了所在学校的教育教学改革，如，伊犁师范学院物理科学与技术学院（原物理与电子信息学院）“大学物理”教研团队在创作和使用教材的过程中，不断深化和加大“大学物理”教学改革，取得了丰硕成果，先后获得了自治区高等学校优秀教学成果三等奖、“大学物理”自治区精品课程、教学团队和实验教学示范中心等诸多殊荣。另外，通过10年对教材的不断挖掘总结，我们也发现许多不足和问题，我们对众多问题进行了论证，最后提出了修订意见并融入此书，修改的主要内容包括：

1. 将原教材部分章节的顺序进行了调换，如，调换“第三篇　电磁学”和“第四篇　热学”的顺序。这样授课教师可以在第一学期把力学和热学部分讲完（即第一编、第二篇和第三篇），第二学期完成电磁学、光学和量子物理学内容的讲解，更方便教学。

2. 发现并且修订了原教材存在的一些问题，这不仅使得原教材更加细致和精练，而且极大地减少了由于错误导致学生在阅读时花费的大量时间和精力。

3. 修改了原教材的部分插图，使之更形象、准确。

4. 根据广大学生和教师的愿望，我们增加了习题答案，给学生提供了解题线索和思路。

在陕西理工学院、伊犁师范学院、喀什大学、昌吉学院和新疆教育学院通力合作和辛勤努力下，特别是在此过程中得到了新疆教育学院科学教育学院院长蔡万玲教授的特别关注和帮助，本书修订工作得以圆满完成，对上述各位老师和专家表示衷心感谢。

本书在再版过程中得到了南京大学出版社、“新世纪地方高等院校教材编委会”的大力支持和帮助，对此表示衷心感谢。

本书主编为新疆教育学院张晋鲁、陕西理工学院黄新民，副主编为伊犁师范学院阿克木哈孜·马力克、周恒为，新疆喀什大学郭玲，昌吉学院孙毅，编委则由长期从事“大学物理”教学的专业教师担任。本书习题解答由李祯、阿布都外力·卡力、刘什敏等老师完成，数据由鹿桂花、玛丽娜·阿西木汗等老师整理。南京大学物理学院博士生导师、新疆“天山特聘教授”黄以能仔细审核了此书。对他（她）们所付出的努力表示衷心感谢。

相信本书的修订版一定会在保持原貌的基础上，更加丰富多彩。当然，再版后的本书也必将会存在不妥之处，这既反映了科学进步和教育发展，也说明作者的水平有限，恳请专家学者及广大读者不吝指正。

该书可作为师范院校、综合院校非物理专业本专科学生“大学物理学”的教材，也可作为高等学校理科双语班“大学物理学”的教材。同时，也是“大学物理”研究生考试科目重要参考书和广大物理爱好者的理想读物。

编者
2015年7月

目 录

第一篇 力 学

第二篇 振动与波

第三篇　热　学

第一篇 力学

第1章 质点运动学

经典力学是研究物体的机械运动规律的. 所谓机械运动，是一个物体相对另一个物体的位置，或一个物体内部的一部分相对其他部分的位置随时间的变化过程. 描述机械运动常用位移、速度、加速度等物理量. 力学中描述物体怎样运动的内容叫作运动学，即描述物体的位移、速度、加速度等随时间的变化规律.

§1.1 参照系和坐标系

1. 参照系和坐标系

为了描述物体的机械运动，即它的位置随时间的变化规律，就必须选择一个物体或几个相互间保持静止或相对静止的物体作为参考. 被选为参考的物体称为参照系. 例如，确定交通车辆的位置时，我们用固定在地面上的一些物体，如路旁的树或房子等作为参照系.

同一物体的运动，由于选择的参照系不同，会表现为各种不同的形式. 例如，在地面上匀速前进的车厢中一个自由下落的石块，以车厢为参照系，石块是做直线运动. 如果以地面作参照系，则石块将做曲线运动. 物体运动的形式随参照系的不同而不同，这个事实叫运动的相对性. 由于运动的相对性，当我们描述一个物体的运动时，就必须指明是相对于什么参照系来说的.

确定了参照系之后，为了定量地说明一个物体相对于此参照系的空间位置，就在此参照系上建立固定的坐标系. 一般地选用笛卡儿直角坐标系，根据需要也可以选用其他坐标系，如极坐标系、球面坐标系或柱面坐标系等.

