

汇聚著名计算机教育专家**杨克昌**教授多年C语言教学经验及心得

以**算法为核心**，注重案例的趣味性、经典性、引申性

精选国际国内信息学（计算机）奥林匹克与各类程序设计竞赛及网上读者集中探讨的程序设计热点问题

每一个程序都经过多次运行调试，**附有完整代码**，代码有详细注释

至美

| C 程序设计 |

杨克昌 编著



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

至美——C 程序设计

杨克昌 编著



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

内 容 提 要

本书以各类中外趣题的 C 语言程序设计为主线,取材注重案例的趣味性与典型性,程序突出算法设计与技能运用,旨在培养与提高程序设计的兴趣,增强通过 C 程序设计解决实际问题的能力。

书中所精选的案例包括整数搜索、数据处理、模拟探索、智能游戏与图表创建,部分趣题取自国际国内历届信息学(计算机)奥林匹克与各类程序设计竞赛,同时参考了网上读者集中探讨的程序设计热点问题,类型广泛、内容丰富、难度适宜、深入浅出。所有趣题设计求解都给出完整程序代码,可在 VC++ 6.0 环境下编译通过,有些趣题还采用多个算法、多种思路的程序实现。

本书作为 C 程序设计的教学参考资料集,适合本专科在校学生与广大程序设计爱好者学习参考,可供计算机等级考试与程序员水平考试复习使用,也可供 IOI、NOI 与各级程序设计竞赛培训选用。

本书提供案例程序源代码及部分程序示例彩图,读者可以从中国水利水电出版社网站以及万水书苑下载,网址为: <http://www.waterpub.com.cn/softdown/>或 <http://www.wsbookshow.com>。

图书在版编目(CIP)数据

至美: C程序设计 / 杨克昌编著. — 北京: 中国水利水电出版社, 2016.1
ISBN 978-7-5170-3941-9

I. ①至… II. ①杨… III. ①C语言—程序设计
IV. ①TP312

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第315840号

策划编辑: 周春元

责任编辑: 张玉玲

封面设计: 李 佳

书 名	至美——C 程序设计
作 者	杨克昌 编著
出版发行	中国水利水电出版社 (北京市海淀区玉渊潭南路 1 号 D 座 100038) 网址: www.waterpub.com.cn E-mail: mchannel@263.net (万水) sales@waterpub.com.cn
经 售	电话: (010) 68367658 (发行部)、82562819 (万水) 北京科水图书销售中心(零售) 电话: (010) 88383994、63202643、68545874 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	北京万水电子信息有限公司
印 刷	三河市铭浩彩色印装有限公司
规 格	184mm×240mm 16 开本 33.25 印张 775 千字
版 次	2016 年 1 月第 1 版 2016 年 1 月第 1 次印刷
印 数	0001—3000 册
定 价	68.00 元

凡购买我社图书,如有缺页、倒页、脱页的,本社发行部负责调换

版权所有·侵权必究

I

前言

兴趣是最好的老师，它可激发人的创造热情、好奇心和求知欲。

——爱因斯坦

面对信息技术迅猛发展的潮流，对于各大专院校在校学生与广大青少年来说，熟练掌握计算机程序设计、自觉应用程序设计解决各类实际问题、全面提高程序设计素养，已经成为一项必须具备的基本技能。

当前，各大专院校理工科专业一般学习 C (C++) 语言程序设计，配合程序设计教学的参考书虽然为数不少，却多枯燥乏味、千篇一律，真正生动、有趣、实用的学习资料却是凤毛麟角。为此，笔者新推《至美——C 程序设计》，以推动广大在校本专科学生深入学好程序设计，促进程序设计水平与应用技能的快速提高。

学习计算机语言的目的是什么？当然是程序设计！那么，程序设计的目的又是什么？毫无疑问，程序设计的目的是解决实际问题，求解靠人工计算或推理难以解决的各类实际应用问题。而应用程序设计求解各类实际问题恰恰是现有众多程序设计教材所忽视与缺失的，这也是直接造成广大在校学生学习程序设计感到枯燥乏味的主要原因。

爱因斯坦曾经说过：“兴趣是最好的老师，它可激发人的创造热情、好奇心和求知欲。”培养与提高学生学习程序设计的兴趣，激发他们应用程序设计解决实际问题的热情，不是一两句空洞说教所能奏效的，需要通过有启发性的生动有趣的实际案例来引导。为此，本书以各类中外趣题的程序设计求解为主线，从案例提出到算法要点，从程序设计到运行示例，环环相扣、融为一体，学生看得见、摸得着、学得会、用得上，容易收到立杆见影、举一反三的效果。

