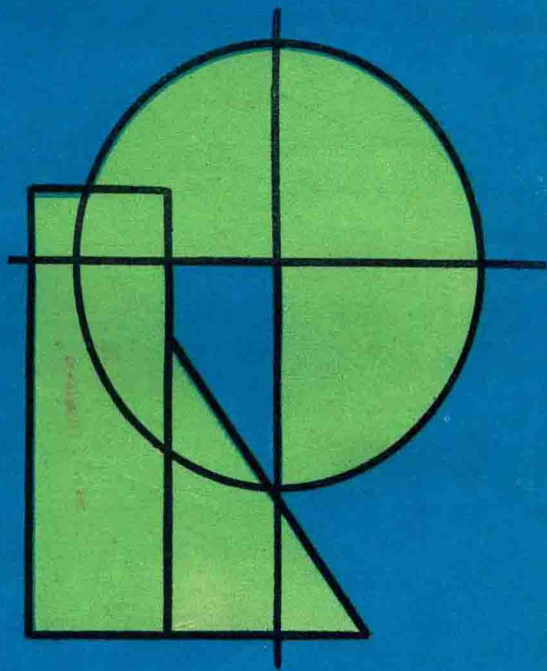


# 高中数学选择题精萃

江家庆



福建少年儿童出版社

# 高中数学选择题精萃

主编 江家庆

编者 陈国华 叶忠光

陆云铭 陈华振

福建少年儿童出版社

一九八八年·福州

# 高中数学选择题精萃

江 家 庆

\*

福建少年儿童出版社出版发行

(福州得贵巷27号)

福建省新华书店经销

福建新华印刷厂印刷

开本787×1092毫米 1/32 6.875印张 145千字

1988年8月第1版

1988年8月第1次印刷

印数: 1—55,480

ISBN 7-5395-0215-0

---

G·178 定价: 1.60元

# 前 言

选择题是标准化考试的主要命题形式，它已在各类大型考试中广泛使用。鉴于目前的中学数学课本中缺少这类题型，为配合教学的需要，特编辑《高中数学选择题精萃》，可作为高中各年级学生课内外辅助练习用书，也可供高中数学总复习使用。

本书题目精选于近几年来全国各地的各类试题和各种数学杂志，题型新颖多样。选题紧扣教学要求，突出重点，复盖面广，配合教学进度，便于平时教学中使用。

全书分三个部分：第一部分是“怎样解答数学选择题”专文，指导学生掌握解题规律；第二部分是按高中数学课本章节排列的近600个选择题，供老师布置练习用，尤其是精选了80个综合性选择题，供总复习后期作能力测试用；第三部分是答案提示或解答，便于学生排疑解难，自我检查对照，对学习很有帮助。

在编写过程中，谢淑贞同志参加了审校工作，在此特致谢意。本书部分内容曾在个别中学教学试点，师生普遍反映，它对学生自我评估与复习帮助很大，深受欢迎。当然，由于作者水平所限，书中错、漏之处在所难免，敬请广大读者批评指正。

作 者

1988年2月于福州

# 目 录

|                 |         |
|-----------------|---------|
| 前言              | ( 1 )   |
| 怎样解答数学选择题       | ( 1 )   |
| 数学选择题           | ( 21 )  |
| 一、初中基础知识训练      | ( 21 )  |
| 二、幂函数、指数函数、对数函数 | ( 29 )  |
| 三、三角函数          | ( 44 )  |
| 四、两角和与差的三角函数    | ( 52 )  |
| 五、反三角函数和简单三角方程  | ( 56 )  |
| 六、不等式           | ( 62 )  |
| 七、数列、极限、数学归纳法   | ( 70 )  |
| 八、复数            | ( 76 )  |
| 九、排列、组合、二项式定理   | ( 83 )  |
| 十、直线与平面         | ( 89 )  |
| 十一、多面体与旋转体      | ( 97 )  |
| 十二、直线           | ( 102 ) |
| 十三、圆锥曲线         | ( 106 ) |
| 十四、参数方程、极坐标     | ( 117 ) |
| 十五、综合练习         | ( 125 ) |
| 答案与提示           | ( 138 ) |