2. 时间和时刻

“时间”这个词在我们生活中随时都能遇到. 在物理学中，它代表一个重要物理量，是国

际单位制(SI)中的七个基本物理量之一.但是,在生活的习语中,时刻和时间这两个概念常被混淆了."时刻"是指时间流逝中的"一瞬",对应于时间轴上一点.时刻为正或负表明在计时起点以后或以前.物体在某一位置必与一定时刻相对应."时间"是指自某一初始时刻至终止时刻所经历的时间间隔,它对应于时间轴上一个区间,物体位置变动总在一定时间内发生.

§1.2 质点 位矢和位移

1. 质点

我们知道,任何实际物体,大至宇宙中的天体,小至原子核、电子以及其他微观粒子,都具有一定的体积和形状.如果在所研究的问题中,物体的体积和形状是无关紧要的,我们就可以把它看作质点.所谓"质点",是没有体积和形状,只具有一定质量的理想模型.质点是力学中一个十分重要的概念.一个质点的运动,即它的位置随时间的变化,可以用数学函数的形式表示出来.作为时间函数的三个直角坐标值一般可以表示为

$$x = x(t),\ y = y(t),\ z = z(t). \tag{1-1}$$

这样的一组函数叫作质点的运动函数(或运动方程).

2. 位置矢量

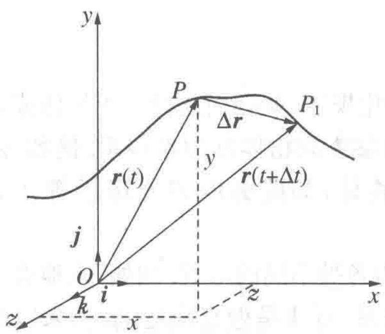

图 1-1 质点的位矢 $\boldsymbol{r}(t)$ 和位移 $\Delta\boldsymbol{r}$

质点的位置可以用矢量的概念更简洁清楚地表示出来.为了表示质点在时刻 t 的位置 P,我们从原点向此质点引一有向线段 OP,并记作矢量 $\boldsymbol{r}$ 如图 1-1 所示.$\boldsymbol{r}$ 的方向说明了 P 点相对于坐标轴的方位,$\boldsymbol{r}$ 的大小(即它的模)表明了原点到 P 点的距离.方位和距离都知道了,P 点的位置也就确定了.由参照系上的参考点 O 引向质点所在位置的矢量 $\boldsymbol{r}$ 叫作质点的位置矢量,简称位矢.质点在运动时,它的位矢是随时间变化的,这一变化规律一般可以用函数

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t) \tag{1-2}$$

来表示.上式就是质点的运动函数的矢量表示式.

在直角坐标系中,位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 沿三个坐标轴的投影,即坐标分量 $x,\ y,\ z$.以 $\boldsymbol{i},\ \boldsymbol{j},\ \boldsymbol{k}$,分别表示沿 $x,\ y,\ z$ 轴正方向的单位矢量,则位矢 $\boldsymbol{r}$ 和它的三个分量的关系就可以用矢量合成公式

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k} \tag{1-3}$$

表示,式中等号右侧各项分别是位矢 $\boldsymbol{r}$ 沿各坐标轴的分矢量,它们的大小分别等于各坐标

值的大小，其方向是各坐标轴的正向或负向，取决于各坐标值的正或负.

位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 的大小为

$$r=|\boldsymbol{r}|=\sqrt{x^2+y^2+z^2};$$

位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 的方向，可用方向余弦表示

$$\cos\alpha=\frac{x}{r},\ \cos\beta=\frac{y}{r},\ \cos\gamma=\frac{z}{r}.$$

它们之间有如下的关系为

$$\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1.$$

根据以上的讨论，我们还可以得到如下的关系

$$\boldsymbol{r}(t)=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}+z(t)\boldsymbol{k}. \tag{1-4}$$

式(1-4)表明，质点的实际运动是各分运动的矢量合成.

3. 位移

经过 Δt 时间，质点由 P 点移动到 P_1 点，在这一段时间内它的位置的改变叫作它在这段时间内的位移. 设质点在 t 和 $t+\Delta t$ 时刻分别通过 P 和 P_1 点(图1-1)，其位矢分别是 $\boldsymbol{r}(t)$ 和 $\boldsymbol{r}(t+\Delta t)$，则由 P 引到 P_1 的矢量表示位矢的增量，即

$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t+\Delta t)-\boldsymbol{r}(t).$$

这一位矢的增量就是质点在 t 到 $t+\Delta t$ 这一段时间内的位移.