本书力求突出以下四个特色：

(1) 注重精选问题生动有趣。

程序设计案例取材注重趣味性与典型性。所精选的案例不仅仅局限于数，更多地涉及数对、数式、数列、数阵（方阵、矩阵）、数表、游戏以至图形与动画等诸多方面，内容包括各类整数搜索、数据处理、智能游戏、模拟探索、数表创建、图形展示，既有引导入门的基础题，也有难度较大的综合题；既有名扬中外的经

典名题,也有尝试创新的新颖趣题,类型广泛、内容丰富、难度适宜、深入浅出。

书中部分选题取自国际国内历届信息学(计算机)奥林匹克与各类程序设计竞赛,同时参考了网上读者集中探讨的程序设计热点问题,有利于高校学生与程序设计爱好者在计算机实例求解上开阔视野,在程序设计思路开拓与技巧应用上有一个深层次的练习与提高。部分难度较大、要求较高的综合案例可供在校学生进行相关课程设计选用。

(2) 注重突出算法核心地位。

算法是程序的灵魂,没有算法就不可能进行程序设计。本书注重突出算法在程序设计中的核心地位。

非计算机专业的学生没有专门学习过“算法设计与分析”课程,要求基本掌握枚举(穷举)与递推(迭代)即可解决本书中所列的大多数趣味程序设计问题。

求解一些难度较大的深层次案例,例如本书中的“最优路径”“马步遍历”等,简单枚举无济于事,必须掌握与应用递归、回溯与动态规划等常用算法。

在每一案例的“设计要点”中,重点阐述所用的算法设计与实施规范。同时,对有些趣题应用了不同的算法设计求解,以适应不同基础的读者学习,以便读者比较其中的差异与优劣。

此外,如果有兴趣进行“高精度计算”,则掌握“竖式乘除模拟”(见第12章)是必要的,也是可行的;如果有意“构建图形”(见第20章),则必须了解相关图形设计语句。

(3) 注重设计技能灵活应用。

注重程序结构的设置与各类参数的选择,注重诸如分解、整合、比较、转换、求精等设计技能的灵活应用,可以分散设计难点,提高程序效率。

本书采用功能丰富、应用面广、高校学生使用率最高的C语言编写程序,并在方便快捷的VC++ 6.0环境下编译通过。

本书在每一案例设计求解的完整代码中进行详细注释,并在给出程序运行示例的基础上进行必要的说明与分析。这样做的目的在于帮助读者对所求解问题的清晰理解利于读者对程序结构与语句功能的掌握,满足读者对问题答案的期盼、引导读者发掘程序设计的神奇与美。

(4) 注重程序变通问题引申。

本书对一些典型案例应用多种不同算法,以不同实现形式与表现风格设计程序,充分体现程序设计的灵活性和多样性。

程序设计并不是一成不变的,可以实施全方位多层次的改进与变通,变通出成果,变通长能力。程序设计不断改进与优化的过程,既是提高案例求解效率的过程,也是设计能力培养与提高的过程,更是优化意识与创新能力增强的过程。

同时,对有些案例与设计作适当的引申与拓广,旨在引导读者培养自己提出问题并自觉应用程序设计解决问题的兴趣,引导他们对相关问题或相近案例作类比的设计探索。

作为C程序设计的资料集,本书把相关或相近的案例整合为一章,每一章围绕一个中心主题,各节又具有相对独立性。

在书稿的编写过程中，湖南理工学院计算机学院院长王岳斌教授、周持中教授、严权峰副教授与郭华、范波等老师以及刘志辉硕士提出了很好的修改意见，笔者一并在内深表感谢。

尽管每一案例设计求解都经过反复检查，每一个程序都经过多次运行调试，但因涉及内容较广，难免存在差错，恳请读者指正。

杨克昌

2015年10月于岳阳南湖

II

目 录

前言

第1章 舍罕王失算——不可轻视和与积 1

1.1 喝汽水	1
1.2 求和	2
1.2.1 奇因数代数和	2
1.2.2 同码小数和	3
1.3 舍罕王失算	5
1.4 阶乘与阶乘和数	7
1.4.1 阶乘计算	7
1.4.2 阶乘和数	8
1.5 分级计算	10
1.5.1 阶梯电价	10
1.5.2 个人所得税	12
1.6 解不等式	13
1.6.1 平方根不等式	13
1.6.2 调和级数不等式	15
1.6.3 代数和不等式	16
1.7 大奖赛现场统分	18
1.8 地图扫描	21

