九章丛书

高校经典教材同步辅导丛书

配套高等版东南大学·马文蔚 周雨青编

教你用更多的自信面对未来！

一书两用
同步辅导+考研复习

物理学

（第六版·下册）

同步辅导及习题全解

主 编 焦艳芳

新版

习题超全解

名师一线经验**大汇集**，解题步骤**超详细**，方法技巧**最实用**

中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

高校经典教材同步辅导丛书

物理学（第六版·下册）同步辅导及习题全解

主　编　焦艳芳

中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

内 容 提 要

本书是与高等教育出版社出版的，由东南大学七所工科院校编写，马文蔚、周雨青改编的《物理学》（第六版·下册）一书配套的同步辅导书。

本书共有8章，分别介绍振动、波动、光学、气体动理论、热力学基础、相对论、量子物理、原子核与粒子物理简介。本书按教材内容安排全书结构，各章均包括本章知识框架图、考试要点、知识点整理与解析、考研真题解析、课后习题五部分内容。全书按教材内容，针对各章节习题给出详细解答，思路清晰，逻辑性强，循序渐进地帮助读者分析并解决问题，内容详尽，简明易懂。

本书可作为高等院校学生学习“物理学”课程的辅导教材，也可作为考研人员备考的辅导教材，还可作为教师备课的参考资料。

图书在版编目（CIP）数据

物理学（第六版·下册）同步辅导及习题全解 / 焦艳芳主编. -- 北京 : 中国水利水电出版社, 2015.9
（高校经典教材同步辅导丛书）
ISBN 978-7-5170-3600-5

Ⅰ. ①物… Ⅱ. ①焦… Ⅲ. ①物理学－高等学校－教学参考资料 Ⅳ. ①O4

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第210220号

策划编辑：杨庆川　责任编辑：张玉玲　加工编辑：孙　丹　封面设计：李　佳

书　名	高校经典教材同步辅导丛书 **物理学（第六版·下册）同步辅导及习题全解**
作　者	主　编　焦艳芳
出版发行	中国水利水电出版社 （北京市海淀区玉渊潭南路1号D座　100038） 网址：www.waterpub.com.cn E-mail：mchannel@263.net（万水） sales@waterpub.com.cn 电话：（010）68367658（发行部）、82562819（万水）
经　售	北京科水图书销售中心（零售） 电话：（010）88383994、63202643、68545874 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排　版	北京万水电子信息有限公司
印　刷	北京正合鼎业印刷技术有限公司
规　格	170mm×227mm　16开本　13.75印张　339千字
版　次	2015年9月第1版　2015年9月第1次印刷
印　数	0001—5000册
定　价	20.80元

前言

东南大学七所工科院校编写，马文蔚、周雨青、解希顺改编的《物理学》(第六版・下册)以体系完整、结构严谨、层次清晰、深入浅出的特点成为这门课程的经典教材，被全国许多院校采用。为了帮助读者更好地学习这门课程，掌握更多的知识，我们根据多年的教学经验编写了这本与此教材配套的《物理学》(第六版・下册)同步辅导及习题全解。本书旨在使广大读者理解基本概念，掌握基本知识，学会基本解题方法与解题技巧，进而提高应试能力。

本书作为一种辅助性的教材，具有较强的针对性、启发性、指导性和补充性。考虑《物理学》(第六版・下册)这门课程的特点，我们在内容上作了以下安排：

1. 本章知识框架图。每章的知识网络图系统全面地涵盖了本章的知识点，使学生能一目了然地浏览本章内容的框架结构。

2. 考试要点。每章前面均对本章的知识要点进行了整理。综合众多参考资料，归纳了本章几乎所有的考点，便于读者学习与复习。

3. 知识点整理与解析。对每章知识点做了简练概括，梳理了各知识点之间的脉络联系，突出各章主要定理及重要公式，使读者在各章学习过程中目标明确，有的放矢。

4. 考研真题解析。精选历年研究生入学考试中具有代表性的试题进行了详细的解答，以开拓广大同学的解题思路，使其能更好地掌握该课程的基本内容和解题方法。

5. 课后习题全解。教材中课后习题丰富、层次多样，许多基础性问题从多个角度帮助学生理解基本概念和基本理论，促其掌握基本解题方法。我们对教材的课后习题给了详细的解答。

