



高等院校石油天然气类规划教材

信号分析与处理

(第二版)

王云专 王润秋 主编

陈小宏 主审



石油工业出版社
Petroleum Industry Press

高等院校石油天然气类规划教材

信号分析与处理

(第二版)

王云专 王润秋 主编

陈小宏 主审

石油工业出版社

内 容 提 要

本书系统介绍了信号分析与处理的基本理论和基本分析方法。全书共分9章, 主要内容
包括信号与系统、傅里叶分析与信号频谱、连续信号的离散化与抽样定理、褶积与相关、离
散傅里叶变换与快速傅里叶变换、拉普拉斯变换、 z 变换、数字滤波器、二维信号分析。

本书可作为勘查技术与工程、地球物理学等大学本科专业的教科书, 也可作为在地球物
理勘探、通信、图像处理等领域从事信号处理工作的科技工作者的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

信号分析与处理/王云专, 王润秋主编. —2版.

北京: 石油工业出版社, 2015. 11

(高等院校石油天然气类规划教材)

ISBN 978—7—5183—0909—2

I. 信…

II. ①王…②王…

III. ①信号分析—高等学校—教材 ②信号处理—高等学校
—教材

IV. TN911

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 235972 号

出版发行: 石油工业出版社

(北京安定门外安华里 2 区 1 号 100011)

网 址: www.petropub.com

编辑部: (010) 64523693

图书营销中心: (010) 64523633 (010) 64523731

经 销: 全国新华书店

排 版: 北京苏冀博达科技有限公司

印 刷: 北京中石油彩色印刷有限责任公司

2015 年 11 月第 2 版 2015 年 11 月第 5 次印刷

787×1092 毫米 开本: 1/16 印张: 14.75

字数: 374 千字

定价: 30.00 元

(如出现印装质量问题, 我社图书营销中心负责调换)

版权所有, 翻印必究

第二版前言

本书第一版于2006年出版,已在多所石油院校的勘查技术与工程、地球物理学等专业连续应用9年。这期间,这一学科领域的理论与实践研究迅速发展,分析方法不断更新,技术应用范围日益扩展。然而,通过对国内外许多院校的调查,就本科生“信号分析与处理”课程而言,它的教学要求和基本内容却相对稳定。我们结合教学实践,在广泛听取教师在教学中的体会和经验的基础上,对该教材进行了修订。

在第一版的基础上,删掉了第10章拉东变换与 τ - p 变换,对第1章到第9章进行了一定的补充和修订。各章的主题仍与第一版相同,主要是增加了一些例题及在地震资料分析和处理中的应用。

修订工作的分工是:第1、2、6章由东北石油大学的王云专修订;第3、4章由西安石油大学的苏海修订;第5、8章由西南石油大学的邬世英修订;第7、9章由中国石油大学(北京)的王润秋修订。本次修订工作由中国石油大学(北京)的陈小宏教授审阅,在此对陈小宏教授表示衷心的感谢。

在本书的修订过程中,东北石油大学的石颖教授提出很多宝贵意见和建议,在此深表感谢。真诚感谢使用过本书第一版的教师、学生和广大读者,并热诚欢迎继续对本书第二版提出宝贵意见和建议,以便将来进一步修订。

编 者

2015年7月

第一版前言

信号分析与处理是20世纪60年代以来,随着信息技术和计算机技术的高速发展而迅速发展起来的一门新兴学科,它广泛应用于许多科学技术领域。这一学科的内容仍在不断更新与发展,它所涉及的概念和方法十分广泛,而且还在不断扩充。

自1998年勘查技术与工程专业改革以来,各石油高校采用不同的教材,一直没有适合本专业的《信号分析与处理》教材。在这种情况下,由大庆石油学院牵头,集中了大庆石油学院、中国石油大学(北京)、西南石油学院、长江大学与西安石油大学5所石油高校多年从事信号分析与处理教学及科研工作的教师共同编写了这本教材。

本书在写法上力求通俗易懂、深入浅出,使读者易于理解和掌握。本书主要讨论关于连续时间信号和离散时间信号分析与处理的基本数学运算方法的原理及在地球物理勘探中的应用。考虑到信号分析与处理技术应用的广泛性,本书在内容的选取上,力求具有理论性、实用性、系统性,既包含了有代表性的经典内容,如傅里叶变换、拉普拉斯变换、 z 变换、滤波等内容,又包含了二维信号分析、拉东变换及 $\tau-p$ 变换等应用比较广泛的内容。

