

■ 高等学校教材

微积分

上册

主 编 向淑文

副主编 张民选

高等教育出版社

高等学校教材

微 积 分

Weijifen

上 册

主 编 向淑文

副主编 张民选

高等教育出版社·北京

内容提要

本书是根据教育部高等学校大学数学课程教学指导委员会最新颁布的《大学数学课程教学基本要求(2014年版)》,按照“强化基础、突出思想、注重方法”的指导思想编写而成,结构新颖、内容简洁、易教易学。

全书分上、下两册。本书为上册,内容包括基础知识、极限与连续、微分与导数、微分中值定理与导数的应用、积分及其应用、常微分方程等六章。另外,本书还配有丰富的思考题和习题,供学生巩固和提高。

本书可作为高等学校理工科专业微积分或高等数学课程的教材,也可作为相关专业的教学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

微积分.上册 / 向淑文主编.--北京:高等教育出版社,2015.8

ISBN 978-7-04-043707-2

I. ①微… II. ①向… III. ①微积分-高等学校-教材 IV. ①O172

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第177487号

策划编辑 张长虹 责任编辑 张长虹 封面设计 姜磊 版式设计 马云
插图绘制 邓超 责任校对 刘春萍 责任印制 韩刚

出版发行 高等教育出版社
社址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
印刷 北京汇林印务有限公司
开本 787mm×960mm 1/16
印张 16
字数 280千字
购书热线 010-58581118

咨询电话 400-810-0598
网址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landraco.com>
<http://www.landraco.com.cn>
版次 2015年8月第1版
印次 2015年8月第1次印刷
定价 26.30元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物料号 43707-00

《微积分》编委会

主 编 向淑文

副主编 张民选

主 审 周国利

编 委 (按汉语拼音排序)

陈治友 何 旭 胡支军 金 瑾 刘文武

刘衍民 彭光明 索洪敏 颜宝平 严忠权

杨孝斌 张忠群 庄忠文 左 羽

前 言

本书是根据教育部高等学校大学数学课程教学指导委员会最新颁布的《大学数学课程教学基本要求(2014年版)》,按照“强化基础、突出思想、注重方法”的指导思想,由贵州省数学学会组织省内部分高校针对理工科学生微积分或高等数学课程编写的一本教材。

为了准确把握教学要求、积极推进教学改革,编写组深入开展教学研讨、大力倡导教学改革、充分吸纳教改成果,在广泛借鉴国内外同类教材编写特点的基础上,对该教材融入了最新的教学实践经验和成果。

对高校理工科学生而言,微积分或高等数学课程是非常重要的一门基础课,它不仅是学习后继课程和进一步扩大数学知识面的基础,而且在培养学生抽象思维、逻辑推理以及综合运用所学知识分析问题和解决问题的能力方面发挥着重要作用,同时也为学生的自主学习能力、创新意识和创新能力的培养提供了基础。

数学不仅是一种工具,而且是一种思维模式;不仅是一种知识,而且是一种素养;不仅是一门科学,而且是一种文化。数学教育在培养高素质科技人才中具有其独特的、不可替代的作用,“高技术的本质就是数学技术”已经被广泛认同。对于非数学类专业的学生来说,学会用数学固然是学习数学的一个主要目的,但即使如此,用数学不能简单地理解为掌握一些数学公式,用数学的关键还在于数学的思想和方法,现实中稍为复杂一些的问题一般很难直接套用现成的公式,能够真正解决实际问题的恰好是数学的思想和方法。基于这一认识,本书的编写注重微积分的思想和方法的阐述,目的是让读者从基本思想和方法的领悟过程中去学会用数学。

为了让读者对数学有一个整体的认识,能够沿着历史的脉络去了解数学的源与流,在开篇的第一章,除了回顾一些基础知识之外,我们还增加了数学发展简史与数学主要方法的介绍。对每一章内容的引入,均采用导读的形式从问题出发引出内容所要解决的关键问题。为了体现“强化基础、突出思想、注重方法”的指导思想,凡涉及重要概念或结论,都努力去阐述来龙去脉和基本思想。例如,对极限的概念的处理,结合极限思想,从极限的描述性概念入手,逐步深

