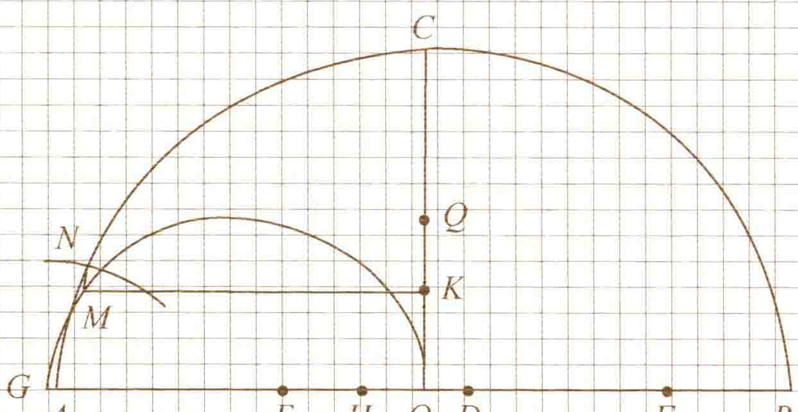
探秘数学常数

陈梅 陈仁政 主编

不可思议的
自然对数

黎渝 陈梅 著



中国工信出版集团 人民邮电出版社 POSTS & TELECOM PRESS

探秘数学常数

陈梅 陈仁政 主编

不可思议的
自然对数

黎渝 陈梅
著

人民邮电出版社
北京

图书在版编目（CIP）数据

不可思议的自然对数 / 陈梅，陈仁政主编 ；黎渝，陈梅著. -- 北京 ：人民邮电出版社，2016.4
（探秘数学常数）
ISBN 978-7-115-41571-4

Ⅰ. ①不… Ⅱ. ①陈… ②陈… ③黎… Ⅲ. ①对数－普及读物 Ⅳ. ①O122.6-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第036381号

内 容 提 要

你知道凡尔纳小说中的冒牌大力士吗？你想以一己之力赢得与多人拔河的比赛吗？你想掌握牵手“另一半”的最佳时机吗……

本书通俗地介绍了对数的发明、常用对数的诞生以及如何用其来解决实际问题，更多的篇幅则留给了“主角”自然对数：e 究竟是一个什么样的数，以 e 为底的对数为什么叫自然对数，为什么数学家们要用 e 作为自然对数的底，e 为什么以及如何像圆周率 π 一样在科学中大放异彩？

本书适合广大数学爱好者阅读。

◆ 主　　编　陈　梅　陈仁政
　著　　　　黎　渝　陈　梅
　责任编辑　刘　朋
　责任印制　彭志环
◆ 人民邮电出版社出版发行　北京市丰台区成寿寺路 11 号
　邮编　100164　电子邮件　315@ptpress.com.cn
　网址　http://www.ptpress.com.cn
　三河市中晟雅豪印务有限公司印刷
◆ 开本：700×1000　1/16
　印张：17
　字数：322 千字　　2016 年 4 月第 1 版
　印数：1-3 000 册　　2016 年 4 月河北第 1 次印刷

定价：39.00 元

读者服务热线：(010)81055410　印装质量热线：(010)81055316
反盗版热线：(010)81055315
广告经营许可证：京东工商广字第 8052 号

编 委 会

前　言

著名数学家哥德尔 18 岁进入维也纳大学时学习的是理论物理专业，他常到位于维也纳第九区斯特鲁德尔霍夫大街 4 号的理论物理研究所四楼的大教室聆听奥地利物理学家蒂林的课。有一次，他参加了德国哲学家、物理学家施里克介绍罗素数论著作的研讨会，由此对数理逻辑产生了浓厚的兴趣。数的吸引力如此之大，竟致哥德尔改换门庭。入校两年后，哥德尔放弃了物理学专业，改学数学。5 年以后的 1931 年，25 岁的哥德尔发表了震惊数学界的不完备定理。而在今天，用他的姓氏命名的哥德尔奖从 1993 年起每年都在颁发。

提到数学，我们自然无法回避数学常数。最著名的数学常数当属圆周率 π、黄金分割数 φ 和自然对数的底 e。以色列数学史家马奥尔在《无穷之旅——关于无穷大的文化史》一书中称它们为“3 个著名的无理数”。在美国加州谷歌公司总部的 4 座办公大楼中，有 3 座是以这 3 个数学符号命名的。当然，数学中重要的常数远不止于此。