该书作为本科专业教材,参考学时为64学时。全书共分10章。第1章从介绍信号与系统的基本概念入手,讨论信号的分类、基本运算、常用的基本信号、线性时不变系统的性质。第2章讨论傅里叶级数与离散频谱、连续信号的傅里叶变换与连续频谱,着重介绍连续信号频谱的概念及基本性质。第3章讨论连续信号的离散化问题、抽样定理以及由于抽样不当而引起的假频现象。第4章讨论连续信号与离散信号的褶积与相关两种基本运算方法。第5章讨论了有限离散傅里叶变换与快速傅里叶变换算法以及循环褶积、希尔伯特变换等问题。第6、7章讨论拉普拉斯变换、 z 变换的概念及其性质。第8章讨论数字滤波器问题,着重介绍巴特沃思低通滤波器、IIR滤波器的频率变换法、FIR数字滤波器的设计方法。第9章把一维信号处理中的时域和频域技术推广到二维信号,讨论二维信号的离散傅里叶变换及二维滤波问题。第10章讨论拉东变换与 $\tau-p$ 变换以及它们在地球物理勘探中的应用。

本书由大庆石油学院的王云专、中国石油大学（北京）的王润秋主编，西南石油学院的周洁玲、长江大学的段天友与西安石油大学的肖忠祥任副主编。本书第1、2、6章由王云专编写；第3、4章由肖忠祥编写；第5章的5.1、5.2、5.3由周洁玲编写；第7、9、10章由王润秋编写；第8章及第5章的5.4由段天友编写。由于编写人员水平有限，教材中存在的不完善之处敬请读者批评指正。

感谢中国石油大学（北京）的陈小宏教授，他对本书做了精心的主审工作，并提出很多宝贵意见。另外，在本书的编写过程中，还得到大庆石油学院刘洪林副教授、石颖讲师的大力帮助，在此深表感谢。

编 者

2006年6月

目 录

第 1 章 信号与系统	(1)
1.1 信号	(1)
1.2 系统	(15)
习题	(18)
第 2 章 傅里叶分析与信号频谱	(21)
2.1 傅里叶级数与离散频谱	(21)
2.2 傅里叶积分与连续频谱	(27)
2.3 频谱的基本性质	(36)
2.4 基本信号的频谱	(44)
2.5 连续谱抽样定理	(53)
2.6 吉布斯现象	(56)
习题	(59)
第 3 章 连续信号的离散化与抽样定理	(61)
3.1 连续信号的离散化	(61)
3.2 抽样定理	(63)
习题	(71)
第 4 章 褶积与相关	(72)
4.1 褶积	(72)
4.2 相关	(81)
习题	(88)
第 5 章 离散傅里叶变换与快速傅里叶变换	(89)
5.1 离散傅里叶变换	(89)
5.2 循环褶积	(104)
5.3 快速傅里叶变换	(111)
5.4 希尔伯特变换	(126)
习题	(130)
第 6 章 拉普拉斯变换	(133)
6.1 拉普拉斯变换的定义及其收敛条件	(133)
6.2 基本信号的拉普拉斯变换	(134)
6.3 拉普拉斯变换的基本性质	(137)
6.4 拉普拉斯反变换	(143)
习题	(148)

第 7 章 z 变换	(149)
7.1 z 变换的定义	(149)
7.2 基本信号的 z 变换	(153)
7.3 z 变换的基本性质	(155)
7.4 z 反变换	(162)
7.5 Chirp- z 变换谱分析压制地震记录单频干扰	(165)
习题	(167)
第 8 章 数字滤波器	(170)
8.1 数字滤波器的设计	(170)
8.2 IIR 滤波器的频率变换法	(184)
8.3 FIR 数字滤波器的设计方法	(190)
习题	(204)
第 9 章 二维信号分析	(206)
9.1 二维信号	(206)
9.2 二维离散变换	(210)
9.3 二维滤波	(218)
习题	(225)
参考文献	(226)

第1章 信号与系统

1.1 信号

1.1.1 信号的定义

“信号”一词在人们的日常生活和社会活动中并不陌生,如时钟报时、汽车喇叭的声音信号,交叉路口的红绿灯、战场上信号灯的光信号,计算机内部及它与外设之间联系的电信号等等。但要严格地给信号下定义,必须搞清它与信息之间的关系。

当今时代是信息时代,信息对每个人来说都具有重要意义。信息指人类社会和自然界中需要传送、交换、存储和提取的抽象内容。由于信息是抽象的,为了传送和交换它,必须用语言、文字、图像和数据将它表达出来。这些表示信息的语言、文字、图像和数据等被称为消息;承载消息的光、声、电等物理量被称为信号。所以,信号就是信息的一种表现形式;信息则是信号的具体内容。