入,目的是帮助读者了解极限的本质;在介绍导数和微分的概念时,通过以直代曲的思想,先引入微分的概念,再借助经典的例子引入导数的概念,目的是帮助读者了解微分和导数的实际含义和简化思想;在积分部分,没有按照从不定积分到定积分的惯例,而是围绕积分思想的核心——定积分逐步展开。为了倡导从“以教师教为中心”向“以学生学为中心”的转变,除了必备的习题外,每一节还配备了思考题,作为学生拓展学习的引导,鼓励学生开展自主学习,也可作为课堂讨论的参考,推动讨论式教学。结合历年考研试题,在每一章结尾配置了总练习题(除第一章外)。

另外,本书虽然是作为微积分或高等数学课程的教材而编写,但考虑到有利于读者学习,在整个内容的编写上同时兼顾了作为学习指导书的需要。为了拓展学生的学习内容,本书在部分内容上做了适当延伸和拓展,包括加*号的内容,考虑到不同学校、不同专业对微积分或高等数学课程内容广度和深度的不同要求,教师在教学过程当中可适当取舍,以适应不同层次、不同专业的需求,并不影响后继内容的学习。

本书第一、二、三章由向淑文编写,第四章由胡支军编写,第五章由颜宝平编写,第六章由索洪敏编写。向淑文、张民选负责了全书的统稿及修改定稿工作,周国利教授负责了全书的审稿,贵州省数学学会多次组织本书编写的专题研讨,许多教师对本书的编写提出了丰富而有益的意见,在此对所有关心和支持本书的编写、修改工作的教师表示诚挚的谢意!

因编者的知识和能力所限,本书难免会存在一些不足,加上成书仓促,难免有所疏漏,敬请专家、同行及读者批评指正。

编 者

二〇一五年六月

郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其行为人将承担相应的民事责任和行政责任；构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人进行严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话 (010)58581897 58582371 58581879

反盗版举报传真 (010)82086060

反盗版举报邮箱 dd@hep.com.cn

通信地址 北京市西城区德外大街4号 高等教育出版社法务部

邮政编码 100120

目 录

第一章 基础知识	1
§ 1.1 数学的源与流	1
§ 1.2 集合	14
§ 1.3 映射与函数	19
§ 1.4 基本初等函数与初等函数.....	29
第二章 极限与连续	35
§ 2.1 极限的概念	35
§ 2.2 极限的性质	43
§ 2.3 收敛准则及应用	55
§ 2.4 函数的连续性	65
总习题 2	73
第三章 微分与导数	75
§ 3.1 微分的概念	75
§ 3.2 导数及其基本性质	80
§ 3.3 求导法则与导数公式	89
§ 3.4 高阶导数	102
§ 3.5 隐函数及由参数方程所确定的函数的导数	105
总习题 3	110
第四章 微分中值定理与导数的应用	112
§ 4.1 微分中值定理	112
§ 4.2 函数的单调性与曲线的凹凸性	121
§ 4.3 求函数的极值与最大值最小值	129
§ 4.4 函数图形的描绘	135

§ 4.5 洛必达法则	138
§ 4.6 泰勒公式	144
§ 4.7 曲率	148
总习题 4	156
第五章 积分及其应用	157
§ 5.1 定积分的概念和性质	157
§ 5.2 微积分学基本定理	166
§ 5.3 不定积分的概念	173
§ 5.4 积分法	177
§ 5.5 反常积分	187
§ 5.6 定积分的应用	192
* § 5.7 数值积分	202
总习题 5	207
第六章 常微分方程	210
§ 6.1 常微分方程的基本概念	210
§ 6.2 一阶微分方程	213
§ 6.3 可降阶的高阶微分方程	227
§ 6.4 二阶线性微分方程	231
总习题 6	243
参考文献	244

第一章 基础知识

数学不仅是一种工具,而且是一种思维模式;不仅是一种知识,而且是一种素养;不仅是一门科学,而且是一种文化.数学教育在培养高素质科技人才中具有其独特的、不可替代的作用.对于非数学专业的学生来说,学会用数学虽然是学习数学的一个主要目的,但即使如此,用数学不能简单地理解为掌握一些数学应用的公式,其实用数学关键还在于数学的思想和方法.现实中的问题大多数难以直接套用现成的公式,能够真正解决实际问题的恰好是数学的思想和方法.要真正掌握数学的思想和方法,需要在学习中不断领悟和提升.学习高等数学之前,读者大多拥有多年初等数学的学习经历,但学了若干年的数学,不少读者却对数学缺乏深入的了解,往往只见树木,不见森林.为了让读者对数学有一个整体的认识,能够站在一个更高的视角去了解数学,在开篇的第一章中,除了回顾一些基础知识之外,我们将简略地介绍数学的发展简史与数学的主要方法,使读者能够在数学的整个体系中去学习微积分,走出盲人摸象的困境.