第2章 勾股数——古老文明的见证 23

2.1 最大公约数与最小公倍数	23
2.2 卡普雷卡数与巧妙平方数	26
2.2.1 卡普雷卡数	26
2.2.2 巧妙平方数	30
2.3 勾股数与长方体数	32

2.3.1 勾股数	32
-----------------	----

2.3.2 长方体数	35
------------------	----

2.4 完全数与 p-完全数	38
----------------------	----

2.4.1 完全数	38
-----------------	----

2.4.2 p-完全数	39
-------------------	----

2.5 水仙花数与兰德尔数	41
---------------------	----

2.5.1 水仙花数	41
------------------	----

2.5.2 n 位兰德尔数	42
---------------------	----

2.6 守形数	43
---------------	----

2.6.1 区间守形数	43
-------------------	----

2.6.2 n 位守形数	44
--------------------	----

2.7 逐位整除数	45
-----------------	----

第3章 素数——描写宇宙的文字 49

3.1 素数搜索	49
----------------	----

3.1.1 试商判别法	49
-------------------	----

3.1.2 厄拉多塞筛法	50
--------------------	----

3.2 梅森尼数	52
----------------	----

3.3 对称素数	53
----------------	----

3.4 超级素数	55
----------------	----

3.5 素数对	58
---------------	----

3.5.1 孪生素数对	58
-------------------	----

3.5.2 逆序素数对	60
-------------------	----

3.6 连续合数探求	61
------------------	----

3.6.1 最多连续合数区间	62
----------------------	----

3.6.2 最小连续 n 个合数	64
------------------------	----

3.7 合数世纪	65
第4章 泊松分酒——趣味分解的巧妙	67
4.1 质因数分解	67
4.2 因式分解	69
4.3 积最大的整数分解	72
4.4 整数拆分	73
4.4.1 零数为连续整数	74
4.4.2 零数取自指定集合	76
4.5 整币兑零	77
4.5.1 特定整币兑零	77
4.5.2 一般整币兑零	80
4.6 拔河分组	81
4.7 泊松分酒	85
第5章 六六大顺——智能整合的神奇	89
5.1 相亲数环	89
5.1.1 4位以内相亲数对	89
5.1.2 n 节相亲数环	90
5.2 整数分解与重组	92
5.2.1 双和3元2组	92
5.2.2 和积3元3组	93
5.3 等幂和数组	95
5.3.1 等幂和3元组	95
5.3.2 等幂和 n 元组	97
5.4 古尺神奇	99
5.5 数码串珠	103
5.6 六六大顺	107
5.7 子集和问题	109
第6章 加密与解密——数据转换的技巧	112
6.1 分数化小数	112
6.2 数制转换	113
6.2.1 十进制转换 p 进制	113
6.2.2 q 进制转换 p 进制	115
6.3 金额大写	116
6.4 加密与解密	119

6.5 序号与代码	123
6.6 抽牌概率	124
6.6.1 抽数字牌	125
6.6.2 抽扑克牌	126
第7章 优美综合式——数式构建的美妙	131
7.1 奇数序列运算式	131
7.2 埃及分数式	133
7.3 桥本分数式	136
7.4 优美数式	139
7.4.1 优美和式	139
7.4.2 优美综合式	142
7.5 对称运算式	145
7.5.1 对称单运算式	145
7.5.2 对称双运算式	150
7.6 同基因和式	152
7.7 同基因积式	156
7.7.1 同基因倍积式	156
7.7.2 同基因乘积式	158
第8章 斐波那契数列——递推迭代的典范	160
8.1 猴子爬山	160
8.2 真分数序列	163
8.3 斐波那契数列与应用	164
8.3.1 斐波那契数列	164
8.3.2 条件素数序列	166
8.4 双关系递推数列	167
8.5 等差素数列	169
8.6 指数序列	171
8.6.1 2-3 指数序列	171
8.6.2 指数积序列	175
8.7 P 数序列	179
8.8 双码二部数序列	182
第9章 佩尔方程——分类求解的精准	185
9.1 韩信点兵	185
9.2 古代趣算	187