自古以来,人们不断地寻求各种方法,以实现信号的传输:我国古代利用烽火传递边疆警报,这种光信号的传输,构成了最原始的光通信系统;许多古城里的钟鼓楼,是利用击鼓鸣金来报送时刻或传达命令,这是声信号的传输;以后又出现了信鸽、旗语、驿站等传输信息的方法。然而,这些方法无论是在距离、速度还是在可靠性与有效性方面仍然没有得到明显的改善。19世纪初,人们开始研究如何利用电信号传输信息。1837年 F. B. Morse 发明了电报,他用点、划、空适当组合的代码表示字母和数字,通过识别代码传输信息。1876年 A. G. Bell 发明了电话,直接将声信号转变为电信号沿导线传送。19世纪末,人们又致力于研究用电磁波传送无线电信号,实现了无线电通信、电视、电传等。

在地震勘探中,利用震源激发地震波(弹性波)。地震波在地下介质中传播,在地面或井中接收,并转换成电信号记录下来。通过信号处理,了解地下构造及岩性变化,这里所用的是弹性波信号。

信号的类型是多种多样的,但在实际应用中常将各种物理量(如声波动、光强度、机械运动的位移或速度等)转变为电信号,以利于传输,经传输后在接收端再将此信号还原成原始的信息。

信号是信息的载体。为了有效地获取信息以及利用信息,必须对信号进行分析与处理。信号分析最直接的意义在于通过解析法或测试法找出不同信号的特征,从而了解其特性,掌握它随时间或频率变化的规律。信号处理可以理解为对信号进行某种加工或变换,如傅里叶变换、 z 变换、拉普拉斯变换、相关运算等。加工或变换的目的是削弱信号中的多余部分,滤除混杂的噪声和干扰,或是将信号变换成易于分析的形式,便于估计和选择它的特征参量。信号的分析与处理是互相关联的两个方面,它们的侧重面不同,采取的手段也不同,但是它们又是密不可分的。只有通过信号的分析,充分了解信号的特征,才能有效地对它进行处理和加工,可见信号分析是信号处理的基础;另一方面,通过对信号的处理,可以突出信号的特征,便于有效地认识信号的特性,因此信号处理又可以认为是信号分析的手段。

1.1.2 信号的描述及其分类

描述信号的基本方法是写出它的数学表达式。表达式是时间函数,此时间函数的图形为信号的波形。在不同研究领域和场合,人们对信号有不同的分类。

1. 连续时间信号与离散时间信号

按照时间函数取值的连续性或离散性,可将信号划分为连续时间信号与离散时间信号(简称连续信号与离散信号)。

连续信号是指在连续时间范围内所定义的信号,即在所讨论的时间间隔内,对于任意时间值(除若干不连续点之外)都给出确定的函数值。图 1.1(a)所示的方波信号和图 1.1(b)所示的正弦波信号是连续信号。

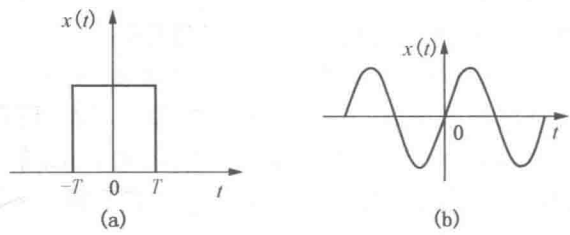


图 1.1 连续信号

离散信号在时间上是离散的,即只在某些不连续的规定瞬时给出函数值,在其他时间没有定义。给出函数值的离散时刻的间隔可以是均匀的,也可以是不均匀的,一般情况都采用均匀间隔。同样,离散信号的振幅值可以是连续值,也可以是离散值。当离散信号的振幅值是连续值时,又称为抽样信号。抽样信号可以理解为在离散时间下对模拟信号的抽样,如图 1.2(a)所示;如果信号在时间上和幅值上都是离散的,即时间与幅值都具有离散性,这种信号称为数字信号,如图 1.2(b)所示。数字信号总是可以用一个序列的数来表示,而每个数是用“0”或“1”的有限个二进制数码来表示。“离散信号”和“数字信号”经常通用,通常“离散信号”多用于理论问题的讨论,而“数字信号”则习惯于讨论软硬件问题。