|                 |       |
|-----------------|-------|
| 一、初中基础知识训练      | (138) |
| 二、幂函数、指数函数、对数函数 | (141) |
| 三、三角函数          | (150) |
| 四、两角和与差的三角函数    | (154) |
| 五、反三角函数和简单三角方程  | (157) |
| 六、不等式           | (161) |
| 七、数列、极限、数学归纳法   | (164) |
| 八、复数            | (169) |
| 九、排列、组合、二项式定理   | (176) |
| 十、直线与平面         | (179) |
| 十一、多面体与旋转体      | (182) |
| 十二、直线           | (186) |
| 十三、圆锥曲线         | (188) |
| 十四、参数方程、极坐标     | (193) |
| 十五、综合练习         | (199) |

## 怎样解答数学选择题

标准化考试将作为我国高等学校招生考试的主要形式。目前不少国家的标准化考试全部采用了选择题的题型。在我国，选择题已在高校招生考试中占有重要的地位，随着考试制度的改革，选择题的重要地位会越来越突出。

选择题的重要性是由它的许多优点确定的：

1. 选择题涉及的知识面较广泛，有利于考查学生掌握知识的深度和广度，从而较客观地反映学生的学习成绩。

2. 选择题具有较强的针对性，有利于开阔学生的思路，促进选择、判断、分辨能力的发展。

3. 选择题的解法灵活性较大，有利于培养学生思维的敏捷性和灵活性。

4. 选择题试卷评分标准划一，能够做到合理、公正的评定成绩，节省评卷时间。

数学选择题有特定的结构和解题思路，了解它的结构和命题方法，是掌握解法的前提。

### 一、选择题的结构及题型

一般的选择题由题干与选择支两部分组成。根据题干与选择支的不同情况，把选择题分成不同的类型。

1. 唯一选择题。其特点是：在提供选择的几个答案中，有且只有一个正确的答案。这是目前大量采用的选择

题题型。因此，这种题型可以不在题前加“有且只有一个答案正确”的说明。本书的所有选择题均属唯一选择题。

2. 多重选择题。当选择支中正确的答案不只一个时，这种选择题称作多重选择题。凡是多重选择题必须在题前加说明，以免与唯一选择题相混。

例 下列函数是奇函数的有（ ）。

- (A)  $y = \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x$ ;
- (B)  $y = 1 + \sin^2 x \cos x$ ;
- (C)  $y = \arcsin x \ (x \in [-1, 1])$ ;
- (D)  $y = \cos x \operatorname{tg} x + \sin x$ ;
- (E)  $y = 4(\cos x \cdot \sin x)^{100} - 3\cos x + 5$ 。

根据奇函数的定义逐一对每一题支进行分析判断，正确的答案是 (A)、(C)、(D)。

由于多重选择题的正确答案不只一个，因此，适用于唯一选择题的解法（如排除法、特殊值法等）就不能用于多重选择题。

3. 复合选择题。把多重选择题的题支作为题干而构成一个唯一选择题，称作复合选择题。以上题为例，改成：

下列函数：

- (A)  $y = \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x$ ;
- (B)  $y = 1 + \sin^2 x \cos x$ ;
- (C)  $y = \arcsin x \ (x \in [-1, 1])$ ;
- (D)  $y = \cos x \operatorname{tg} x + \sin x$ ;
- (E)  $y = 4(\cos x \cdot \sin x)^{100} - 3\cos x + 5$  中，奇函数的个数有（ ）。