9.2.1	百鸡问题	187
9.2.2	羊犬鸡兔问题	189
9.3	涉及商与余数的不定方程	190
9.4	佩尔方程	192
9.4.1	枚举测试求解	192
9.4.2	应用连分数高精度求解	193
9.5	水手分椰子	196
9.5.1	5 个水手分椰子	196
9.5.2	n 个水手分椰子	199
9.6	超越方程	201

第 10 章 最大 r 乘积——最优探索的奥秘 204

10.1	删数字问题	204
10.2	分数式最值	207
10.2.1	分数和最接近整数	207
10.2.2	分式和中的最值	208
10.3	最大子段和	209
10.3.1	序列最大子段	209
10.3.2	环最大子段	211
10.4	淘汰概率	212
10.5	子数对	214
10.5.1	去数字子数对	215
10.5.2	偶数子素对	217
10.6	背包效益	219
10.6.1	可拆背包	219
10.6.2	0-1 背包	220
10.6.3	二维 0-1 背包	224
10.7	插入符号的最值	226
10.7.1	最大 r 乘积	226
10.7.2	最小 r 加综合和	230
10.8	最长子序列	233
10.8.1	最长非降子序列	233
10.8.2	最长公共子序列	234

第 11 章 铁人三项——几何智能的学问 238

11.1	交通方格网	238
------	-------	-----

11.2	矩形剪切构建容器	240
11.3	智能“铁人三项”	242
11.3.1	静水“三项”	242
11.3.2	流水“三项”	243
11.4	木排漂流	245
11.5	智能甲虫	248
11.6	点的覆盖圆	251
11.7	凸 n 边形的三角形划分	253
11.8	三角函数最值	256
11.8.1	三角函数加权和最小值	256
11.8.2	三角形正弦加权和最大值	257

第 12 章 尾数前移——运算模拟的典范 259

12.1	乘数探求	259
12.1.1	积为若干个 1	259
12.1.2	积为若干个 2017	260
12.1.3	积为指定构成	261
12.2	尾数前移	263
12.2.1	限 1 位尾数	263
12.2.2	多位尾数	265
12.3	01 串积与 2 码串积	266
12.3.1	01 串积	266
12.3.2	指定 2 码串积	268
12.4	二部数积	270
12.5	连写数积	273
12.6	圆周率 π 指定精度计算	275
12.7	高精度开方	277
12.7.1	开平方	277
12.7.2	开立方	278

第 13 章 万年历——数表图案的精彩 280

13.1	乘法表	280
13.1.1	九九乘法表	280
13.1.2	p 进制乘法表	282
13.2	万年历	283
13.3	循环赛贝格尔表	285

13.4	金字塔图案	286
13.4.1	基本塔	286
13.4.2	套含空心塔	289
13.5	菱形与灯笼图案	290
13.5.1	菱形	290
13.5.2	灯笼	293
13.6	对称方阵	295
13.6.1	横竖折对称	295
13.6.2	斜折对称	296
13.7	圈号数阵	297
13.7.1	圈号方阵	297
13.7.2	层码菱阵	298
13.8	旋转数阵与转换	300
13.8.1	双转向旋转方阵	300
13.8.2	方阵与菱阵转换	302

第14章 高斯八后——排列组合的经典 305

14.1	排列计算与实现	305
14.1.1	计算 $A(n, m)$	305
14.1.2	实现 $A(n, m)$	307
14.1.3	实现复杂排列	308
14.2	组合计算与实现	311
14.2.1	计算 $C(n, m)$	311
14.2.2	实现 $C(n, m)$	313
14.2.3	实现允许重复组合	315
14.3	伯努利装错信封问题	316
14.4	分段幂	319
14.4.1	分段和幂	319
14.4.2	分段积和幂	322
14.4.3	分段和积幂	324
14.5	德布鲁金环序列	326
14.5.1	4阶环序列	327
14.5.2	n 阶环序列	328
14.6	高斯八皇后问题	330
14.6.1	高斯八皇后	330
14.6.2	推广 n 皇后	332