§ 1.1 数学的源与流

1.1.1 数学是什么

数学是什么?这一问题没有标准的答案,可以从不同的角度来解读.我们从数学的研究内容以及数学在人类文明中的地位来加以理解.

数学的研究内容随着数学历史进程在不断拓展.公元前6世纪之前,数学主要是针对“数”的研究,是计数和简单的算术,几何学也以算术为主.因此,公元前4世纪的希腊哲学家亚里士多德将数学定义为:“数学是量的科学.”

公元前6世纪开始,希腊数学开启了论证数学的时代,突出了对“形”的研究,数学以“数”与“形”为研究对象.公元16世纪,英国哲学家培根将数学分为“纯粹数学”与“混合数学”,混合数学相当于应用数学,培根给“纯粹数学”下了这样的定义:“处理完全与物质和自然哲学公理相脱离的量的科学.”公元17世纪,法国数学家笛卡儿(R. Deacartes)认为:“凡是以研究顺序和度量为目的的科

学都与数学有关。”20世纪初,集合论的缺陷一度动摇了数学的根基,集合论悖论的提出者,英国哲学家、数学家罗素(B. Russell)出于对数学基础的质疑,给数学下了这样一个定义:“数学可以定义为一种科目,我们决不知道其中说的什么,也不知道说的是真的还是假的。”恩格斯站在辩证唯物主义的高度,通过深刻分析数学的起源和本质,提出了这样的论断:“纯数学的研究对象是现实世界的空间形式和数量关系。”恩格斯的论断揭示了数学研究的本质,因此数学往往被定义为:数学是研究现实世界的空间形式和数量关系的科学。

数学在人类文明的进程中书写了辉煌的篇章,毕达哥拉斯曾经用“万物皆数”来阐述数学的无处不在.我国著名数学家华罗庚有过这样一段论述:“宇宙之大、粒子之微、光箭之速、生物之谜、日用之繁,无处不用数学。”当今时代,数学在各个领域扮演着重要的角色.因此,我们可以从多个角度来认识数学.

数学是一种语言.伽利略提出:“宇宙这本书是用数学语言写成的……除非你首先懂得了它的语言……这本书是无法读懂的.”数学这种科学的语言,如果运用得当,是十分精确的,这是数学这门学科的特点.同时,这种语言又是世界通用的,甚至被认为是能与外星人沟通的语言,人类曾经尝试把数学符号化语言载入宇宙飞船,希望收获外星生物的回应.

数学是一种工具.在物理学家的心目中,数学无疑是描述规律的工具;在经济学家、药学家、化学家的眼中,数学是统计分析的工具;在计算机专家的手中,数学是程序实现的工具.数学是一个有力的工具,在人们的日常生活及生产中随时随地发挥着重要的作用,一个人不识字可以生活,但是若不识数,就难以生活了.

数学是所有科学的基础.人类把几千年发展起来的知识归结为三大门类:数学科学、自然科学和社会科学,数学总是处在百科全书的第一卷的地位,数学是各门科学的基础,不论在自然科学技术领域,还是在经济科学,管理科学,甚至人文社会科学领域,为了准确和定量地考虑问题,数学都是重要的基础.关于这一点,马克思有这样一个论断:“一门科学,只有当它成功地运用数学时,才能达到真正完善的地步.”

数学是一门技术.数学方法与计算技术的结合更加凸显了“数学技术”的地位,正因为有了数学技术,Navier-Stokes 方程运用于航空学,拉东变换实现了医学成像,小波分析应用于图像压缩技术,控制理论成就了太空探索.美国总统尼克松的科学顾问戴维在1984年就说过这样的话:“当今被如此称颂的高技术本质上是一种数学技术”,这句话已被广泛认同.