位移描述了质点在一段时间内位置变动的总效果，既有大小又有方向. 它不表示质点在其轨迹上所经路径的长度. 在一段时间内，质点在其轨迹上经过的路径的总长度叫路程. 应注意两者的区别.

§1.3 速度 加速度

1. 速度

研究质点的运动，不仅要知道质点的位移，还必须知道在多长时间内发生了这一位移，即要知道质点运动的快慢程度. 设质点在 Δt 时间内的位移为 $\Delta\boldsymbol{r}$，则

$$\bar{\boldsymbol{v}}=\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} \tag{1-5}$$

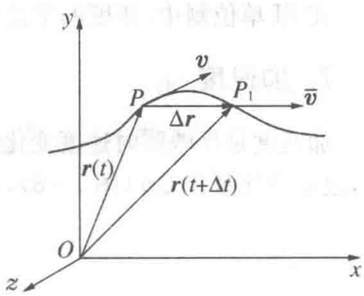

图1-2 平均速度 $\bar{\boldsymbol{v}}$ 和速度矢量 $\boldsymbol{v}$

称作质点在这一段时间内的平均速度，以 $\bar{\boldsymbol{v}}$ 表示. 平均速度也是矢量，它的方向就是位移的方向(如图1-2所示). 如果我们要知道任一时刻质点的速度，用平均速度

是不够精确的，故取极限，当 Δt 趋于零时，(1-5)式的极限，即质点位矢对时间的变化率，叫作质点在时刻 t 的瞬时速度，简称速度. 用 $\boldsymbol{v}$ 表示速度，就有

$$\boldsymbol{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\bar{\boldsymbol{v}}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}. \tag{1-6}$$

速度的方向，就是 Δt 趋于零时，$\Delta\boldsymbol{r}$ 的方向. 如图 1-2 所示，当 Δt 趋于零时，P_1 点向 P 点趋近，而 $\Delta\boldsymbol{r}$ 的方向最后将与质点运动轨道在 P 点的切线一致.

速度的大小叫速率，以 v 表示，则有

$$v=|\boldsymbol{v}|=\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta \boldsymbol{r}|}{\Delta t}. \tag{1-7}$$

描述质点沿轨道运动的快慢，也常用速率的概念. 设质点在 Δt 时间内，沿轨道移动了 Δs 的路程，则平均速率为

$$\bar{v}=\frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

当 Δt 趋于零时，位移的大小 $|\Delta\boldsymbol{r}|$ 可以认为与路程 Δs 相等，因此可以得到

$$v=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta \boldsymbol{r}|}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=|\boldsymbol{v}|. \tag{1-8}$$

这就是说速率又等于质点所走过的路程对时间的变化率.

将式(1-4)代入式(1-6)，由于沿三个坐标轴的单位矢量都不随时间改变，所以有

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}+v_z\boldsymbol{k}, \tag{1-9}$$

等号右面三项分别表示沿三个坐标轴方向的分速度. 上式表明，质点的速度 $\boldsymbol{v}$ 是各分速度的矢量和. 速度沿三个坐标轴的分量 v_x，v_y，v_z 分别为

$$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t},\ v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t},\ v_z=\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}. \tag{1-10}$$

在直角坐标系中，速度的大小用各分速度大小表示为

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2}. \tag{1-11}$$

在 SI 单位制中，速度的单位是 $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

2. 加速度

加速度是反映瞬时速度变化快慢的物理量. 与求速度的过程一样，设质点经过 Δt 时间，速度变化量为 $\Delta\boldsymbol{v}$（图 1-3），则平均加速度为

$$\bar{\boldsymbol{a}}=\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}. \tag{1-12}$$

它反映了质点在 Δt 这段时间内的速度的平均变化率. 当 Δt 趋于零时，此平均加速度的极

限，即速度对时间的变化率，叫质点在时刻 t 的瞬时加速度，简称加速度. 以 $\boldsymbol{a}$ 表示加速度，就有

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}. \quad (1-13)$$

它是速度对时间的变化率，所以不管是速度的大小发生变化，还是速度的方向发生变化，都有加速度. 利用(1-6)式，还可得

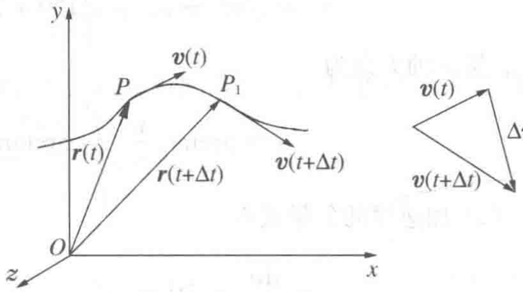

图 1-3 平均加速度 $\bar{\boldsymbol{a}}$ 和加速度矢量 $\boldsymbol{a}$

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}, \quad (1-14)$$

即加速度等于速度对时间的一阶导数，或等于位矢对时间的二阶导数. 在直角坐标系中，加速度的分量表示式如下：

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k}, \quad (1-15)$$

加速度沿三个坐标轴的分量分别是

$$\begin{cases} a_x=\dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}, \\ a_y=\dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}, \\ a_z=\dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}, \end{cases} \quad (1-16)$$

