

最新 (一年级)

初中数学 方法·思维·训练

主 编 冯士腾



学习方法·思维·训练丛书

最新初中数学 方法·思维·训练

(一年级)

主 编 冯士腾

编 著 苍敬华 乔荣凝

刘增佑 张梦驹

张 云

光明日报出版社

(京) 新登字101号

最新初中数学
方法·思维·训练
(一年级)

主编 冯士腾
编著 苍敬华 乔荣凝
刘增佑 张梦驹
张 云



光明日报出版社出版发行

(北京永安路106号)

邮政编码: 100050

电话: 3017733-225

新华书店北京发行所经销

北京印刷一厂印刷

*

787×1092 1/32 8 印张 字数 170 千字

1992年4月 第1版 1992年4月 第一次印刷

印数: 1—24000册

ISBN 7-80091-258-2/G·522

定价: 3.70元

学习方法·思维·训练丛书

主 编 余辛里

副主编 高 川

程 迟

张世鸿

前 言

《新编中学学习方法·思维·训练丛书》为中学各年级学生课外系列读物，旨在帮助学生理解教材重点、难点，掌握优良学习方法，提高思维、解题、分析、表达能力，开扩思路，将所学知识灵活运用于实际。

《丛书》各分册基本内容包括：重点难点解析、学习方法提示、典型例题精解、知识反馈和思维训练，并配有基础与疑难兼顾、典型与实用兼顾、一般与提高兼顾的适量的课外思考练习。各分册结合本学科特点和学生程度还会有独特的设计。

《丛书》的编者均系具有丰富教学经验和著述的特级或高级教师。他们遵循严格的科学性，严密的逻辑性，鲜明的典型性、启发性和实用性原则，在广泛参阅和认真钻研有关资料的基础上，集思广益，密切配合，协力编出了这套丛书。这里融进了撰稿人自己多年教学教改的心得，也汲取了本单位、本地区以及外省市中学教学研究的成果。

如何拓宽中学生的知识视野，帮助他们掌握正确的学习方法，有效地提高各种能力，是广大教育工作者和家长们十分关心的问题。本丛书的编撰同仁有志于在这方面作些探索。现在奉献给中学青少年朋友的这套丛书，是一个初步的尝试，疏漏不妥之处还望老师和同学们提出宝贵意见。

编者

1991年9月

目 录

第一章 有理数	(1)
§ 1 正数、负数和有理数.....	(1)
一 重点难点分析.....	(1)
二 典型例题选解.....	(4)
§ 2 数轴.....	(6)
一 重点难点分析.....	(6)
二 典型例题选解.....	(7)
§ 3 相反数、绝对值.....	(9)
一 重点难点分析.....	(9)
二 典型例题分析.....	(12)
§ 4 有理数的大小比较.....	(14)
一 重点难点分析.....	(14)
二 典型例题选解.....	(16)
三 思维训练与课外思考.....	(18)
§ 5 有理数的运算.....	(20)
一 重点难点分析.....	(20)
二 典型例题选解.....	(23)
三 思维训练与课外思考.....	(29)
数学思想方法介绍.....	(34)
答案与提示.....	(36)
第二章 整式的加減	(38)
§ 1 代数式.....	(38)

一	重点难点分析	(38)
二	典型例题选解	(41)
§ 2	整式	(45)
一	重点难点分析	(45)
二	典型例题选解	(46)
§ 3	整式的加减	(47)
一	重点难点分析	(47)
二	典型例题选解	(49)
三	思维训练与课外思考	(52)
	数学思想方法介绍	(56)
	答案与提示	(58)
第三章	一元一次方程	(61)
§ 1	方程	(61)
一	重点难点分析	(61)
二	典型例题选解	(63)
§ 2	同解方程	(65)
一	重点难点分析	(65)
二	典型例题选解	(67)
§ 3	一元一次方程及其解法	(70)
一	重点难点分析	(70)
二	典型例题选解	(71)
三	思维训练与课外思考	(78)
§ 4	列方程解应用问题	(82)
一	重点难点分析	(82)
二	典型例题选解	(85)
三	思维训练与课外思考	(91)
	数学思想方法介绍	(92)