由于时间较仓促，编者水平有限，难免书中有疏漏之处，敬请各位同行和读者给予批评、指正。

编者

2015 年 6 月

目录

contents

目录
contents

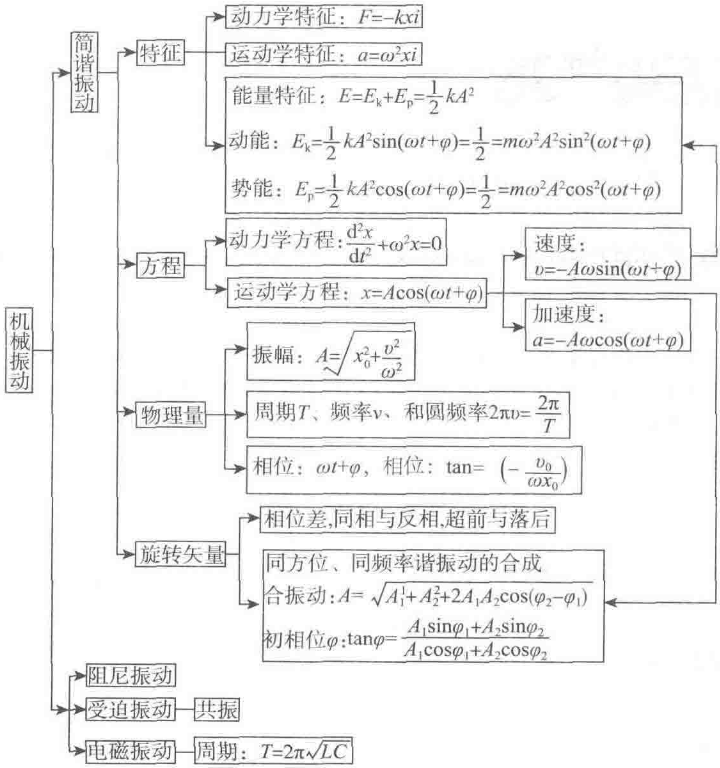
目录

contents

第九章

振动

本章知识框架图



考试要点

1. 简谐运动的特征和规律.

2. 描述简谐运动的特征量——振幅、周期、频率(角频率)、相位及初相的物理意义,确定这些特征量的方法,从而能熟练地写出简谐运动的表达式.

3. 简谐运动与旋转矢量的关系,会用旋转矢量方法和 $x-t$、$v-t$、$a-t$ 图线讨论和计算简谐运动的有关问题.

4. 同方向、同频率的两个简谐运动合成的方法和结论:“拍”现象和李萨如图形形成的条件及简单应用.

5. 阻尼振动、受拍振动和共振发生的条件、主要特征及实际应用.

6. 无阻尼电磁振荡的方程、能量.

知识点整理与解析

简谐振动是最简单最基本的振动,任何复杂的振动都可以看成是许多简谐振动的合成.因此,研究简谐振动是研究一切复杂振动的基础.

一、简谐振动的性

1. 简谐振动

振动是指任何一个物理量在某一固定值附近随时间周期性变化的运动.物体在一定位置附近做来回往复的运动称为机械支运动.物体离开平衡位置的位移(或角位移),按余弦函数的规律随时间变化的振动称为简谐振动.

2. 弹簧振子的振动

当质点离开平衡位置的位移为 x 时,它受到的弹性力为

$$F=-kx$$

根据牛顿第二定律 $a=\dfrac{F}{m}=-\dfrac{kx}{m}$,即 $\dfrac{d^2x}{dt^2}+\dfrac{k}{m}x=0$,令 $\dfrac{k}{m}=\omega^2$,则 $\dfrac{d^2x}{dt^2}+\omega^2x=0$,方程的解是

$$x=A\cos(\omega t+\varphi)$$

3. 简谐振动的动力学特征

(1) 线性回复力:$F=-kx$

(2) 动力学方程:$\dfrac{d^2x}{dt^2}+\omega^2x=0$

4. 简谐振动的运动学特征

(1) 位移:取系统平衡位置为坐标原点,则

$$x=A\cos(\omega t+\varphi)$$

(2) 速度:$v=\dfrac{dx}{dt}=-\omega A\sin(\omega t+\varphi)$

(3) 加速度：$a=\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}=-\omega^2 A\cos(\omega t+\varphi)$ 或 $a=\frac{\mathrm{d}^x}{\mathrm{d}t^2}=-\omega^2 x$