①1个； ②2个； ③3个； ④4个； ⑤5个。

4. 填空选择题。这种选择题的题干中留有若干个空位，要将选择支中的答案选出正确的，用代号填入空位。每个空位的正确答案可以是一个或几个，而且选择支的代号可以重复选用。这类选择题在数学中较少使用，而在政治、英语、语文等学科中被广泛使用着。

鉴于目前最常见的数学选择题是唯一选择题，下面着重介绍一下唯一选择题的有关知识。

## 二、选择题的编题方法

编制选择题有一定的步骤、原则和方法。为了让同学们了解编题者的意图，掌握一些解题规律，下面主要介绍编题的思路和方法。

编题方法一：在数学概念上有意制造混乱，搞似是而非，其目的在于检查学生对概念内涵及外延的正确理解。

例 1 直线  $bx + ay = ab$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的倾斜角  $\alpha$  是 ( )。

(A)  $\alpha = \operatorname{arctg}\left(-\frac{b}{a}\right)$ ; (B)  $\alpha = \operatorname{arctg}\frac{b}{a}$ ;

(C)  $\alpha = 2\pi - \operatorname{tg}\frac{b}{a}$ ; (D)  $\alpha = \operatorname{arctg}\left(-\frac{a}{b}\right)$ ;

(E)  $\alpha = \pi - \operatorname{arctg}\frac{b}{a}$ 。

对直线倾斜角的概念及其表示法，同学们往往有以下误解：不理解反正切主值与倾斜角概念的外延；认为倾斜角是锐角；把倾斜角的外延扩大了。有的在式子变形时出错。因此，编拟了 (A)、(B)、(C)、(D) 四种错误的答案让同学们上当。

例 2 若  $x \in R, n \in J$ ，则下列各式中正确的是 ( )。

$$(A) a^{\log_a x} = x; \quad (B) \operatorname{tg}(\operatorname{arctg} x) = x;$$

$$(C) \sqrt[n]{x^n} = |x|; \quad (C) \lg x^2 = 2 \lg x.$$

这里汇集了同学们平时学习中最易发生的错误，正误混杂，不易辨认，稍一粗心，就会选错。

编题方法二：罗集运算错误，设置运算障碍，重点检查知识负迁移的影响和推理运算是否准确清晰。

例 3 二项展开式  $(\sqrt{3}i - x)^{10}$  的第八项是 ( )。

$$(A) -135x^8; \quad (B) 2160\sqrt{3}ix^7;$$

$$(C) 120x^7; \quad (D) 3240\sqrt{3}ix^3; \quad (E) 360\sqrt{3}ix^7.$$

这里罗集了二项式展开计算时的各种错误：把第 8 项写成  $C_{10}^8(\sqrt{3}i)^2(-x)^8$ ；计算  $C_{10}^7 = C_{10}^3$  时，与排列公式相混；系数只写  $C_{10}^7$ ，而忘了  $\sqrt{3}i$ ；把  $(\sqrt{3}i - x)^{10}$  变形为  $(x - \sqrt{3}i)^{10}$  来计算。

例 4 已知方程  $\frac{x}{3^2} + \frac{y}{4^2} = 1$ ，则其曲线在  $y$  轴上的截距是 ( )。

$$(A) 4^2; \quad (B) \pm 4; \quad (C) 4; \quad (D) 3.$$

从方程的形式看，有些同学误看作是  $\frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{4^2} = 1$ 。