加速度的大小用分量表示为

$$a=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}. \quad (1-17)$$

加速度的方向是速度增量 $\Delta\boldsymbol{v}$ 的极限方向，一般与同一时刻的速度方向不相一致. 在直线运动中，加速度和速度的方向在同一条直线上，可以有同向或反向两种情况；在曲线运动中，加速度 $\boldsymbol{a}$ 的方向总是指向曲线凹的一侧.

在 SI 单位制中，加速度的 SI 单位是 $\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

例题 1.1. 质点的运动方程为 $x=-10t+30t^2$ 和 $y=15t-20t^2$，式中 x，y 的单位是 m，t 的单位是 s. 试求：(1) 初速度的大小和方向；(2) 加速度的大小和方向.

解 (1) 速度的分量式为

$$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=-10+60t, \quad v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=15-40t.$$

当 $t=0$ 时，$v_{0x}=-10\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$，$v_{0y}=15\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$，则初速度大小为

$$v_0=\sqrt{v_{0x}^2+v_{0y}^2}=\sqrt{100+225}=18.0(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}).$$

而 v_0 与 x 轴夹角为

$$\alpha=\arctan\frac{v_{0y}}{v_{0x}}=\arctan\frac{15}{-10}=123°41'.$$

(2) 加速度的分量式为

$$a_x=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=60\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2},\quad a_y=\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=-40\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2},$$

则其加速度的大小为

$$a=\sqrt{a_x^2+a_y^2}=\sqrt{60^2+(-40)^2}=72.1(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}).$$

a 与 x 轴的夹角为

$$\beta=\arctan\frac{a_y}{a_x}=\arctan\frac{-40}{60}=-33°41'(\text{或 }326°19').$$

由上例可以看出，如果知道了质点的运动函数，我们就可以根据速度和加速度的定义用求导数的方法求出质点在任何时刻(或经过任意位置时)的速度和加速度. 然而，在许多实际问题中，往往可以先求质点的加速度，而且要求在此基础上求出质点在各时刻的速度和位置. 求解这类问题需要用积分的方法，下面我们以匀变速运动为例来说明这种方法.

§1.4 直线运动

在直线运动中，位移、速度和加速度各矢量都在同一条直线上，所以我们可把各有关量作为标量来处理. 设质点沿 Ox 轴做直线运动，显然，质点的坐标 x 是随时间而变化的，因此，质点的运动方程可写为

$$x=x(t).$$

相应地，瞬时速度和加速度也可分别写为

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t},\quad a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}.$$

v 和 a 的正负，并不表示质点在原点的右边或左边，只表示它们的指向是沿 Ox 轴正方向或负方向.

1. 匀速直线运动

在匀速直线运动中，由于加速度 a 等于零，速度 v 为常数 c，即

$$a = 0, \quad v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = c.$$

设质点沿 Ox 轴做匀速直线运动的初始状态为：$t = 0$ 时，$x = x_0$，则通过对上式的积分即可求出质点做匀速直线运动的运动学方程为

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = c,\ v\mathrm{d}t = \mathrm{d}x,\ \int_0^t v\mathrm{d}t = \int_{x_0}^{x} \mathrm{d}x,$$

$$x = x_0 + vt. \tag{1-18}$$

这就是匀速直线运动的运动学方程.

2. 匀变速直线运动

在匀变速直线运动中，设质点沿 Ox 轴做匀变速直线运动，加速度 a 为一常数 c，即

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} = c.$$

初始状态为：$t = 0$ 时，$x = x_0$，$v = v_0$. 同样通过对上式进行积分，就可导出匀变速直线运动的三个基本公式.

因为 $a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$，所以 $a\mathrm{d}t = \mathrm{d}v$，对两边积分，即

$$\int_{v_0}^{v} \mathrm{d}v = \int_0^t a\mathrm{d}t.$$

积分得

$$v = v_0 + at. \tag{1-19}$$

这就是确定质点在匀变速直线运动中速度 v 的时间函数式.