数学常数是古老而又年轻的数论的重要组成部分。虽然截至目前已经取得了许多重大数论研究成果，但是还有不少谜团让人看朱成碧，不辨五色。正如日本著名数学家弥永昌吉所说，数论的“大部分仍然笼罩在神奇的面纱之下”。因此，需要我们继续不断探索。“苔花如米小，也学牡丹开。”本丛书作者虽然明知力所不逮，但凭借着对数学常数的浓厚兴趣，自 1982 年开始，断续经过 33 年的努力，终于编写成了这套系统介绍数学常数的普及读物。这套书包括《说不尽的圆周率》《不可思议的自然对数》《奥妙无穷的黄金分割》《妙趣横生的数学常数》。

虽然目前国内外出版了一些介绍上述三大数学常数的图书，但总体来说不够系统全面，许多有趣的知识没有罗列其中。本套图书希望能在以下方面做出

有益探索。

首先，本套图书以π、φ、e等主要的数学常数为主线，但又不限于此，内容涵盖重要数学概念和数学思想的形成、著名公式和定理的证明以及它们在各学科和生活中的应用。单是书中涉及的数学家以及相关的科学家、哲学家等就有2000多位，读者可以从书中了解这些著名人物在数学研究中的探索历程、所取得的重要成果以及逸闻趣事。

其次，本套图书在化繁为简、深入浅出方面进行了积极的尝试，力求消除“数学是可怕的学科”这样的误解，把“可怕”变为“可爱”，让读者充分感受到数学之真、之美、之乐、之用，感受到数学的魅力。中国数学家张景中在其所著的《数学与哲学》一书开篇就指出：“联系数学的发展历史学习数学哲学，有趣又有效。”在编写过程中，作者也尽力将数学史和科学史内容融入书中，从而梳理出重要数学思想和数学定理的发展脉络，以及著名数学难题的求解历程。读者感受到的将不再是仅以定理、证明、计算面孔出现的枯燥乏味的脑力训练，而将看到一个有血有肉、充满活力与无限乐趣的新形象。

再次，知识驱动着人类文明的发展，数学作为我们理解和探索科学以及世界的重要工具发挥了重要作用。知识的获取过程是艰辛的，但也充满着乐趣，数学更是如此。本套图书在介绍数学知识之外，更加注重表现数学家的优秀品质以及探索精神，希望读者在享用前人所留下的宝贵精神财富的同时能有一些感触或感悟。

除了作者团队的协作与努力之外，许多专家、学者、朋友及相关人士也为本套图书的编写与出版给与了帮助。在此感谢张景中、李敏、郭书春、宁挺、梁宗巨、张奠宙、查有良、吴振奎、丘和、曾润生、王青建、邹大海、彭定才、潘宁、邓文华、陈文伟、贾小勇、吴至友、罗明、安克·毛雷尔等。由于篇幅所限，还有不少人士的姓名在此未能提及，一并表示感谢。

限于作者的陋见，书中难免存在疏漏与不当之处，请读者批评指正。

爱因斯坦说：“不要担心你在数学上遇到的困难，我敢保证我遇到的困难比你大得多。”让我们以此共勉，并慢慢爱上有趣又好玩的数学吧。

编者

目　录

第1章

激情相约爱丁堡——对数使科学家延寿

在能够对科学做出贡献的所有因素中，观念的冲破是最伟大的。

——英国物理学家约瑟夫·约翰·汤姆森

“混沌初分盘古先，太极两仪四象悬……”