从而选了(B)或(C)。这是编题者故布迷阵，以引导基础知识不牢固的同学产生负迁移而上当。

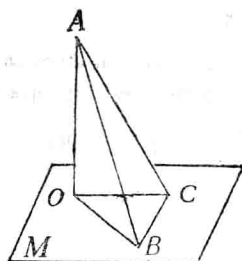
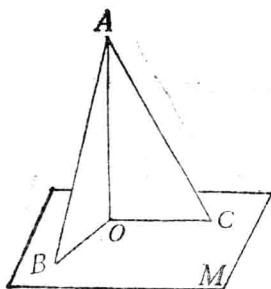
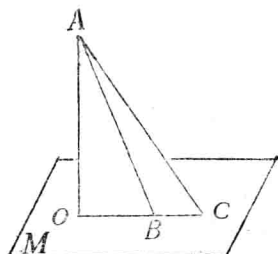
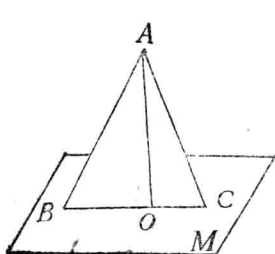
编题方法三：隐含条件，或设置多项条件，使学生造成误会，或顾此失彼。主要目的是考查学生审题能力和全面观察能力。

例 5 从平面  $M$  外一点  $A$  向平面  $M$  引垂线  $AO$  和斜线

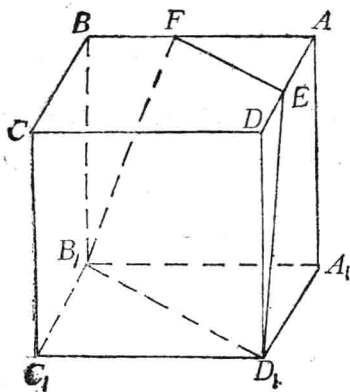
$AB$ 、 $AC$ ， $O$ 为垂足， $B$ 、 $C$ 为斜足。已知 $\angle ABO = \arctg 3$ ， $\angle ACO = \arctg \frac{1}{2}$ ， $AO = 6\text{cm}$ ，则 $B$ 、 $C$ 间的距离是（ ）。

- (A)  $14\text{cm}$ ； (B)  $10\text{cm}$ ； (C)  $2\sqrt{37}\text{cm}$ ；  
(D)  $2\sqrt{30}\text{cm}$ ； (E) 无法确定。

有些同学在审题时，往往以特殊代替一般，或只见其一，不见其二，片面理解题意。在解此题时，就可能发生下列画图的错误，因而错选(A)、(B)、(C)、(D)。



例 6 如图，在边长为1的正方体中， $AF = 2FB$ ， $AE = ED$ ，则多面体 $AEF-A_1D_1B_1$ 的体积为（ ）。

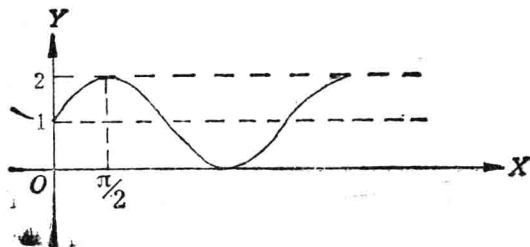


(A)  $\frac{4+\sqrt{3}}{18}$ ; (B)  $\frac{23}{72}$ ; (C)  $\frac{11}{36}$ ; (D)  $\frac{1}{3}$ .

许多同学把多面体 $AEF-A_1D_1B_1$ 看成三棱台，或者虽然判断出它是拟柱体，而误认为 $FE \parallel B_1D_1$ 。编题者在这里设下两条隐含的异面直线 $FE$ 与 $B_1D_1$ 是很容易使人上当的。

编题方法四：在答案中制造假象，刺激学生的错误思路、想象或对概念的模糊认识，借以检查学生思维的准确性、敏捷性、考查辨别能力。

例 7 下图中曲线对应的函数是 ( )。



- (A)  $y = \cos x + 1$ ;  
 (B)  $y = \sin x + 1$ ;  
 (C)  $y = 2\sin x$ ;  
 (D)  $y = \sin(x + 1)$ ;  
 (E)  $y = 2 + \sin x$ .