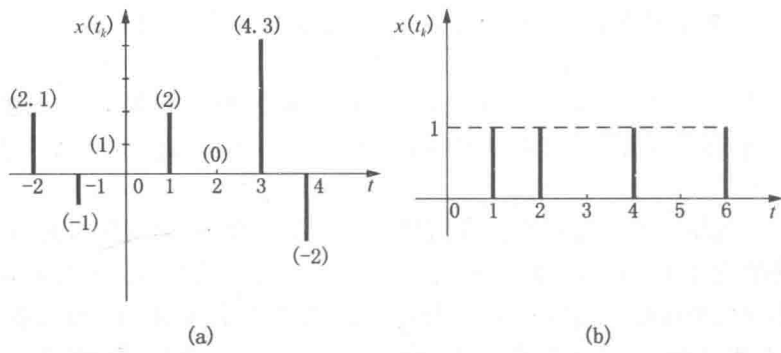


图 1.2 离散信号

2. 确定性信号与随机信号

若信号可以表示为确定的时间函数,即在任意时刻的值都能精确确定,这种信号称为确定性信号或规则信号,如正弦信号、余弦信号等。若信号不能用确定的时间函数来表示,即在任意时刻的取值不能精确确定,或者说取值是随机的,这种信号称为随机信号或不确定的信号。

信号在实际传输过程中,不可避免地要受到各种干扰和噪声的影响,这些干扰和噪声都具有随机特性。由于随机信号的不规则性,对这类信号的分析,就应从概率和统计入手。常用随机信号的能谱分布及其参数的概率分布来表示这类信号的特性。本书只讨论确定性信号的分析。

3. 周期信号、非周期信号与概周期信号

信号按照随时间变化的特点可以分为周期信号、非周期信号与概周期信号,它们都属于确定性信号。

1) 周期信号

周期信号就是依一定时间间隔周而复始,而且是无始无终的信号。图 1.3 是几种常见的周期信号。

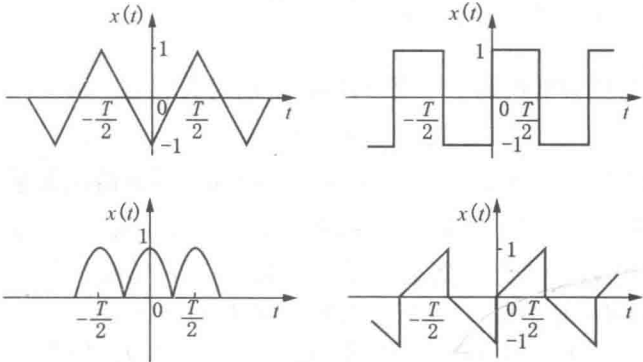


图 1.3 周期信号

周期信号的函数表达式可以写为

$$x(t) = x(t + nT) \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \text{任意整数}) \quad (1.1)$$

满足此关系式的最小 T 值称为信号的周期。由式(1.1)可知,只要给出周期信号在任一周期内的变化过程,便可以确知它在任一时刻的数值。

由于周期信号在全部时间内周而复始地出现,且是无始无终的,因此它对时间的无穷积分是无限大或为不定值,但是它对时间的平均值却是存在的。信号的平均值定义为

$$\bar{x} = \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{1}{2a} \int_{-a}^a x(t) dt \quad (1.2)$$

由于周期信号在一个周期内的平均值应与其在全部时间内的平均值相等,因此其平均值又可以写为

$$\bar{x} = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \quad (1.3)$$

对于周期信号,积分等式

$$\int_0^T x(t) dt = \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) dt \quad (1.4)$$

是成立的。 t_0 为任意实数。如果令 $t_0 = -\frac{T}{2}$,则利用式(1.4)可以把周期信号的平均值写为

$$\bar{x} = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) dt \quad (1.5)$$

周期信号的平方在一个周期内积分的平均值,无论是电流信号还是电压信号,都代表在单

位电阻上损耗的平均功率,因此周期信号的平均功率记为

$$P = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x^2(t) dt \quad (1.6)$$

2) 非周期信号

非周期信号是指在时间上不具有周而复始及无始无终特性的信号。如果一个信号虽然在一定时间间隔上具有周而复始的性质,但不是无始无终的,这种信号也是非周期信号,如一段正弦信号,所以非周期信号又称为脉冲信号或有限长信号。一个无限长信号,如果不是周而复始的,也是非周期信号,如指数衰减信号。非周期信号平方的积分,无论是电压信号还是电流信号,都代表加到单位电阻上的能量。信号的能量总是大于零的,即

$$0 < \int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t) dt < \infty \quad (1.7)$$