14.7	情侣拍照	336
------	------	-----

第15章 杨辉三角——古典数阵的启迪 341

15.1	杨辉三角	341
15.2	三角数阵子形	343
15.2.1	最大子形	343
15.2.2	最小空心子形	347
15.3	三角数阵最优路径	350
15.3.1	最大简单路径	350
15.3.2	最小复杂路径	352
15.4	矩阵最大子圈	355
15.5	硬币矩阵翻转	357
15.5.1	翻转 $m \times 9$ 矩阵	357
15.5.2	翻转 $m \times n$ 矩阵	360
15.5.3	较大矩阵翻转	364
15.6	矩阵最优路径	367
15.6.1	矩阵最小路径	367
15.6.2	方阵对称路径	369
15.7	矩阵迷宫最短通道	372

第16章 幻方——古今中外的奇葩 376

16.1	构建 n 阶幻方	377
16.2	对角正交拉丁方	380
16.3	积幻方	383
16.3.1	3阶积幻方	384
16.3.2	4阶积幻方	385
16.3.3	一组奇数阶积幻方	387
16.4	素数幻方	388
16.4.1	3阶素数幻方	388
16.4.2	4阶素数幻方	390
16.4.3	一组素数幻方	393
16.5	反幻方	396
16.5.1	3阶反幻方	397
16.5.2	n 阶反幻方	398

第17章 哈密顿圈——人类智慧的瑰宝 401

17.1	马步遍历	401
------	------	-----

17.1.1	回溯探求	401
17.1.2	递归探求	404
17.1.3	贪心无回溯探求	406
17.2	带障碍的马步遍历	409
17.3	马步型哈密顿圈	411
17.4	组合型哈密顿圈	414
17.4.1	双拼组合	415
17.4.2	环绕组合	417
17.5	带空洞的哈密顿圈	419

第 18 章 哥德巴赫猜想——不可或缺的验证 423

18.1	均位奇观	423
18.2	角谷猜想	425
18.3	黑洞数猜想	426
18.3.1	验证 3 位黑洞数	427
18.3.2	探索 4 位黑洞数	428
18.4	顺逆求和转换对称数	429
18.5	特定洗牌	433
18.6	欧拉素数多项式	435
18.7	哥德巴赫猜想	437

第 19 章 约瑟夫出圈——智力游戏的尝试 440

19.1	速算竞猜	440
19.1.1	数字魔术	440
19.1.2	加减得 1	441
19.1.3	极差过关	444
19.2	行操作游戏	447
19.2.1	黑白棋子移动	447
19.2.2	硬币正反倒面	449
19.2.3	左右报数出列	451
19.3	图形填数	452
19.3.1	等和三角形	452
19.3.2	和积三角形	454
19.4	数字牌游戏	457
19.4.1	按顺序排列翻一移一	457

19.4.2	翻一移一按顺序翻出	460
19.5	约瑟夫出圈	464
19.5.1	顺序围圈报数出圈	464
19.5.2	围圈报数顺序出圈	465
19.6	汉诺塔游戏	467
19.6.1	计算移动次数	467
19.6.2	展示移动过程	468
19.7	数独游戏	470
19.8	取石子游戏	473
19.8.1	巴什游戏	473
19.8.2	外索夫游戏	475

第 20 章 奥运五环——图形动画的展现 478

20.1	乌兰现象	478
20.1.1	乌兰方螺旋线	479
20.1.2	机器人漫步	480
20.2	函数 $y=\sin(x)/x$ 曲线	485
20.3	奥运五环	487
20.4	小球滚动与弹跳	489
20.5	小孔流水演示	491
20.6	皇后全控棋盘	494
20.6.1	全控 $n \times n$ 棋盘	494
20.6.2	全控 $n \times m$ 棋盘	499
20.7	矩形优化剪切	502

附录 A 程序设计雅趣轮塔 507

附录 B 在 VC++ 6.0 环境下运行 C 程序方法简介 508

附录 C 语言常用语法提要 514

附录 D C 常用库函数 517

参考文献 521

舍罕王失算——不可轻视和与积

求和求积作为程序设计入门的基本课题，是探求最值、最优等深入应用设计的基础。

本章涉及求和求积的基本设计，通常应用计算机语言中的变量“迭代”来实现，不存在太多难点。面对这些基本设计不可太随意，必须根据各案例的具体实际归纳和积规律、确定设计思路、设置循环结构、选择执行参量，这些都有一定的技巧运用，自然也存在许多改进与优化的空间。