这里集中了同学们对曲线与坐标相对移动关系的各种模糊认识。只要思路稍有模糊，就容易被错误答案所吸引。

例 8 以正方形的顶点为顶点的三棱锥的个数是 ( )。

- (A) 8; (B)  $C_8^4$ ; (C)  $C_8^1 C_7^3$ ; (D)  $C_8^1$ ;  
 (E)  $C_8^4 - 12$ 。

这里用各种假象来刺激错误的思路。如仅想到正方体的每个顶点上有一个三棱锥；或只考虑到 8 个顶点选 4 个组成三棱锥，而未排除四点共面；或者用分步选点法而未排除四点共面；仅排除了正方体表面四点共面，而忘了对角面上的四点共面情况。上述的假象都会刺激同学们去选 (A)，或 (B)，或 (C)，或 (D)。

我们理解了上述编题的指导思想，就有利于掌握选择题的解答方法，防止可能出现的错误。

### 三、数学选择题的解法

不论是题目的结构、编题的意图，还是解题的要求，选择题都不同于一般的常规题。因此，它的解法往往不同于常规题的解法，有其特殊的思路 and 技巧。

一般来说，为了快速、准确地解选择题，必须注意下列几点：

1. 要看清题前说明,明确是什么类型的选择题(因为唯一选择题与多重选择题的解法、要求不一样),评分标准有什么规定。

2. 要认真审题。尤其是关键的词语(或符号),这些词语通常具有启发引导、隐含条件的意义。如果未认真审题就匆忙解题,最容易“中圈套”、“上当”。

3. 要认真观察。既要观察整个题目的性质、特征,进行分析或心算,以利于迅速作出判断,选择恰当的解法,又要注意观察选择支,发现暗示性,排除干扰性。

只有进行了上述准备之后,才能着手解题。选择题的解法随题而变,灵活性较大,要在大量练习之后,及时归纳总结,才能熟练掌握。下面仅介绍几种最常用的方法,供同学们参考。

总的来说,选择题的解法可分为直接肯定法和间接否定法两类。

直接肯定法包括直接法、观察法、特值法、图象法等。间接否定法包括特例否定法、淘汰法。

1. 直接法(又称常规法,循因导果法)

从题设的条件出发,通过正确的运算或推理,得出正确的结论,对照选择支进行正确选择的方法称直接法。这种解法与通常的数学题解法相同,故又叫常规法。

例 9 如果  $\log_7[\log_3(\log_2 x)] = 0$ , 那么  $x^{-\frac{1}{2}}$  等于 ( )。

(A)  $\frac{1}{3}$ ; (B)  $\frac{1}{2\sqrt{3}}$ ; (C)  $\frac{1}{3\sqrt{3}}$ ; (D)  $\frac{1}{\sqrt{42}}$ ;

(E) 以上都不对。

分析：题干中给出了对数方程，可以比较容易地求出  $x=2^3$ 。直接求出  $x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ ，从前四个选择支中找不到这个答案，故选 (E)

例10 如果  $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{1}{5}$ ，且  $\alpha \in (0, \pi)$ ，则  $\operatorname{ctg}\alpha$  的值为 ( )。

(A)  $\frac{4}{3}$  或  $\frac{3}{4}$ ;

(B)  $-\frac{4}{3}$  或  $-\frac{3}{4}$ ;

(C)  $-\frac{3}{4}$ ;

(D)  $-\frac{4}{3}$ 。

分析：从题干的构造看，它是一个三角求值题，所以可以当作常规题来解。

但是，必须观察到  $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{1}{5}$  这一等式隐含着  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$  的限制条件。如果没有观察到这一点，就会解出答案 (B)。

再进一步分析， $\because \alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ ， $\therefore \sin\alpha + \cos\alpha = |\sin\alpha| - |\cos\alpha| = \frac{1}{5} > 0 \Rightarrow |\sin\alpha| > |\cos\alpha| \Rightarrow |\operatorname{ctg}\alpha| < 1$ ，显然只有 (C) 满足这一结论。

由此可见，仔细的观察还能引导我们找到更合理的解法。

例11 若  $x = \frac{c}{a+b} = \frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a}$ ，则  $x$  的值一定是 ( )。

(A)  $\frac{1}{2}$ ; (B)  $-1$ ; (C)  $\frac{1}{2}$  或  $-1$ ; (D)  $\frac{3}{2}$ .