3) 概周期信号

有限个周期不成公倍数的周期信号之和,构成了概周期信号。如

$$x(t) = \cos t + \cos \sqrt{2}t \quad (1.8)$$

是由两个不同频率的周期信号组成,其频率比不是有理数,不成谐波关系。若取 $\sqrt{2} \approx 1.4$,则 $x(t)$ 可以近似地看作周期为 10π 的周期信号;若取 $\sqrt{2} \approx 1.41$,则 $x(t)$ 的周期从 10π 增加到 200π 。逐步提高准确程度,即增加 $\sqrt{2}$ 的近似数的位数, $x(t)$ 的近似周期将随之逐渐趋于无限大。因此, $x(t)$ 的准确周期是不存在的,只有近似周期,所以 $x(t)$ 不能称为周期信号。

概周期信号的特点在于:(1)具有平均功率,这一点与非周期信号不同;(2)不满足周期性,这一点又与周期信号不同。

4. 能量信号与功率信号

1) 能量信号

在所分析的区间 $(-\infty, +\infty)$,信号的能量为

$$W = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t) dt \quad (1.9)$$

能量 W 为有限值的信号称为能量信号。在实际应用中,一般的非周期的绝对可积信号一定是能量信号。

2) 功率信号

有许多信号,如周期信号、随机信号等,它们在区间 $(-\infty, +\infty)$ 内能量不是有限值。在这种情况下,研究信号的平均功率更为实际。在区间 (t_1, t_2) 内,信号的平均功率为

$$P = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} x^2(t) dt \quad (1.10)$$

若区间变为无穷大,式(1.10)仍然是一个有限的非零值,即信号具有有限的平均功率,称为功率信号。具体地讲,功率信号满足条件

$$0 < \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x^2(t) dt < \infty \quad (1.11)$$

显而易见,一个能量信号具有零平均功率,而一个功率信号具有无限大能量。一个信号可以既不是能量信号也不是功率信号,但不可能既是能量信号又是功率信号。

例 1.1 判断信号 $x(t) = \begin{cases} t^{-\frac{1}{4}}, & t \geq 1 \\ 0, & t < 1 \end{cases}$ 是能量信号还是功率信号,或者都不是。

解:信号的能量为

$$W = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T x^2(t) dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_1^T t^{-\frac{1}{2}} dt = \lim_{T \rightarrow \infty} (2\sqrt{T} - 2) = \infty$$

信号的平均功率为

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x^2(t) dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_1^T t^{-\frac{1}{2}} dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2\sqrt{T} - 2}{2T} = 0$$

所以该信号既不是能量信号,也不是功率信号。

1.1.3 信号的运算

在信号分析中,经常会遇到信号的一些基本运算:相加、相乘、时移、反转、尺度变换、微分、积分等。其中,信号的相加、相乘大家都已经比较熟悉,本节将对信号时移、反转、尺度变换、微分、积分运算过程中波形的变化进行介绍。

1. 时移

时移也称移位,包括前移(左移)和后移(右移)。当信号 $x(t)$ 表达式中的自变量 t 更换成 $t - t_0$ 时,若常数 $t_0 > 0$,则波形向正 t 轴方向整体移动 t_0 ,即波形右移;若常数 $t_0 < 0$,则波形向负 t 轴方向整体移动 t_0 ,即波形左移。信号的时移如图 1.4 所示。

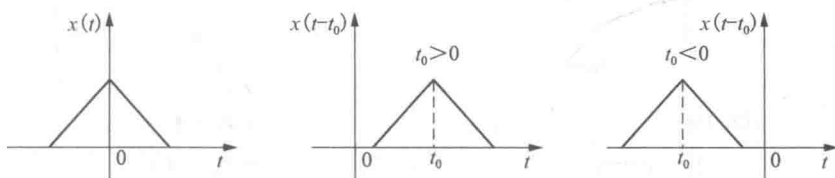


图 1.4 信号的时移

在信号远距离传送时,容易找到信号移位现象的实例。如在地震勘探中,由同一震源引起的反映同一地下反射界面的反射波信号,由于接收点的距离不同造成传播时间上的差别,就导致反射信号之间存在着时移。

2. 反转

如果将信号 $x(t)$ 的自变量 t 更换成 $-t$,则 $x(-t)$ 的波形相当于 $x(t)$ 以纵坐标为轴反转过来,如图 1.5 所示,这种运算就称为时间轴反转。