例 1　图中的弹簧，当悬挂 10 g 砝码时约伸长 8 cm. 现将这根弹簧下悬挂 25 g 的物体，使它做自由振动，按下列三种情况分别求出振动方程.

(1) 开始时，使物体从平衡位置向下移动 4 cm 后松手；

(2) 开始时物体在平衡位置，给以向上 21 cm/s 的初速度使其振动；

(3) 把物体从平衡位置拉下 4 cm 后，又给以向上的 21 cm/s 的初速度，同时开始计时.

解　已知挂上质量 $m_0=10$ g 时，弹簧伸长是 $\Delta l=8$ cm，由此求得该弹簧的倔强系数

$$k=\frac{m_0 g}{\Delta l}=\frac{0.010\times 9.8}{0.08}=1.225\ \mathrm{N/m}.$$

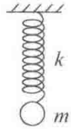


图 9-1

现悬挂质量 $m=25$ g 的物体，自由振动的圆频率

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{1.225}{0.025}}=7\ \mathrm{s}^{-1}.$$

(1)$x_0=A=4\cos\varphi=0$，

振动方程　$x=4\cos(7t)\mathrm{cm}$.

(2) 当 $t=0$ 时，$x_0=0$，$v_0=-21$ cm/s，可见

$\varphi=\frac{\pi}{2}$，$|\omega A|=21$ cm/s，$A=3$ cm，$x=3\cos\left(7+\frac{\pi}{2}\right)\mathrm{cm}$.

(3)$t=0$ 时，$x_0=+4$ cm，$v_0=-21$ cm/s，

$A=\sqrt{x_0^2+\frac{v_0^2}{\omega^2}}=\sqrt{4^2+\left(\frac{21}{7}\right)^2}=5$ cm，

$\varphi=\arctan\left(\frac{-v_0}{x_0\omega}\right)=\arctan\left(\frac{21}{4\times 7}\right)=36.8^\circ=0.64$ 弧度，

$x=5\cos(7l+0.64)$ cm.

二、描述简谐振动的物理参量

1. 振幅 A

由于 $|\cos(\omega t+\varphi)|\leqslant 1$，所以 $|x|\leqslant A$，即位移 x 的绝对值最大为 A，我们把作简谐振动的物体离开平衡位置的最大位移 A 称为振幅.

2. 周期 T

我们把物体作一次完全振动所需要的时间称为振动的周期，用 T 表示，通常以 s 为单位.

3. 频率 v

单位时间物体所作的完全振动的次数称为频率，用 v 表示，它的单位是 Hz(赫兹). 当物体每秒钟振动一次时，称它的频率为 1 Hz. 显然，频率等于周期的倒数，即

$$v=\frac{1}{T}=\frac{\omega}{2\pi}\tag{9-1}$$

有

$$\omega=2\pi v\tag{9-2}$$

所以 ω 表示物体在 2π 秒时间内所作的完全振动的次数，称为圆频率，单位是 1/s. 弹簧振动的频率为

$$v=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \tag{9-3}$$

由于弹簧振子的圆频率 $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$ 是由表征弹簧振子性质的物理量——质量 m 和弹性系数所决定的,所以周期和频率只与振动系统本身的性质有关.这种由振动系统本身的性质所决定的周期和频率称为周期和固有频率.

4. 相位 $(\omega t+\varphi)$ 和初相位 φ

(1) 相位

由简谐振动的位移和速度方程可以看出,当振幅 A 与圆频率 ω 一定时,振动的位移和速度都决定于物理量 $(\omega t+\varphi)$,$(\omega+\varphi)$ 称为振动的位相.所以当物体以一定的振幅和圆频率作简谐振动时,位相不仅决定振动物体在任意时刻的位移,也决定振动物体在该时刻的速度.因此,位相是决定简谐振动物体运动状态的物理量.