数学是一种文化.古希腊时期,柏拉图在雅典学院门口立了一块牌子写道“不懂几何学的人不得入内”,把懂数学作为身份、品位和文明的象征,数学作为

一种高雅的文化而被人尊重.数学的内容、思想、方法、语言以及精神是人类文明的财富,数学文化也是现代文明的重要组成部分,在培养一个民族的理论修养、科学态度、理性思维和综合素质等方面起着独特的作用.数学具有科学与人文的双重学科特征,数学除了在整个科学体系中的科学典范地位之外,在方法论和认识论方面也具有鲜明的社会文化价值,数学所具有的美学特征使得数学不仅是一门科学,还是一种艺术,数学理性的美、简约的美、形式的美、结构的美、奇异的美在美学大观园里竞相绽放.

1.1.2 数学发展简史

数学的发展史大致可以分为四个阶段.

第一时期 数学萌芽时期(公元前6世纪前)

这是人类形成最基本的数学概念的时期.人类从最初的狩猎到后来的生产,需要区分猎物的多少、牲畜的多少以及分配劳动果实,人类开始具有识别事物多少的能力.经过一个漫长的过程,原始人在狩猎和生产活动中,开始意识到一只羊、一匹狼、一条鱼、一棵树等之间存在着某种共通的东西,这种与特定事物相匹配,为不同事物所具有的共同的量的属性,就是“数”.“数”的意识形成对于人类文明的贡献不亚于火的使用,正因为有了“数”的意识,人类才能够去衡量多与少,才有了科学思维的萌芽.“数”的意识形成是一个漫长的过程,罗素曾经说过:“不知要经过多少年,人类才发现一对锦鸡和两天同舍一个数字二.”

当数的意识越来越明确,人类自然开始了计数,随之而来的是记数,刻痕记数、结绳记数等都是人类最早的记数活动,1937年在捷克出土的一块距今3万年的狼骨上发现有记数的刻痕.大约在五千多年前,开始出现记数符号和记数系统,这些记数系统最早出现在古埃及、古巴比伦和中国.在古老的记数系统中,除了巴比伦楔形数字和玛雅数字分别采用六十进制和二十进制外,普遍采用十进制记数.十进制的普遍采用被认为是与人的十个手指以及手指计数有关,但是,不排除十进制从符号表示来说也恰好是一种最合理的选择.例如,用二十进制需要更多的符号,用二进制则需要更多的位数.有了记数系统,数与数之间的运算成为可能,一些简单的算术随之产生.

与算术的产生相仿,人类开始对事物的几何形状有了认识.人们从对事物形的直觉中提取一些简单的几何形式,为了进一步识别和描述事物的形状,也包括为了界定生产活动的范围,出现了最初的几何知识.例如,古埃及的几何学产生于尼罗河洪水后重新丈量土地的活动,“几何”一词最初出自希腊语,就是“土地测量”的意思.《莱茵德纸草书》是古埃及时期数学成就的典型代表,它是公元前

1650 年左右的埃及数学著作,在这份世界上最古老的数学著作中,有分数的单位分解的详尽算法,有最早的一元一次代数方程,还可以找到正方形、矩形、等腰梯形的面积公式,甚至还有圆面积的近似求法等.



莱茵德纸草书

第二时期 常量数学时期(公元前 6 世纪—公元 16 世纪)

这一时期也称初等数学时期,从公元前 6 世纪开始,也许更早一些,直到 16 世纪,大约持续了两千多年,这个时期逐渐形成了初等数学的主要分支:算术、几何、代数、三角.这个时期的基本的、最简单的成果构成了现在中学数学的主要内容.该时期的主要代表性成就包括:古希腊数学、中世纪东方数学和欧洲文艺复兴时期的数学.

1. 古希腊数学(公元前 6 世纪—公元 6 世纪)

公元前 6 世纪到公元 4 世纪,古希腊成为世界数学发展的中心,在古希腊城邦社会所特有的崇尚唯理主义的氛围中,以经验为基础且零散的算术和几何知识逐步提升为具有初步逻辑结构、以论证和推理为基础的论证数学体系.因此,古希腊数学也被认为是论证数学的发端.