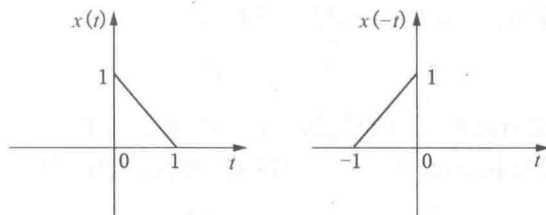


图 1.5 信号的反转

3. 尺度变换

若将信号 $x(t)$ 的自变量 t 乘上一个正的实系数 a ,变为 $x(at)$,则当 $a > 1$ 时,信号 $x(t)$ 的波形沿 x 轴压缩 a 倍;当 $a < 1$ 时,信号 $x(t)$ 的波形沿 x 轴扩展 a 倍。这种运算就是时间轴的尺度变换或尺度展缩,波形变化如图 1.6 所示。

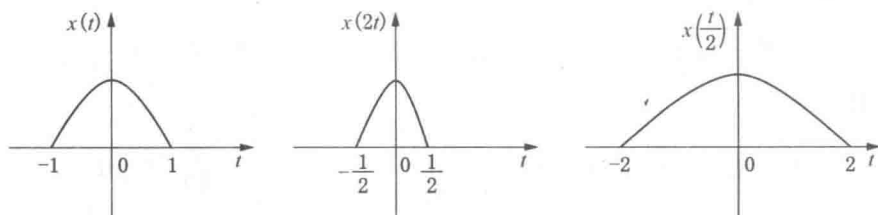


图 1.6 信号的尺度变换

例 1.2 已知信号 $x(t)$ 的波形如图 1.7(a) 所示, 试求 $x(2t-1)$ 和 $x(-2t-1)$ 的波形。

解: (1) 先考虑时移运算, 求得 $x(t-1)$ 的波形, 如图 1.7(b) 所示。

(2) 再将 $x(t-1)$ 作尺度变换, 求得 $x(2t-1)$ 的波形, 如图 1.7(c) 所示。

(3) 最后将 $x(2t-1)$ 反转, 可得 $x(-2t-1)$ 的波形, 如图 1.7(d) 所示。

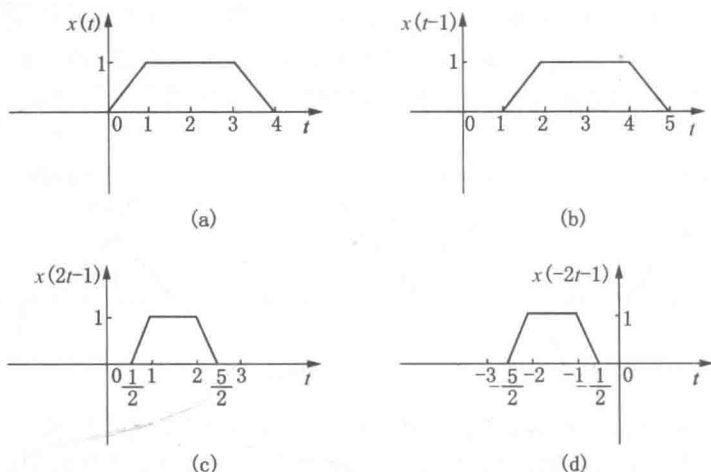


图 1.7 例 1.2 的波形

如果改变上述运算顺序, 先尺度变换, 再时移, 最后反转; 或者先反转, 再尺度变换、时移, 最终得到的结果是完全相同的。

4. 微分与积分

信号 $x(t)$ 的微分运算是指 $x(t)$ 对 t 取导数, 即

$$x'(t) = \frac{d}{dt}x(t) \quad (1.12)$$

如图 1.8 所示, 信号经过微分运算后其变化部分被突出显示出来。

信号 $x(t)$ 的积分运算是指 $x(\tau)$ 在 $(-\infty, t)$ 区间内的定积分, 即

$$x(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau \quad (1.13)$$

如图 1.9 所示, 信号 $x(t)$ 为

$$x(t) = \begin{cases} e^{-at}, & 0 < t < t_0 \\ e^{-at} - e^{-a(t-t_0)}, & t_0 \leq t < \infty \end{cases} \quad (1.14)$$

式中 $t_0 \gg \frac{1}{a}$ 。对 $x(t)$ 积分, 可得

$$\int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau = \begin{cases} \frac{1}{\alpha}(1 - e^{-\alpha t}) & , 0 < t < t_0 \\ \frac{1}{\alpha}(1 - e^{-\alpha t}) - \frac{1}{\alpha}[1 - e^{-\alpha(t-t_0)}] & , t_0 \leq t < \infty \end{cases} \quad (1.15)$$