分析：从条件等式的轮换形式容易想到用等比定理得  $x = \frac{a+b+c}{2(a+b+c)}$ 。这时必须注意到等比定理成立的条件是  $a+b+c \neq 0$ ，故不能只得  $x = \frac{1}{2}$ ，否则就会“上当受骗”。而应该进行讨论。当  $a+b+c \neq 0$  时，得  $x = \frac{1}{2}$ ；当  $a+b+c = 0$  时，得  $a+b = -c$  代入条件等式得  $x = -1$ 。所以选 (C)。

## 2. 淘汰法（又称排除法、归谬法）

唯一选择题的正确答案有且只有一个，可以通过对错误答案逐个排除，剩下的就是正确的答案。采用淘汰法，要注意利用题干或选择支所提供的信息。在更多的情况下，只能排除显而易见的错误答案，以达到缩小选择范围的目的，然后配合其它方法来解。

例12 设  $\alpha = \frac{4\pi}{3}$ ，则  $\arccos(\cos\alpha)$  的值是 ( )。

(A)  $\frac{4\pi}{3}$ ; (B)  $-\frac{2\pi}{3}$ ; (C)  $\frac{2\pi}{3}$ ; (D)  $\frac{\pi}{3}$ 。

分析：由反余弦定义易知

$$0 \leq \arccos(\cos\alpha) \leq \pi$$

显然排除了 (A)、(B)。又  $\because \cos\alpha = \cos\frac{4\pi}{3} < 0$ ,

$\therefore \arccos(\cos\alpha) > \frac{\pi}{2}$ ，又排除 (D)。故选 (C)。

这题也可以用直接法解。

例13 已知一个正数 $M$ 的倒数 $\frac{1}{M}$ 的常用对数的首数为 $a$ , 尾数为 $b$  ( $b \neq 0$ ), 则 $M$ 的常用对数的首数与尾数是 ( ) .

- (A) 首数  $-a$ , 尾数  $-b$ ;
- (B) 首数  $1-a$ , 尾数  $-1-b$ ;
- (C) 首数  $\frac{1}{a}$ , 尾数  $\frac{1}{b}$ ;
- (D) 首数  $-a-1$ , 尾数  $1-b$ .

分析:  $\because 0 < b < 1$ , 且对数的尾数也必须是大于 (或等于) 零且小于 1 的数. 立即可以排除 (A)、(B)、(C), 故选 (D) .

若不用淘汰法, 则比较抽象, 容易选错. 用淘汰法的关键是善于观察到选择支中的特征, 即出现负尾数和大于 1 的尾数.

例14 对任何  $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$  都有 ( ) .

- (A)  $\sin \sin \alpha < \cos \alpha < \cos \cos \alpha$ ;
- (B)  $\sin \sin \alpha > \cos \alpha > \cos \cos \alpha$ ;
- (C)  $\sin \cos \alpha > \cos \alpha > \cos \sin \alpha$ ;
- (D)  $\sin \cos \alpha < \cos \alpha < \cos \sin \alpha$ ;

分析: 观察选择支, 可见均以  $\cos \alpha$  对比, 所以, 先明确  $\cos \alpha$  的性态.

当  $\alpha$  从 0 增到  $\frac{\pi}{2}$  时,  $\cos \alpha$  从 1 降到 0, 而  $\sin \alpha$  从 0 增到 1.  $\therefore \sin \sin \alpha$  从 0 增到  $\sin 1$ . 因此,  $\sin \sin \alpha$  不能恒小于  $\cos \alpha$ , 也不能恒大于  $\cos \alpha$ . 故可排除 (A)、(B) .