通过本章基本和积问题的设计求解，着眼于培养良好的设计风格，掌握基本程序结构的建立与相应编程语句的应用技巧，以便逐步深入到更复杂更精彩的设计意境。

1.1 喝汽水

某学院有 m 个学生参加南湖春游，休息时喝汽水。南湖商家公告：

(1) 买 1 瓶汽水定价 1.40 元，喝 1 瓶汽水（瓶不带走）1 元。

(2) 为节约资源，规定 3 个空瓶可换回 1 瓶汽水，或 20 个空瓶可换回 7 瓶汽水。

(3) 为方便顾客，可先借后还。例如借 1 瓶汽水还 3 个空瓶，或借 7 瓶汽水还 20 个空瓶。

问 m 个学生每人喝 1 瓶汽水（瓶不带走），至少需要多少元？

输入正整数 m ，输出至少需要多少元（精确到小数点后第 2 位）。

1. 求解思路

注意到春游喝汽水无需带走空瓶，根据商家的规定作以下比较：

(1) 如果人数为 20 人，买 13 瓶汽水，借 7 瓶汽水，饮完 20 瓶汽水后还 20 个空瓶（即相当于换回 7 瓶汽水还给商家），两清。此时每人花费为：

$$13/20 \times 1.40 = 0.91 \text{ 元}$$

(2) 如果人数为 3 人，买 2 瓶汽水，借 1 瓶汽水，饮完 3 瓶汽水后还 3 个空瓶（即相当于换回 1 瓶汽水还给商家），两清。此时每人花费为：

$$2/3 \times 1.40 = 0.93 \text{ 元}$$

(3) 如果只有 2 人或 1 人，每人喝 1 瓶汽水（瓶不带走），此时每人花费 1 元。

(4) 注意到 $0.91 < 0.93 < 1$ ，因而有以下的最省钱算法：

1) 把 m 人分为 $x=m/20$ 个大组，每组 20 人。每组买 13 瓶汽水（借 7 瓶汽水），饮完后还 20 个空瓶，两清。

2) 剩下 $t=m-x*20$ 人，分为 $y=t/3$ 个小组，每组 3 人。每组买 2 瓶汽水（借 1 瓶汽水），饮完后还 3 个空瓶，两清。

3) 剩下 $t=m-x*20-y*3$ 人，每人花 1 元喝 1 瓶。

该算法得所花费用最低为：

$$(13*x+2*y)*1.40+t \text{ 元}$$

2. 程序设计

```
// 喝汽水
#include<stdio.h>
void main()
{ long m, t, x, y;
  printf(" 请输入人数 m: ");
  scanf("%ld", &m);
  x=m/20; // 分 x 个大组，每组买 13 瓶汽水，借 7 瓶
  t=m-20*x; // 剩下大组外的 t 人
  y=t/3; // 剩下 t 人分 y 个小组，每组买 2 瓶汽水，借 1 瓶
  t=m-20*x-3*y; // 剩下大小组外的 t 人，每人花 1 元喝 1 瓶
  printf(" 喝%ld 瓶汽水，至少需要%.2f 元。\\n", m, (13*x+2*y)*1.40+t);
}
```

3. 程序运行示例

请输入人数 m: 2017

喝 2017 瓶汽水，至少需要 1836.00 元。

以上最值求解没有设置循环，通过简单比较之后的分组思路是设计求解的关键。

1.2 求和

程序设计求和通常通过变量迭代来实现。例如把数 m 加到变量 s 中去，迭代式为：

$s=s+m;$

即把 $s+m$ 所得的和迭代和变量 s ，在 C 程序设计中常写为 $s+=m;$ 。

本节探讨“奇因数代数和”与“同码小数和”两个具有典型性的求和案例。

1.2.1 奇因数代数和

定义正整数 m 的奇因数 $f(m)$ ：

(1) 若 m 为奇数， $f(m)=m$ 。

(2) 若 m 为偶数， $f(m)$ 为 m 去除其所有偶因数后的奇因数。

例如 $f(6)=3$ ， $f(7)=7$ ， $f(8)=1$ ，试求奇因数代数和：

$$s(n) = \sum_{m=1}^n (-1)^{m-1} f(m)$$

键盘输入正整数 n ($n < 10000$), 输出奇因数代数和 $s(n)$ 。

1. 设计要点

根据求和式, m 取 $1, 2, \dots, n$, 设计 m ($1 \sim n$) 循环, 在循环中实施求和:

若 m 为奇数, $s=s+m$; 若 m 为偶数, $s=s-d$; 这里的 d 为通过循环去除 m 偶因数后的奇因数。

注意到偶数 m (通过赋值 $d=m$; 对 d 操作以保持循环变量 m 不变) 的偶因数 “2” 可能有多个, 应用条件循环 $\text{while}(d\%2==0)d=d/2$; 完成去除偶数 m 的所有偶因数操作。

2. 程序设计

```
// 求奇因数代数和
#include<stdio.h>
void main()
{ int d,m,n; long s;
  printf(" 请输入整数 n: ");
  scanf("%d",&n);
  s=0; // 和 s 清零
  for(m=1;m<=n;m++)
  { if(m%2>0) s=s+m; // 奇数 m 累加到 s
    else
    { d=m;
      while(d%2==0) d=d/2; // 去除偶数 m 的偶因数
      s=s-d;
    }
  }
  printf(" s(%d)=%ld\n", n, s); // 输出和 s
}
```

3. 程序运行示例与说明

```
请输入整数 n: 2017
s(2017)=679351
```

代数和的实施, 什么时候 “+”, 什么时候 “-”, 必须依据求和公式的要求分若干情形来分别操作。

同时要注意: 去除偶数 m 的所有偶因数必须在循环中实现, 不可能简单地通过一次试除运算实施去除。

1.2.2 同码小数和

设和式 $s(d,n)=0.d+0.dd+0.ddd+\dots+0.dd\dots d$ 为 n 项同码 d 小数之和, 其中第 k 项小数点后有连续 k 个数字 d ($d=1,2,\dots,9$)。

例如:

$$s(7,4)=0.7+0.77+0.777+0.7777$$

— 输入整数 d,n ($1 \leq d \leq 9, 1 < n < 3000$), 计算并输出同码小数和 $s(d,n)$ (四舍五入精确到小数点后 8 位)。

1. 设计要点

设置双精度实变量 s 实施累加求和。

设置 j ($1 \sim n$) 循环枚举和式的每一项, 设前项小数为 t , 则当前项显然应为:

$$t=t/10+d/10;$$

根据这一迭代式, 在循环中把每一项 t 累加到和变量 s 即可。

2. 程序设计

```
// 求同码小数和 s(d,n)
#include<stdio.h>
void main()
{ int d,j,n; double t,s;
  printf(" 请输入整数 d,n: ");
  scanf("%d,%d",&d,&n);
  t=s=0; // t、s 清零
  for(j=1;j<=n;j++)
  { t=t/10+(double)d/10; // t 为第 j 项小数
    s+=t; // 求和 s
  }
  printf(" s(%d,%d)=%.8f\n",d,n,s); // 输出和 s
}
```

3. 省略循环设计求解

事实上, 求同码小数和可省略循环求解。

设 $s(9,n)=0.9+0.99+\dots+0.99\dots9=n-0.11111111$ (可取至小数点后 9 位), 则 $s(d,n)=s(9,n)/9*d$ 。

```
// 简化同码小数和 s(d,n)
#include<stdio.h>
void main()
{ int d,n; double s;
  printf(" 请输入整数 d,n: ");
  scanf("%d,%d",&d,&n);
  s=(n-0.11111111)*d/9; // 求和 s
  printf(" s(%d,%d)=%.8f\n",d,n,s); // 输出和 s
}
```

4. 程序运行示例与说明

```
请输入整数 d,n: 7,2017
s(7,2017)=1568.69135802
```

根据同码小数相邻两项之间的规律归纳出递推关系 “ $t=t/10+d/10$ ” 是设计的关键。

由求同码小数和的以上两个设计可见, 求解一个案例的设计思路并不是一成不变的, 往往有多个设计方案可供选择, 这就给程序优化留下了空间。

5. 推广到任意指定同码

试把 d 由一个数字推广到输入的任何正整数。

例如:

$$s(2016,3)=0.2016+0.20162016+0.201620162016$$

输入整数 d,n ($1 \leq d,n < 3000$), 计算并输出和 $s(d,n)$ (四舍五入精确到小数点后 8 位)。

(1) 设计要点。

当 d 为 1 位整数时, 相邻小数项的递推关系为:

$$t = t/10 + (\text{double})d/10;$$

如果输入的整数 d 为 4 位整数, 则相邻小数项的递推关系为:

$$t = t/10000 + (\text{double})d/10000;$$

设相邻小数项的递推关系可以调整为:

$$t = t/b + (\text{double})d/b;$$

其中 b 根据输入的 d 来计算:

```
a=d;b=1;
while(a>0)
{ b=b*10;a=a/10;}
```

(2) 程序设计。

```
// 拓广同码小数和 s(d,n)
#include<stdio.h>
void main()
{ int a,b,d,j,n; double t,s;
  printf(" 请输入整数 d,n: ");
  scanf("%d,%d",&d,&n);
  a=d;b=1;
  while(a>0)
  { b=b*10;a=a/10;} // 根据 d 计算 b, 为递推 t 做准备
  t=s=0; // t、s 清零
  for(j=1;j<=n;j++)
  { t=t/b+(double)d/b; // t 为第 j 项小数
    s+=t; // 求和 s
  }
  printf(" s(%d,%d)=%.8f\n",d,n,s); // 输出和 s
}
```

(3) 程序运行示例与说明。

```
请输入整数 d,n: 2017,1000
s(2017,1000)=201.72015184
```

由原一位同码小数拓广到任意指定“同码”小数, 实现了一个“跨越”。

事实上, 任何简单的案例都可以拓广或引申到较为复杂的案例, 而任何复杂的案例都可以追溯到一个简单的原型。

1.3 舍罕王失算

1. 问题提出

相传现在流行的国际象棋是古印度舍罕王 (Shirham) 的宰相达依尔 (Dahir) 发明的。舍罕王十分喜爱象棋, 决定让宰相自己要求得到什么赏赐。这位聪明的宰相指着 8×8 共 64 格的象棋盘说: “陛下, 请您赏给我一些麦子吧, 就在棋盘的第 1 格中放 1 粒, 第 2 格放 2 粒, 第 3 格放 4 粒, 以

后每一格都比前一格增加一倍，依此放完棋盘上的 64 格，我就感恩不尽了。”

舍罕王让人扛来一袋麦子，他要兑现他的许诺。

请问，国王能兑现他的许诺吗？摆放完棋盘上的 64 格共要多少麦子赏赐他的宰相？这些小麦合多少吨（1 吨小麦约 2.4×10^3 粒）？这些小麦相当于世界粮食年总产量（以 2014 年度数据 2.48×10^9 吨计）的多少倍？

2. 设计求解要点

这是一个典型的等比数列求和问题。

第 1 格 1 粒，第 2 格 2 粒，第 3 格 $4=2^2$ 粒，……，第 i 格为 2^{i-1} 粒，于是总粒数为：

$$s = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{63}$$

为一般计，设共有 n 个格。

设置求和 i ($2 \sim n$) 循环，在循环中通过 $t=t*2$ 计算第 i 格的麦粒数，体现每一格为其前一格的 2 倍。再通过 $s=s+t$ 把每一格的麦粒数累加到和变量 s ，即可实现该等比数列各项的求和。

求出的总粒数为 s ，通过 $v=s/2.4 \times 10^3$ 把 s 粒小麦的重量折合为 v 吨。

$$p=v/2.48 \times 10^9$$

所得 p 即为相当于全世界粮食年总产量的倍数。

3. 程序设计

```
// 舍罕王失算
#include<stdio.h>
#include<math.h>
void main()
{ double t,s,v,p; int i,n;
  printf(" 请输入格数 n: ");
  scanf("%d",&n);           // 输入格数 n
  t=1;s=1;
  for(i=2;i<=n;i++)
  { t=t*2;                   // t 为第 i 格的麦粒数
    s=s+t;                   // s 求所有格的麦粒和
  }
  v=s/2.4e7;                 // 1 吨小麦约 2.4e7 粒
  p=v/2.48e9;                // 世界粮食年总产量约为 2.48e9 吨
  if(n<=40) printf(" 总麦粒数为: %.0f\n",s);
  else printf(" 总麦粒数约为: %.3e\n",s);
  printf(" 小麦重量约为: %.0f 吨\n",v);
  printf(" 约相当于世界粮食年总产量的%.0f 倍\n",p);
}
```

4. 程序运行结果与说明

```
请输入格数 n: 64
总麦粒数约为: 1.845e+019
小麦重量约为: 768614336405 吨
约相当于世界粮食年总产量的 310 倍
```

这是一个非常庞大的数值，相当于世界粮食年总产量的 300 多倍。看来舍罕王失算了，他无法