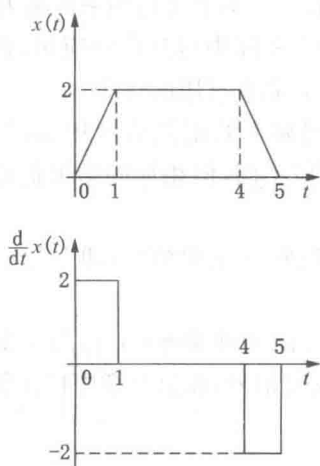


图 1.8 信号的微分运算

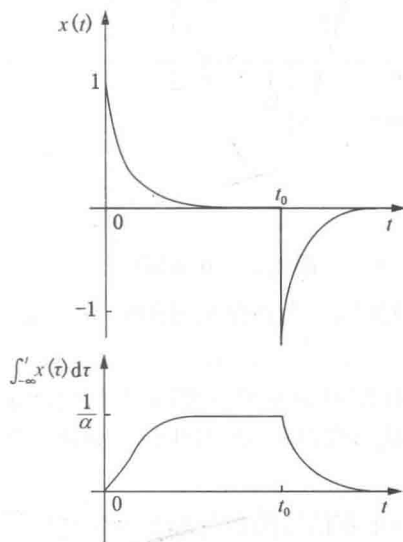


图 1.9 信号的积分运算

由积分后的波形可见,积分运算的作用效果正好与微分相反,它使信号的突变部分变得平滑。利用积分运算可削弱信号中小毛刺之类的噪声影响,在系统中合理地增加积分环节,可提高其抗干扰能力。

1.1.4 几种常用的基本信号

在多种多样的确定性信号中,大部分都可以用常见的基本信号来表示,如正弦信号、指数信号等;同时它们还可以组成许多更复杂的信号,把这类信号称为基本信号。下面给出一些基本信号的表达式及其波形。

1. 正弦信号与余弦信号

正弦信号的表达式为

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi) \quad (A > 0, \omega > 0) \quad (1.16)$$

余弦信号的表达式为

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi) \quad (A > 0, \omega > 0) \quad (1.17)$$

式中 A ——振幅;

ω ——角频率;

φ ——初相位角。

正弦信号与余弦信号波形相同,仅在相位上相差 $\frac{\pi}{2}$,即

$$\sin(\omega t + \varphi) = \cos\left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right) \quad (1.18)$$

因此,经常把正弦信号和余弦信号统称为正弦信号。如图 1.10 所示,正弦信号是周期信号,其周期 T 与角频率 ω 和频率 f 的关系为

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f} \quad (1.19)$$

初相位角与时间延时之间的关系为

$$T_d = \frac{\varphi}{\omega} \quad (1.20)$$

如无特别说明,本书将角频率简称为频率。

正弦信号在实际中得到广泛应用,在于它具有一系列对运算非常有用的性质:

(1)两个同频率的正弦信号相加,即使它们的振幅和初相位不同,但相加的结果仍是原频率的正弦信号。

(2)如果一个正弦信号的频率 ω_1 是另一个正弦信号的频率 ω_0 的整数倍,即

$$\omega_1 = n\omega_0 \quad (n \text{ 为整数})$$

则其合成信号是频率 ω_0 的非正弦周期信号。 ω_0 称为该信号的基波频率; ω_1 称为 n 次谐波频率。据此,可以把一个周期信号分解为基波信号和一系列谐波信号,在第2章中将详细讨论这个问题。

(3)正弦信号的微分和积分仍然是同频率的正弦信号。

正弦信号和余弦信号常常利用复指数来表示,由欧拉公式知

$$e^{j\omega t} = \cos\omega t + j\sin\omega t \quad (1.21)$$

$$e^{-j\omega t} = \cos\omega t - j\sin\omega t \quad (1.22)$$

因此有

$$\sin\omega t = \frac{1}{2j}(e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}) \quad (1.23)$$

$$\cos\omega t = \frac{1}{2}(e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}) \quad (1.24)$$