常数 φ 是当 $t=0$ 时的位相,称为初位相,简称初相.

(2) 初相

(3) 初相位 φ 的确定

① 根据初始条件确定

当 $t=0$ 时,$x=x_0$,$v=v_0$.由 x、u 的表达式可知 $x_0=A\cos\varphi$,$v_0=-\omega A\sin\varphi$,则初相位满足

$$\tan\varphi=-\frac{v_0}{\omega x_0}$$

② 初相位 φ 的象限确定

如图 9-2 所示,O 点是振子的平衡位置,a、b 两点是正、负最大位移处.

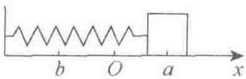


图 9-2

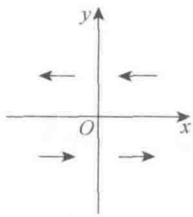


图 9-3

当 $x_0>0$、$v_0<0$,即振子的初始状态落在 $a\to O$ 过程中时,初相位 φ 取第一象限角,$\varphi=\arctan\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right)$.

当 $x_0<0$、$v_0<0$,即振子的初始状态落在 $O\to b$ 过程时,初相位 φ 取第二象限角,$\varphi=\arctan\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right)+\pi$.

当 $x_0<0$、$v_0>0$,即振子的初始状态落在 $b\to O$ 过程中时,初相位 φ 取第三象限角,$\varphi=\arctan\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right)-\pi$.

当 $x_0>0$、$v_0>0$,即振子的初始状态落在 $O\to a$ 的过程中时,初相位 φ 取第四象限角,$\varphi=\arctan\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right)$.

③ 四个初相位 φ 的特殊值

当 $x_0 = A$、$v_0 = 0$，初始状态落在正的最大位移处 a 点，初相位 $\varphi = 0$.

当 $x_0 = 0$、$v_0 < 0$，初始状态过 O 点且向 x 轴负方向运动，初相位 $\varphi = \frac{\pi}{2}$.

当 $x_0 = -A$、$v_0 = 0$，初始状态落在负的最大位移处 b 点，初相位 $\varphi = \pi$.

当 $x_0 = 0$、$v_0 > 0$，初始状态过 O 点且向 x 轴正方向运动，初相位 $\varphi = -\frac{\pi}{2}$.

温馨提示 初相位 φ 的取值区间一般为 $\varphi \in (-\pi, \pi]$，也可以选取为 $\varphi \in [0, 2\pi)$，两种选取方法都是正确的，具体使用哪种，要根题意来确定.

例 2 有一轻弹簧，上端固定，下端悬挂一质量为 1g 的物体时伸长 4.9 cm，用这根弹簧和一质量 $m = 8$ g 的物体组成一铅直方程振动的弹簧振子，将物体由平衡位置向下拉开 1cm 后，给予一向上的初速度 5m/s.

(1) 证明物体的振动是简谐振动.

(2) 求出简谐振动的方程.

解 (1) 弹簧的弹性系数 $k = \frac{F}{x} = \frac{1 \times 9.8 \times 10^{-3}}{4.9 \times 10^{-2}} = 0.2(\mathrm{N/m})$

如图 9-4 所示，当挂 8g 物体时，达到平衡时弹簧的伸长量设为 b，则有

$$mg = kb \tag{1}$$

以平衡位置 O 为原点，取坐标 x 轴向下为正，则物体在任意位置 x 的弹性力 $F_{弹} = k(k+b)$，它与物体重力 mg 的合力 F 为

$$F = mg - F_{弹} = mg - k(x+b) \tag{2}$$

式(1) 代入式(2) 得 $F = -kx$

即物体所受合力与位移 x 成正比，而方向相反，这就证明了物体的振动是简谐振动.