答案与提示	(94)
第四章 一元一次不等式	(96)
§ 1 不等式及其性质	(96)
一 重点难点分析	(96)
二 典型例题选解	(98)
§ 2 不等式的解、不等式的解集	(103)
一 重点难点分析	(103)
二 典型例题选解	(104)
三 思维训练与课外思考	(105)
§ 3 同解不等式、一元一次不等式和它的解法	(108)
一 重点难点分析	(108)
二 典型例题选解	(109)
三 思维训练与课外思考	(115)
数学思想方法介绍	(117)
答案与提示	(119)
第五章 二元一次方程组	(121)
一 重点难点分析	(121)
二 典型例题选解	(122)
三 思维训练与课外思考	(140)
数学思想方法介绍	(142)
答案与提示	(144)
第六章 整式的乘除	(147)
§ 1 整式的乘法	(147)
一 重点难点分析	(147)
二 典型例题选解	(148)
三 思维训练与课外思考	(154)

§ 2 乘法公式	(155)
一 重点难点分析	(155)
二 典型例题选解	(156)
三 思维训练与课外思考	(172)
§ 3 整式的除法	(173)
一 重点难点分析	(173)
二 典型例题选解	(174)
三 思维训练与课外思考	(183)
数学思想方法介绍	(184)
答案与提示	(185)
第七章 因式分解	(189)
§ 1 因式分解	(189)
一 重点难点分析	(189)
二 典型例题选解	(191)
§ 2 因式分解的方法	(193)
一 重点难点分析	(193)
二 典型例题选解	(197)
三 思维训练与课外思考	(207)
数学思想方法介绍	(212)
答案与提示	(214)
第八章 分式	(217)
一 重点难点分析	(217)
二 典型例题选解	(218)
三 思维训练与课外思考	(235)
数学思想方法介绍	(237)
答案与提示	(238)

第一章 有 理 数

§ 1 正数、负数和有理数

一、重点难点分析

(一) **重点:** 正确理解正数, 负数和有理数概念的意义; 正确表示具有相反意义的量。

(二) **难点:** 负数概念的理解; 有理数的分类。

(三) 重点难点知识分析

数学是研究现实世界的空间形式和数量关系的一门科学。为了对现实世界中的事物从量的方面进行研究, 人们创造了数。

在日常生活和生产劳动中, 经常会遇到一些量, 如: 面积, 体积、时间、重量、温度等。有些量是不具有相反意义的量, 还有大量的量是具有相反意义的量。如温度。某天的最高气温是零上 3°C , 最低气温是零下 5°C 。在这个问题中, 零上 3°C 和零下 5°C 都表示同一个量—温度, 但是它们的意义相反, 一个是在 0°C 的上面, 一个是在 0°C 的下面, 零上和零下意义相反, 所以温度是个具有相反意义的量。还有财务帐目中收入200元与支出500元; 陆地的高度, 高于海平面8848.13米与低于海平面154米…这些都是具有相反意义

的量。

如何表示具有相反意义的量？

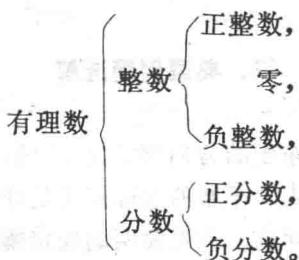
首先，把具有相反意义的量的一种意义规定为正的，把与它相反的一种意义规定为负的。对具有相反意义的量的任何一种意义的量都可以规定为正的，而把另一种与它意义相反意义的量规定为负的。所以这种规定带有任意性。但是，这种规定通常应与人们生活，生产劳动的习惯，常规相一致为好。其次是用数来表示具有相反意义的量。正的量规定用算术数（零除外）的前面写上“+”（读作正）号表示；也可以把“+”号省略不写，负的量用算术数（零除外）的前面写上“-”（读作负）号表示。为此，人们使用了正、负号：“+”，“-”，并且规定带有正号的数叫做正数；带有负号的数叫做负数。这样，在生活和生产劳动中，具有相反意义的量就可以用正数和负数表示了。