2. 方波信号

方波脉冲信号的表达式为

$$x(t) = \begin{cases} A, & |t| < T \\ 0, & |t| > T \end{cases} \quad (1.25)$$

在间断点 $|t| = T$ 处,函数值未定义;或规定在 $|t| = T$ 处, $x(t) = \frac{A}{2}$ 。当 $A=1$ 时,称为归一化的方波脉冲,表达式为

$$P_T(t) = \begin{cases} 1, & |t| < T \\ 0, & |t| > T \end{cases} \quad (1.26)$$

图 1.11 是归一化的方波脉冲波形。

3. 指数信号

指数信号的表达式为

$$x(t) = Ae^{\alpha t} \quad (1.27)$$

式中 α ——实数。

如果 $\alpha > 0$, 信号随时间而增大; 如果 $\alpha < 0$, 信号随时间而减弱; 图 1.11 归一化的方波脉冲

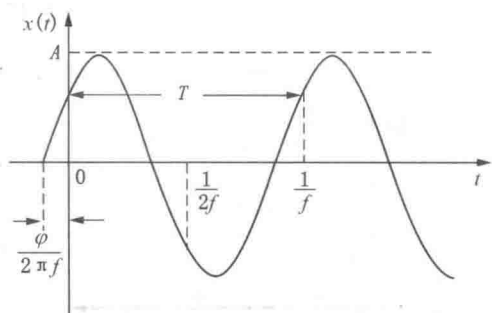


图 1.10 正弦信号

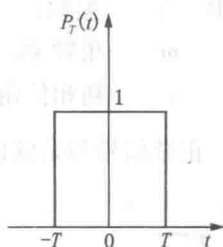


图 1.11 归一化的方波脉冲

如果 $\alpha=0$, 信号为直流信号, 不随时间而变化。常数 A 表示信号在 $t=0$ 处的幅值。图 1.12 是指数信号的波形。不论指数 α 是正还是负, 其绝对值大小反映了信号增加或衰减的速率, $|\alpha|$ 越大, 增加或衰减速率越高。实际中遇到较多的是单边指数衰减信号, 如图 1.13 所示, 其表达式为

$$x(t)=\begin{cases} Ae^{-\alpha t}, & t>0 \\ 0, & t<0 \end{cases} \quad (\alpha>0) \tag{1.28}$$

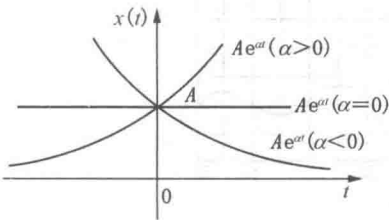


图 1.12 指数信号

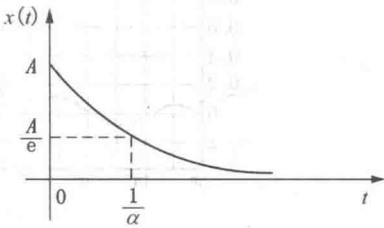


图 1.13 单边指数衰减信号

4. 钟形信号

钟形信号的表达式为

$$x(t)=Ae^{-\alpha^2 t^2} \quad (\alpha>0) \tag{1.29}$$

波形如图 1.14 所示。在 $t=\frac{1}{2\alpha}$ 处

$$x\left(\frac{1}{2\alpha}\right)=Ae^{-\frac{1}{4}}\approx 0.78A \tag{1.30}$$

钟形信号在随机信号分析中经常用到。

5. 三角波信号

三角波信号的表达式为

$$x(t)=\begin{cases} A\left(1-\frac{|t|}{T}\right), & |t|<T \\ 0, & |t|>T \end{cases} \tag{1.31}$$

当 $A=1$ 时, 称为归一化的三角波信号, 记为

$$q_T(t)=\begin{cases} 1-\frac{|t|}{T}, & |t|<T \\ 0, & |t|>T \end{cases} \tag{1.32}$$

图 1.15 为归一化的三角波信号。

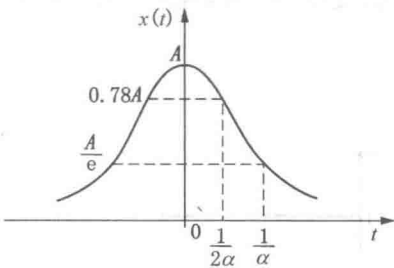


图 1.14 钟形信号

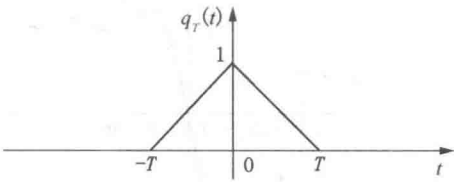


图 1.15 归一化的三角波信号

6. Sa(t)信号(傅里叶核函数)

傅里叶核函数是指 $\sin t$ 与 t 之比构成的函数, 记作