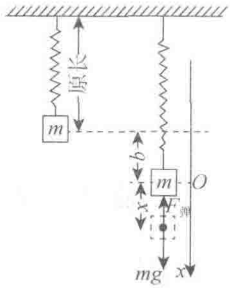


图 9-4

(2) 设物体作简谐振动的振动方程为 $x = A\cos(\omega t + \varphi)$

圆频率 $$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{0.02}{0.008}} = 5(\mathrm{rad/s})$$

由初始条件 $t = 0$，$x_0 = 1.0$ cm，$v_0 = -5.0$ cm/s 可振幅

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = \sqrt{1^2 + \left(\frac{-5}{5}\right)^2} = 1.41(\mathrm{cm})$$

由 $\cos\varphi = \frac{x_0}{A} = \frac{1.0}{1.41}$ 可得初相 $\varphi = \frac{\pi}{4}$ 或 $\frac{7}{4}\pi$，因为 $\sin\varphi = \frac{-v_0}{\omega A} > 0$，故 $\varphi = \pi/4$.

所以，物体的振动方程为

$$x = 1.41\cos\left(5 + \frac{\pi}{4}\right)(\mathrm{cm})$$

例 3 如图 9-5 所示，细线的一端固定在 A 点，另一端悬挂一体积很小、质量为 m 的重物，细线的质量和伸长可忽略不计. 细线处于铅直位置时，重物在位置 O. 此时，作用在重物上的合外力为零. 位置 O 即为平衡位置. 若把重物从平衡位置略为移开，然后放手，任其运动，那么重物就在平衡位置附近来回反复运动. 这种振动系统为单摆. 试证明当 θ 很小时($\theta < 5°$)，单摆的运动是简谐振动，求其周期.

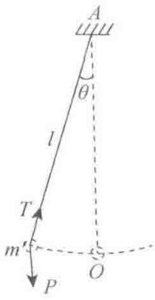


图 9-5

解 设单摆在运动过程中的某一时刻，离开平衡位置的角位移为 θ，如图 9-5 所

示，并规定摆锤在平衡位置的右方时，θ为正；在左方时，θ为负. 由于作用在摆锤上的重力 P 对悬挂点 A 的力矩为$mgl\sin\theta$，拉力 T 对该点的力矩为零，且当角位移θ很小时（小于 5°），角的正弦函数值可以用该角的弦度值代替，所以摆锤所受的力矩为

$$M = -mgl\theta$$

式中，l 为摆线的长度，负号表示力矩的方向与角位移方向相反. 根据转动定律 $M = J\dfrac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}$.

在力矩 M 作用下，单摆获得的角加 速度为

$$\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} = -\frac{mgl}{J} = \theta$$

式中，J 是摆锤对悬挂点 A 的转动惯量，$J = ml^2$. 因此，上式可写成

$$\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} = -\frac{g}{l}\theta \qquad (9-4)$$

式中，摆长 l 和重力加速度 g 都是常量，而且都是正值. 上式表明，单摆的角加速度与角位移成正比而方向相反. 可见单摆的运动具有简谐振动的特征，它的运动也是简谐振动. 把上式与式(5-5) 比较，可得单摆振动的圆频率和周期分别为

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \qquad (9-5)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \qquad (9-6)$$

三、旋转矢量

如图 9-6 所示. 自 Ox 轴的原点作一矢量 $\boldsymbol{A}$，使它的模等于给定物体作简谐振动的振幅 A，在 $t = 0$ 时，它与 Ox 轴的夹角等于简谐振动的初相φ，使矢量 $\boldsymbol{A}$ 与简谐振动的圆频率ω 大小相同的角速度作逆时针旋转. 这个矢量 $\boldsymbol{A}$ 就称为旋转矢量. 在任意时刻 t，矢量 $\boldsymbol{A}$ 与 Ox 轴的夹角等于该时刻简谐振动的位相 $\omega t + \varphi$. 矢量 A 在 Ox 轴上投影为 $x = A\cos(\omega t + \varphi)$，等于简谐振动物体的位移. 显然，旋转矢量 A 以确定的角速度 ω 旋转一周，相当于简谐振动物体作一次完全振动.

例 4　如图 9-6 所示，两质点作同方向、同频率的简谐振动，它们的振幅要相等. 当一质点在 $x = A/2$ 处向左运动时，另一质点在 $x = -A/2$ 处向右运动，试用旋转矢量法求两质点的位相差.