因为

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}, \quad v\mathrm{d}t = \mathrm{d}x,$$

所以将(1-19)式代入上式，得

$$(v_0 + at)\mathrm{d}t = \mathrm{d}x,$$

两边取积分得

$$\int_{x_0}^{x} \mathrm{d}x = \int_0^t (v_0 + at)\mathrm{d}t, \quad x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2,$$

或

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2. \tag{1-20}$$

这就是在匀变速直线运动中确定质点位置的时间函数式，也就是质点的运动方程.

另外，如果把瞬时加速度改写为

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\cdot\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x},$$

即

$$v\mathrm{d}v=a\mathrm{d}x,$$

则两边积分得

$$\int_{v_0}^{v}v\mathrm{d}v=\int_{x_0}^{x}a\mathrm{d}x,\quad \frac{1}{2}(v^2-v_0^2)=a(x-x_0),$$

或

$$v^2=v_0^2+2a(x-x_0). \tag{1-21}$$

这就是质点做匀变速直线运动时，质点坐标 x 和速度 v 之间的关系式.

在这三个匀变速直线运动的基本公式中，只有两个是独立的，如(1-21)式可由(1-19)式和(1-20)式消去时间 t 得到.

例题 1.2 一质点由静止出发，它的加速度在 x 轴和 y 轴上的分量为 $a_x=10t$ 和 $a_y=5t^2$ (a 的单位为 $\mathrm{m\cdot s^{-2}}$). 试求 5 s 时质点的速度和位置.

解 取质点的出发点为坐标原点. 质点的加速度为

$$\boldsymbol{a}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}=10t\boldsymbol{i}+5t^2\boldsymbol{j}. \tag{1}$$

依据 $\boldsymbol{a}=\mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t$ 及初始条件 $t=0$ 时，$v_0=0$，对式(1) 进行分离变量并积分，则

$$\int_0^v\mathrm{d}\boldsymbol{v}=\int_0^t(10t\boldsymbol{i}+5t^2\boldsymbol{j})\mathrm{d}t,$$

$$\boldsymbol{v}=5t^2\boldsymbol{i}+\frac{5}{3}t^3\boldsymbol{j}. \tag{2}$$

当 $t=5$ s 时，则

$$\boldsymbol{v}=\left(125\boldsymbol{i}+\frac{1}{3}\times 625\boldsymbol{j}\right)\mathrm{m\cdot s^{-1}}.$$

又由 $\boldsymbol{v}=\mathrm{d}\boldsymbol{r}/\mathrm{d}t$ 及初始条件 $t_0=0$ 时，$r_0=0$. 对式(2)进行分离变量并积分，则

$$\int_0^r\mathrm{d}\boldsymbol{r}=\int_0^t\left(5t^2\boldsymbol{i}+\frac{5t^3}{3}\boldsymbol{j}\right)\mathrm{d}t.$$

得

$$\boldsymbol{r}=\frac{5t^3}{3}\boldsymbol{i}+\frac{5t^4}{12}\boldsymbol{j}.$$

当 $t=5$ s 时，有

$$\boldsymbol{r}=\left(\frac{625}{3}\boldsymbol{i}+\frac{3\,125}{12}\boldsymbol{j}\right)\mathrm{m}.$$

§1.5　曲线运动

自然界和工程技术中常见的物体的运动，多数是曲线运动，直线运动只是一种特殊情况，这里将着重讨论质点做平面曲线运动中的两个最常见的运动——圆周运动、抛体运动.

1. 匀速率圆周运动

质点做匀速率圆周运动时，它的速率恒定不变，速度的方向时刻在变化. 设圆周的半径为 R，圆心为 O，在 t 时刻，质点处在圆周上的 A 点处，速度为$\boldsymbol{v}$；在 $t+\Delta t$ 时刻，质点在 B 处，速度为 $\boldsymbol{v}'$，$|\boldsymbol{v}|=|\boldsymbol{v}'|$，如图 1-4(a)所示. 在 Δt 时间内，速度的变化为 $\Delta\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}'-\boldsymbol{v}$，如图 1-4(b)，则质点在 t 时刻的瞬时加速度为