注意：零既不是正数，也不是负数。

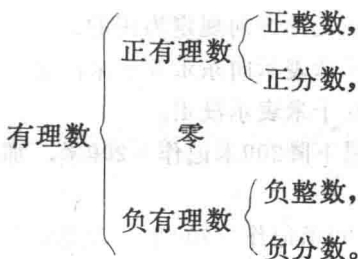
另外，在数学里、在原有的自然数、零和分数所组成的集合中，减法运算要受到被减数大于或等于减数的限制，如 $5 - 18$ 这种运算在算术里是无法进行的。为了表示具有相反意义的量和使减法运算总可以实施，必须把数集加以扩充，引入新数——负数。算术数不是没有符号的数，只不过是在未引入负数之前，没有必要强调它们是正数而已。还需要说明一点，引入负数的目的，并不只是为了把具有相反意义的量区别开来，更为重要的是为了把具有相反意义的量统一成一种意义下的量。譬如上升和下降都可以统一为上升，即下降 5 厘米可表示为上升 5 厘米。

有理数集、可以用两种方法来分类：

（1）按整数，分数分类：



(2) 按正数, 负数和零分类,



两种分类各有不同的用途,所以这两种分类都应该理解、并记住。

注意: (1) 数“零”的认识: 过去认为数零表示没有的意思, 现在数“零”有了确定的内容。如 0°C , 不是表示没有温度, 而是表示在标准大气压下水结成冰的温度。

(2) 一切有理数都可以用分数 $\frac{m}{n}$ 表示 (m 为整数,

n 为正整数) 因为分数可以化为小数; 小数也可以化为分数, 而整数又可以看作为分母为1的分数, 因此分数包括整数。

二、典型例题选解

例 1: 如果向东走的方向规定为正的, 那么走+5千米, 走-8千米, 走0千米的实际意义是什么?

分析: 对这类问题, 首先要明确规定哪一种意义的量为正的, 与它相反意义的量为负的。然后才能说明各种数量的实际含义。

解: $\because$ 向东走的方向规定为正的。

$\therefore$ 走+5千米表示向东走5千米; 走-8千米表示向西走8千米; 走0千米表示没走。

例 2: 如果下降200米记作-200米, 那么上升500米记作什么?

解: $\because$ 下降200米记作-200米, $\therefore$ 规定上升的量为正的。

$\therefore$ 上升500米, 应记作+500米。

例 3: 把下列各数、填在相应的集合里。

$+3\frac{2}{5}$, -16 , $-\frac{1}{2}$, $+15.4$, $-5\frac{2}{3}$, $+2$,
 0 , -3 , 4785 , -1 , 0.21 , -0.321 。

正整数集合: $\{+2, 4785, \dots\}$

负整数集合: $\{-16, -3, -1, \dots\}$

正分数集合: $\{+3\frac{2}{5}, +15.4, 0.21, \dots\}$

负分数集合: $\{-\frac{1}{2}, -5\frac{2}{3}, -0.321, \dots\}$

整数集合: $\{-16, 2, 0, -3, -1, 4785, \dots\}$

分数集合: $\left\{ +3\frac{2}{5}, -\frac{1}{2}, +15.4, -5\frac{2}{3}, 0.21, 0.32, \dots \right\}$

分析: 具有某种性质的事物的全体就组成一个集合。正数的全体叫做正数集合, 负数的全体叫做负数集合; 整数的全体叫做整数集合, 有理数全体叫做有理数集合。如何把已知各数分别填在相应的集合里? 一种方法是以集合为准, 一次填完一个集合; 另一种方法是以数为准, 一个数属于各个不同的集合, 一次填完。相比较而言, 后一种方法较好, 便于防止属于某一集合的数被漏掉或者同一个数在同一个集合中重复出现。

解: 正整数集合: $\left\{ +2, 4785, \dots \right\},$

负整数集合: $\left\{ -16, -3, -1, \dots \right\},$

正分数集合: $\left\{ +3\frac{2}{5}, +15.4, 0.21, \dots \right\},$

负分数集合: $\left\{ -\frac{1}{2}, -5\frac{2}{3}, -0.321, \dots \right\},$

整数集合: $\left\{ +2, 4785, -16, -3, -1, 0, \dots \right\}$

分数集合: $\left\{ +3\frac{2}{5}, +15.4, 0.21, -\frac{1}{2}, -5\frac{2}{3}, -0.321, \dots \right\}.$