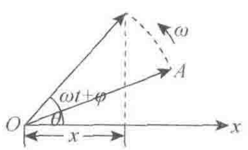


图 9-6

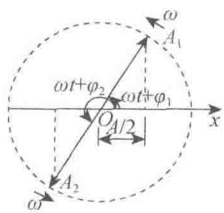


图 9-7

解　设两质点的振动方程分别为

$$x_1 = A\cos(\omega t + \varphi_1)$$
$$x_2 = A\cos(\omega t + \varphi_2)$$

作旋转矢量 $\boldsymbol{A}_1$，$\boldsymbol{A}_2$，它们的模都等于 A，它们与 Ox 轴的夹角分别为$\omega t + \varphi_1$ 和 $\omega t + \varphi_2$，如图 9-6 所示，则 $\boldsymbol{A}_1$ 和 $\boldsymbol{A}_2$ 的矢端在 x 轴上的投影的运动就表示两质点的简谐振动.

由图可以看出，一质点的位相为

$$\omega t+\varphi_1=\arccos\left(\frac{A}{2}\right)/A=\arccos\frac{1}{2}=\frac{\pi}{3}$$

另一质点的位相为

$$\omega t+\varphi_2=\arccos\frac{\left(-\dfrac{A}{2}\right)}{A}\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{4}{3}\pi$$

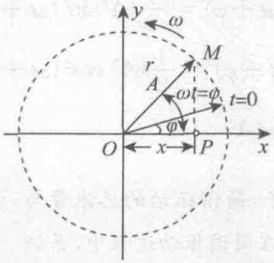
两质点振动的位相差为

$$\Delta\varphi(\omega t+\varphi_2)-(\omega t+\varphi_1)=\frac{4}{3}\pi-\frac{1}{3}\pi=\pi$$

也就是说，后一振动比前一振动的位相超前 π，或者说前一振动比后振返回的位相落后 π. 通常把两振动的位要差为 π 的情况，称为位相相反，或简称“反相”；而把位相差这零的情况，称这位相相同，或简称“同相”.

温馨提示 旋转矢量法是用来研究简谐振动的一种方法，这种方法比较直观，可以避免一些烦琐的计算. 在分析简谐振动及其合成时. 常常会用到. 但是必须指时，我们所研究的旋转矢量本身并不是作简谐振动，而是旋转矢量矢端的投影点作简谐振动. 地应用时必须注意，不能混淆.

小结：简谐运动的旋转矢量表示法

名称	内容	说明
旋转矢量表示量	旋转矢量 $\boldsymbol{A}$ 绕 x 轴的坐标原点 O，以数值上与角频率 ω 相等的角速度，作逆时针的匀角速度旋转. 矢量 $\boldsymbol{A}$ 的端点 M 在 x 轴上的投影点 $\boldsymbol{P}$ 作简谐运动 $x=A\cos(\omega t+\varphi)$ 	(1) 旋转矢量表示法的优点在于能够直观地表达简谐运动的规律和简谐运动的三个特征量. (2) 对同一简谐运动，可以很方便地求出两运动状态间变化所需的时间. $\Delta\varphi=\omega\Delta t$ (3) 注意：旋转矢量是为直观形象地描述简谐运动而采用的一种手段，并不是振动质点在作圆运动

单摆和复摆

1. 单摆：一个可以当作质点的小球系于不可伸长、质量可以忽略不计的细绳的下端，绳的上端固定，这样的系统叫做单摆.

振动方程： $\dfrac{d^2\theta}{dt^2}=-\dfrac{g}{l}\theta$

角频率 $\omega=\sqrt{\dfrac{g}{l}}$，周期 $T=\dfrac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$.

2. 复摆：一个可绕固定水平轴自由转动的刚体叫做复摆，也称物理摆.

振动方程：
$$\frac{d^2\theta}{dt^2}=-\frac{mgl}{J}\theta$$

角频率 $\omega=\sqrt{\dfrac{mgl}{J}}$,周期 $T=\dfrac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\dfrac{J}{mgl}}$.