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}.$$

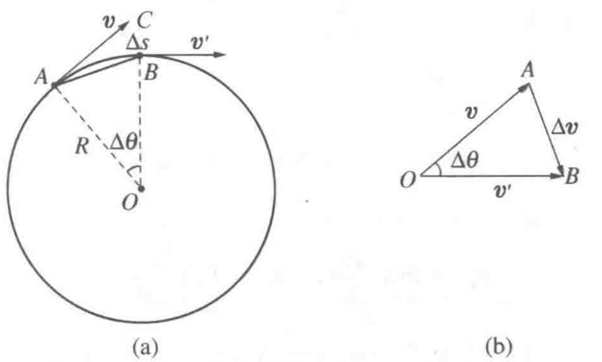

图 1-4　匀速圆周运动的加速度

由图 1-4 可知，图(a)中$\triangle OAB$ 和图(b)中$\triangle OAB$ 是两个相似等腰三角形.

$$\frac{|\Delta\boldsymbol{v}|}{v}=\frac{\overline{AB}}{R}.$$

当 $\Delta\theta\to 0$ 时，弦$\overline{AB}$趋于弧$\widehat{AB}$，即 Δs. 所以

$$\frac{|\Delta\boldsymbol{v}|}{\Delta t}=\frac{v}{R}\cdot\frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

因此，瞬时加速度的大小为

$$|\boldsymbol{a}|=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta\boldsymbol{v}|}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{v}{R}\cdot\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{v^2}{R}.\tag{1-22}$$

瞬时加速度的方向如图 1-4 所示，当 $\Delta t\to 0$ 时，$\Delta\theta\to 0$，因此，加速度 $\boldsymbol{a}$ 的方向与$\boldsymbol{v}$垂直，指向圆心，所以加速度 $\boldsymbol{a}$ 也称为向心加速度或法向加速度.

2. 变速圆周运动

质点做变速圆周运动时,它的速率不再恒定不变,速度除了方向变化外,大小也时刻在变化. 设在 t 时刻,质点处在圆周上的 A 点处,速度为$\boldsymbol{v}$;在 $t+\Delta t$ 时刻,质点在 B 处,速度为$\boldsymbol{v}'$,如图 1-5(a)所示. 在 Δt 时间内,速度的变化为 $\Delta\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}'-\boldsymbol{v}$,如图 1-5(b),$\Delta\boldsymbol{v}$ 可以分解为 $\Delta\boldsymbol{v}=\Delta\boldsymbol{v}_n+\Delta\boldsymbol{v}_t$,其中,$\Delta\boldsymbol{v}_n$是由于运动方向改变引起的速度增量,$\Delta\boldsymbol{v}_t$是由于速度大小改变引起的速度增量,则质点在 t 时刻的瞬时加速度为

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}_n}{\Delta t}+\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}_t}{\Delta t}=\boldsymbol{a}_n+\boldsymbol{a}_t, \tag{1-23}$$

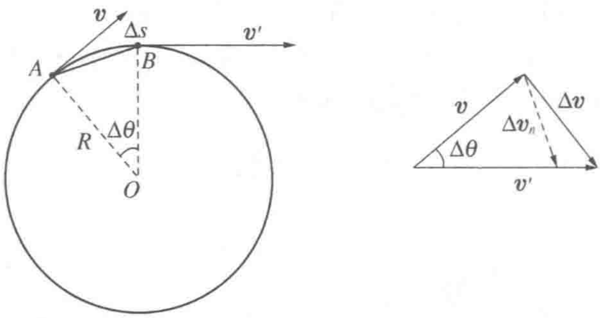

图 1-5 变速圆周运动的加速度

其中

$$\boldsymbol{a}_n=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}_n}{\Delta t},\quad \boldsymbol{a}_t=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}_t}{\Delta t}.$$

这就是说,加速度 $\boldsymbol{a}$ 可以看成是两个分加速度的合成. $\boldsymbol{a}_n$ 反映质点速度方向的改变,称法向加速度,指向圆心;$\boldsymbol{a}_t$ 反映质点速度大小的改变,其极限方向在 A 点的切线方向上,称切向加速度. 它们的大小分别为

$$a_n=\frac{v^2}{R},\quad a_t=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v_t}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}.$$

因此,质点做变速圆周运动时,加速度的大小和方向可由下式确定

$$a=\sqrt{a_n^2+a_t^2}=\sqrt{\left(\frac{v^2}{R}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\right)^2}$$

$$\tan\theta=\frac{a_n}{a_t},$$

其中,θ 是加速度 $\boldsymbol{a}$ 与圆周切线方向之间的夹角. 当质点做匀速率圆周运动时,$a_t=0$,$\theta=90^\circ$.