泰勒斯被认为是希腊论证数学的鼻祖,泰勒斯的贡献包括平面几何的若干基本结论:(1) 圆的直径将圆分为两个相等的部分;(2) 等腰三角形两底角相等;(3) 相交直线的对顶角相等;(4) 三角形全等的命题.论证数学的兴起还要归功于毕达哥拉斯及其创建的毕达哥拉斯学派,有些学者甚至认为欧几里得的《原本》(也称《几何原本》)前两卷的主要内容来源于毕达哥拉斯学派,西方学术

界一直认为毕达哥拉斯最早发现了“勾股定理”.毕达哥拉斯学派的贡献还包括正多面体作图以及著名的“黄金分割”.“万物皆数”是毕达哥拉斯学派的信条,也反映了该学派把“数”作为几何思维元素的精神,但该学派的希帕索斯在研究直角三角形时发现:如果等腰直角三角形的直角边边长为1,斜边边长则无法用“数”来度量.无法度量的原因在于当时“数”的范围仅限于有理数,这一发现挑战了“万物皆数”的信条,希帕索斯也因此被该学派的人投进了大海,遗留下来的问题也引发了历史上的第一次数学危机.





毕达哥拉斯

欧几里得(Euclid)、阿基米德(Archimedes)和阿波罗尼奥斯(Apollonius)三位数学家的成就将希腊数学推向了巅峰.欧几里得在数学、天文、物理和音乐方面有不少著述,但《原本》无疑是其中最光辉的著作.全书共分13卷,有5条公理、5条公设、119个定义和465个命题,构成了历史上第一个数学公理化体系.《原本》囊括了迄今为止初等几何和初等代数的主要内容,到19世纪末,《原本》的印刷本用各种文字出了上千版以上.在这以前,它的手抄本统领几何学也已达一千八百年之久,其影响力堪比《圣经》,被认为是“数学圣经”,以至于欧几里得和“几何学”变成了同义语.1582年,意大利传教士利玛窦来到中国,带来了15卷本的《原本》,1606年明代数学家徐光启与利玛窦把前6卷平面几何部分合译成中文,并于翌年出版,定名为《几何原本》,后9卷是于1852—1859年由清代数学家李善兰和英国人伟烈亚力翻译完成.



欧几里得

者彼言丁乙丙分形之乙丁與甲乙丙全形之甲丙	兩線既等丁乙丙分形之乙丙與甲乙丙全形之乙	 丙又同線而元設丁乙丙與甲丙乙兩角 等則丁乙丙與甲乙丙兩形亦等也 <small>本篇</small>	是全與其分等也故底線兩端之兩角等者兩腰必	等也	第七題	一線為底出兩腰線其相遇止有一點不得別有腰線	與元腰線等而于此點外相遇	<small>欽定四庫全書</small> 幾何原本	 解曰甲乙線為底于甲于乙各出一線至丙 點相遇題言此為一定之處不得于甲上更 出一線與甲丙等乙上更出一線與乙丙等	而不予丙相遇	論曰若言有別相遇于丁者即問丁當在丙內邪丙	外邪若言丁在丙內則有二說俱不可通何者若言	丁在甲丙元線之內則如第一圖丁在甲丙兩界之
----------------------	----------------------	--	----------------------	----	-----	-----------------------	--------------	-------------------------------	---	--------	----------------------	----------------------	----------------------

《几何原本》中译本章节

阿基米德是百科全书式的伟大科学家,他有一句名言:“给我一个支点,我就能撬起整个地球。”除了浮力原理和杠杆原理等物理方面的成就之外,在数学方面阿基米德与高斯、牛顿一起被并列为世界三大数学家.阿基米德在数学方面的成就集中于几何形体的面积和体积计算,他利用逼近的方法计算圆周长、圆面积、球面积、球体积以及椭圆面积,他还利用割圆法求得 π 的值介于 3.141 63 和 3.142 86 之间.阿基米德的思想已经十分接近微积分了,其思想方法已经延伸到无穷小分析领域.



阿基米德

阿波罗尼斯是希腊亚历山大时期又一位杰出人物,他的贡献涉及几何学和天文学,其中代表性的成就是在前人工作的基础上创立了圆锥曲线论,以欧几里得公理化体系的形式撰写的《圆锥曲线论》在研究圆锥曲线上达到了理论高度.他首先提出了椭圆、抛物线、双曲线这些正式名称,坐标系的思想在阿波罗尼斯的书中也已见端倪.