小结:

名称	内容
单摆	一个可以看成质点的小球系于长为 l,不可伸长、质量可以忽略不计的细绳下端,绳的上端固定,这样的系统称为单摆.设 θ 为摆线偏离铜垂线的角位移,若 $\theta<5^\circ$,单摆可看作简谐运动运动方程为 $\dfrac{d^2\theta}{dt^2}=-\omega^2\theta$ 角频率 $\omega=\sqrt{\dfrac{g}{l}}$,周期 $T=\dfrac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$.
复摆	一个可绕固定水平轴自由转动的刚体称为复摆.设物体质心距水平轴点的长度为 L,对轴点的转动惯量为 J.若 $\theta<5^\circ$,复摆可看作简谐运动,运动方程为 $\dfrac{d^2\theta}{dt^2}=-\dfrac{mgl}{J}\theta$ 角频率 $\omega=\sqrt{\dfrac{mgl}{J}}$,周期 $T=\dfrac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\dfrac{J}{mgl}}$

四、简谐振动的能量

简谐振动系统在任意时刻的动能和势能分别为

$$E_k=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2(\omega t+\varphi)=\frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t+\varphi)$$

$$E_p=\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}m\omega^2A^2\cos(\omega t+\varphi)=\frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t+\varphi)$$

系统总能量为 $E=E_k+E_p=\dfrac{1}{2}kA^2=\dfrac{1}{2}m\omega^2A^2$

温馨提示 上式表示,对于给定的弹簧振子,简谐振动的总能量与振幅的平方成正比,与圆频率的平方成正比.由于在简谐振动过程中,系统不受外力的作用,而作用的内力只有弹性力而没有非保守力,所以在振动过程中,动能、势能虽在不断地相互转换,而总能量为一常量.

图 9-8 表示初相 $\varphi=0$ 时,动能和势能随时间变化的曲线,称为简谐振动能量曲线.图中实线表示动能,虚线表示势能,却能最小时,势能最大;动能最大时,势能是小,总能量始终保持不变.

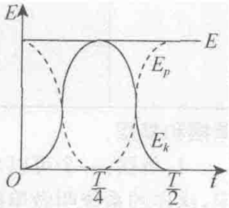


图 9-8

例 5 一单摆的悬线长 $l=1.5$ m,在顶端固定点的竖直下方 0.45 m 处有一小钉,如图 9-9 所示.设摆动很小,则单摆的两方周期之比 T_1/T_2 的近似值为________;左右两方(线度)振幅之比 A_1/A_2 的近似值为________.

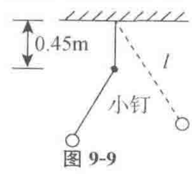


图 9-9

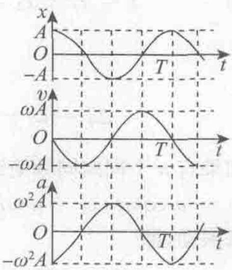
解 答案为 $T_1/T_2=0.84$;$A_1/A_2=0.84$.

根据单摆的圆频率 $\omega^2=\dfrac{g}{l}$，则 $T=2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$，$T_1/T_2=\sqrt{l_{左}/l_{右}}=0.84$

$\omega\dfrac{2\pi}{T}$，$E=\dfrac{1}{2}kA^2=\dfrac{1}{2}m\omega^2A^2$，再根据能量守恒 $E_{左}=E_{右}$，$\dfrac{1}{2}m\omega_1^2A_1^2=\dfrac{1}{2}m\omega_2^2A_2^2$，$A_1/A_2=T_1/T_2=0.84$

思路总结　本题中小球的运动可以利用单摆的结果，但是描述小球的位移可以用线量，亦可以用角量，而本题要求用线量求解.