§ 2 数 轴

一、重点难点分析

(一) **重点**: 理解数轴的意义, 掌握有理数与数轴上的点的对应关系。

(二) **难点**: 正确理解有理数与数轴上的点之间的对应关系。

(三) 重点难点知识分析:

任何一个数学概念都是对客观事物的观察, 分析、综合、抽象而逐步形成的。数学概念与具体的事物有着丰富的联系, 但又与具体事物有着本质的区别。

我们知道, 用温度计来测定温度的高低。认真地观察温度计的构造、就会发现, 温度计是以 0°C 为基础, 作为度量温度的起点, 0°C 上边的刻度表示零上的温度, 0°C 下边的刻度表示零下的温度。温度计上的刻度表示度量单位, 温度的数量就是用酒精 (或水银) 柱所达到的位置来表示。在观察和使用温度计的过程中, 可以得到启发; 用一条直线上的点, 表示正数, 零和负数。

规定了原点, 正方向和单位长度的直线叫做数轴。如图 1-1:

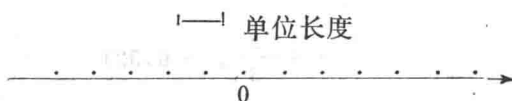


图-1

说明：（1）数轴有三要素：原点，正方向，单位长度。三者缺一不可。

（2）这三要素都是规定的。原点所在的位置可根据具体问题的不同、灵活选定。单位长度的大小也可以根据问题的不同、灵活选定。单位长度与长度单位是不同的两个概念，长度单位是不可以任意选定的。正方向一般是指由左向右的方向，就是数轴的方向是自左向右为正方向，不要误认为由原点向右为正方向，由原点向左为负方向。这三要素，虽然都是规定的，但在问题中，一经选定后，就不可以随意改变了。

数轴上的点与有理数之间的关系：任意一个有理数、都可以用数轴上的一点表示。但是反过来，数轴上的任意一点，却并不一定表示一个有理数。因为数轴上的点除了表示有理数的点（有理点）以外，还有表示无理数的点，所以，不能说数轴上任意一个点，都表示有理数。

由于有理数（数）与数轴上的点（图形）建立了对应关系，所以，借助数轴把“数”与“形”统一起来。这样我们就可以利用数轴上的点位置关系来研究有理数的有关问题，如相反数，绝对值，倒数以及有理数的运算等。

二、典型例题选解

例 4：在数轴上记出下列各数：

$$+1, -5, 0, -1\frac{1}{2}, +4.5.$$

分析， $+1$ 就是用数轴上位于原点的右方并且距原点 1 个单位长度的点 A 表示； -5 就是用数轴上位于原点的左方

并且距原点 5 个单位长度的点 B 表示，0 用原点表示等等。

解：如图 1—2

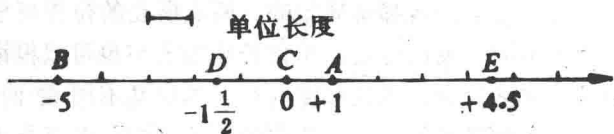


图-2

小结：在数轴上确定表示有理数的点的位置时，必须考虑两个条件：已知有理数的性质符号，可以确定点位于原点的哪一方（左方或右方）；还要考虑点到原点的距离是多少个单位长度、两者结合起来，就可以在数轴上确定表示有理数的点的位置了。

例 5：在数轴上

（1）原点右方且距原点 3 个单位长度的点表示什么数？

（2）原点左方且距原点 $\frac{2}{3}$ 个单位长度的点表示什么数？

（3）距原点 5 个单位长度的点表示什么数？

分析：本题是已知数轴上的点的位置，求点的表示的有理数。本题的思考方法与例 4 的思考方法相同。

解：在数轴上，位于原点右方且距原点 3 个单位长度的点，表示有理数 +3；

在数轴上，位于原点左方且距原点 $\frac{2}{3}$ 个单位长度的