从公元前 30 年到公元 6 世纪,希腊数学失去了前期的光辉,通常称为亚历山大后期,这一时期最具代表性的成果是三角学的建立.托勒密(Ptolemy)在其著作《天文学大成》中总结了之前的三角学知识,为三角学的进一步发展和应用奠定了坚实的基础.托勒密把圆周分成 360 度,角的度量采用 60 进制,并第一次给出了不同圆心角对应弦长的三角函数表.亚历山大后期还有一个显著的特点,就是突破了之前以几何学为中心的传统,使得算术和代数得到独立发展,丢番图的《算术》是其中一本颇具特色的数学著作.

2. 中世纪东方数学

希腊数学注重演绎和推理,论证数学由此而发端,中世纪的东方数学则以算法为主要标志,其中最具代表性的是中国、印度和阿拉伯地区的数学.

从公元前后至公元 14 世纪,中国数学先后经历了两汉时期、魏晋南北朝时期以及宋元时期,宋元时期达到了中国古典数学的顶峰.战国时代,《墨经》等著述开始有数学理论的萌芽,提出了平面几何的一些抽象概念,也有对“有穷”与“无穷”的探讨,“一尺之棰,日取其半,万世不竭”就是其中的代表.在现存的中国古代数学论著中,《周髀算经》是最早的一部,它记载了分数运算和勾股定理.

《九章算术》是中国古典数学最重要的著作,全书收录 246 个问题,分成九章,包括了分数四则运算、比例问题、代数方程、开方以及直线形面积、体积公式等丰富的数学成果.魏晋南北朝是中国数学史上一个丰产的时期,其中杰出的代表是刘徽和祖冲之父子.刘徽最突出的数学成就是“割圆术”以及一系列的面积、体积公式,祖冲之的数学贡献是圆周率的计算,最早将圆周率近似计算到小数点后六位,即 3.141 592 6 到 3.141 592 7 之间,祖暅的数学成就包括“开立圆术”及推导几何形体体积公式的一些基本原理.宋元时期的中国数学的杰出代表包括杨辉、秦九韶、李冶、朱世杰等,他们的贡献包括对应二项式系数表的“杨辉三角”、高次方程数值求解、数列求和以及方程组求解等数学成就.应该提到的是,由于没有合理的符号系统,中国数学很难形成系统的理论体系,16、17 世纪近代数学在欧洲蓬勃兴起之后,中国数学明显地落后了.

印度数学始终保持东方数学以计算为中心的实用化特点,在方程求解、三角学方面涌现了众多成果,其中包括不定方程求解和正弦函数表等代表性成就.印度数学对人类文明最大的贡献是阿拉伯数字的使用和包含“0”的成熟的十进制记数法,“0”的发明和使用是了不起的贡献.8 世纪左右,阿拉伯数字传入阿拉伯世界,经阿拉伯人的改造,于 12 世纪传入欧洲,欧洲人当时认为是从阿拉伯人传来的,称为“阿拉伯数字”,至今仍用这种称呼,阿拉伯数字的使用为数学思想方法带来了重大的变革.

在人类文明史上,阿拉伯人保存和传播希腊、印度以及中国的文化,最终为欧洲的文艺复兴作出了巨大贡献.阿拉伯数学的突出成就首先表现在代数学方面,花拉子米是对欧洲数学影响最大的东方数学家.他的著作《还原与对消计算概要》在 12 世纪翻译成拉丁文,在欧洲产生巨大影响,今天的代数的英文“algebra”就是阿拉伯文“还原”演变为拉丁文之后而来,因此,《还原与对消计算概要》也通常被称为《代数学》,《代数学》已经非常接近近代的初等代数,它讨论了代数方程的一般解法.阿拉伯的数学贡献还包括用圆锥曲线解三次方程、一些三角函数公式和高精度三角函数表的编制.

3. 欧洲文艺复兴时期的数学

从 14 世纪到 16 世纪末,欧洲兴起了文艺复兴运动,这场运动最早从意大利兴起,逐渐扩展到德国、法国、英国、西班牙、荷兰,以至整个欧洲大陆.文艺复兴作为一场思想文化运动,带来了科学与艺术的革命,出现了科学、文学和艺术发展的高潮.

在数学史上,文艺复兴时期的欧洲数学是初等数学向近代数学跃进的一个转折点.首先,人们在思想观念上冲破了宗教思想的束缚,恢复了古希腊哲学关心自然界的传统,倡导了科学实验的方法.许多学者提出了把数学演绎和科学实