小结：

名称	内容	说明
简谐运动的定义	(1) 质点在弹性力或准弹性力作用下的运称为简谐运动. $$F=-kx$$ 式中 F 是振动系统所受的合外力，x 是相对平衡位置的位移，k 为常数（对弹簧振子而言，就是弹簧的劲度系数），负号表明力的方向始终指向平衡位置. (2) 描述物体运动的微分方程满足 $$\frac{d^2x}{dt^2}+\omega^2x=0$$ 物体的运动为简谐运动. 式中 ω 是由系统动力学性质决定的常量，称为振动系统的固有角频率. (3) 物体偏离平衡位置的位移随时间按余弦（或正弦）函数规律变化的运动为简谐运动. $$x=A\cos(\omega t+\varphi)$$ 上式称为简谐运动的运动方程	三种定义是等效的. 要判定物体是否做简谐运动，三种定义具备其一即可
简谐运动的速度、加速度	简谐运动的速度为 $$v=\frac{dx}{dt}=-\omega A\sin(\omega t+\varphi)$$ 简谐运动的加速度为 $$a=\frac{d^2x}{dt^2}=-\omega^2A\cos(\omega t+\varphi)$$ 简谐运动的速度、加速度都随时间作周期性变化	 x-t 曲线称为振动曲线

续表

名称	内容	说明
简谐运动的特征量	(1) 振幅 A：振幅是物体相对平衡位置最大位移的绝对值，表示物体在平衡位置附近振动的幅度. (2) 角频率 ω、频率 v、周期 T 都是描述周期性运动的物理量，它们三者的关系为 $\omega=2\pi v=\dfrac{2\pi}{T}$ (3) 相位和初相位：相位 $(\omega t+\varphi)$ 是确定简谐运动瞬时运动状态的物理量. 初相位 φ 和 $t=0$ 时的相位	(1) 振幅、相位由初始条件即 $t=0$ 时的位置 x_0 和初速度 v_0 来确定，即 $A=\sqrt{x_0^2+\dfrac{v_0^2}{\omega^2}}$ $\varphi=\arctan\left(-\dfrac{v_0}{\omega x_0}\right)$ (2) 角频率、频率和周期由振动系统的固有性质决定. 如弹簧振子，其简谐运动的角频率为 $\omega=\sqrt{\dfrac{k}{m}}$
简谐运动的能量	动能：$E_k=\dfrac{1}{2}mv^2=\dfrac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2(\omega t+\varphi)$ 势能：$E_p=\dfrac{1}{2}kx^2=\dfrac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t+\varphi)$ 系统的动能和抛能都随时间 t 作周期性的变化. 当势能最大时，动能为零；势能为零时，动能达到最大值. 系统的总能量： $E=E_k+E_p=\dfrac{1}{2}kA^2=\dfrac{1}{2}m\omega^2A^2$	简谐运动系统的总能量守恒，即系统的动能和势能不断地相互转换，总能量保持恒定

五、两个简谐振动的合成

(1) 同一直线上两个同频率振动，合振动仍为简谐振动，设

$$x_1=A_1\cos(\omega t+\varphi_1),x_2=A_2\cos(\omega t+\varphi_2),$$

则
$$x=x_1+x_2=A\cos(\omega t+\varphi),A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos(\varphi_2-\varphi_1)}.$$

$$\tan\varphi=\frac{A_1\sin\varphi_1+A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1+A_2\cos\varphi_2}.$$

$$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1\begin{cases}2k\pi & (k\text{ 为整数}),A=A_1+A_2,\text{最大.}\\(2k+1)\pi & (k\text{ 为整数}),A=|A_1-A_2|,\text{最小.}\end{cases}$$

如果有 n 个同向同频简谐振动，其振动方程分别为

$x_1=a\cos\omega t,x_2=a\cos(\omega t+\delta),x_3=a\cos(\omega t+2\delta),\cdots,x_n=a\cos[\omega t+(n-1)\delta]$. 合振动仍为简谐振动，即

$$x=x_1+x_2\cdots+x_n=A\cos(\omega t+\varphi),$$
$$A=a\frac{\sin(n\sigma/2)}{\sin(\delta/2)},\varphi=\frac{(n-1)\varphi}{2}.$$

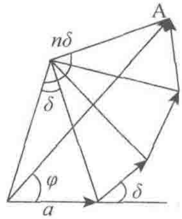


图 9-10

当 $\delta=2k\pi,k=0,\pm1,\pm2,\cdots$ 时，合振动的振幅最大，即 $A=na$；当 $\delta=\dfrac{2k'\pi}{n}$，k' 为不等于 nk 的整数，合振幅 $A=0$. 在矢量图 9-10 中，各分振动的振幅矢量构成一个闭合的正多边形.