很有可能，人类茹毛饮血的年代就有了数学，那我们就从数学运算谈起。

1.1 从第一级到第三级——数学运算步步高

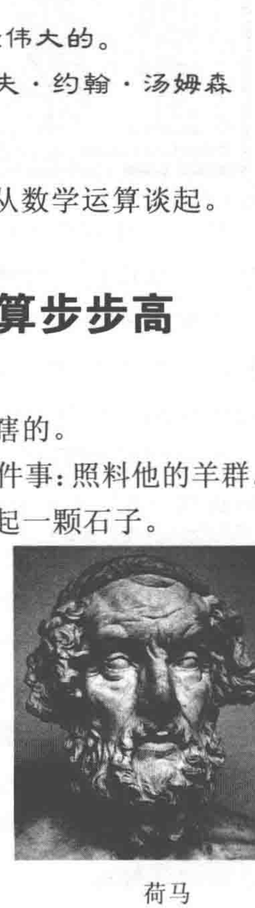
山洞口坐着一个盲目的老人，他的眼睛是被奥德修斯刺瞎的。

这个不幸的老人就是独眼巨人波吕斐摩斯。他每天只有一件事：照料他的羊群。

早晨，母羊外出吃草，每出去一只，他就从石子堆中捡起一颗石子。

傍晚，母羊归来，每回来一只，他就扔下一颗石子。当把早晨捡起的石子全部扔光的时候，他就知道全部母羊已经返洞归家。显然，他用的是“一一对应”的计（记）数方法——“匹配法”。

这是公元前八九世纪古希腊著名盲诗人荷马写在《荷马史诗·奥德赛》中的故事。奥德修斯是《奥德赛》（奥德赛的意思是长期冒险旅行）中的主角，他和波吕斐摩斯都是希腊神话中的人物。

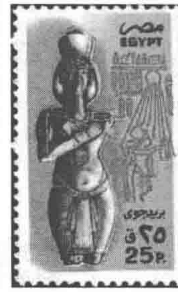


荷马

匹配法计数（事）的另一表现是大家熟悉的“结绳计数（事）”。

但是，用匹配法计数，既不能解决有多少只羊的问题，也不能解决一群羊增加或减少几只之后还有多少只羊的问题。于是自然数（本书所说的自然数从 1 开始）计数的方法应运而生，它解决了前一个问题。数的加法和减法也发明出来了，它解决了后一个问题。

秘鲁邮票：结绳计数的实物标本



埃及邮票：右侧画面为结绳记事

卢旺达邮票：印加信使传递计数结绳

当然，我们知道，加法和减法不但有数的加法和减法，而且包括集合的加法和减法。

用手指计算 1+1=2，1971 年 5 月 15 日尼加拉瓜发行的 10 枚邮票之一

“哲学就记载在我们一直都能看到的这本‘巨著’（我指的是宇宙）之中，但必须先理解其语言和符号才能领会。”意大利科学家伽利略于 1623 年 10 月在罗马出版的科学著作《试金者》中说，“它是用数学语言记载的，使用的符号是三角形、圆和其他几何图形，没有这些，人类就对它一无所知。”伽利略在这里所说的“哲学”，当时是指物理学，实际也包含自然科学。这样，我们在下面叙述数学运算时就必须研究符号。

在人类最古老的文字中就有用符号表示的第一级运算——加法和减法。例如，在古埃及的《艾哈麦斯纸（莎）草书》，也就是《兰德纸草书》中，就有了加法和减法的符号。艾哈麦斯是大约公元前 20 世纪（或公元前 17～16 世纪）的埃及祭司和数学家。他的加号“ʌ”是向右走的两条腿，他的减号“♪”是向左走的两条腿。到了 15 世纪，法国数学家丘凯在 1484 年发表的论文《数的科学》，意大利数学家帕奇奥里在 1494 年出版的图书《算术、几何、比与比例集成》中，都用 p̃ 或 p 表示加号——源于拉丁语 plus（加）的第一个字母，用 m̃ 或 m 表示减号——源于拉丁语 minus（减）的第一个字母。16 世纪的许多数学家都是这样用的。

维德曼第一次使用加号和减号

今天通用的加号“+”和减号“−”，由 15 世纪最后 20 年内的一位德国仓库管理员最早使用，他用“+”和“−”分别表示包装箱比标准的“重”或者“轻”。在德国德累斯顿城图书馆保

存着 1486 年写的手稿卷 C·80，其中就有这两个符号。而最早（1489 年）在印刷的算术书《奇妙的商业速算法》（在莱比锡出版）中使用它们的，则是出生在捷克的德国数学家维德曼，但他没有用来表示数学运算，而是分别代表“过剩”和“不足”。1514 年，荷兰数学家赫克最早在安特卫普出版的著作（*Een sonderlinghe boeck in dye edel conste Arithmetica*）中，用“+”和“−”来表示数学运算，但可能在他之前就有人这样用了。接着，英国数学家雷科德于 1557 年出版了《砺志石》一书，用到了“+”和“−”，从此这两个符号在才开始在英格兰得到普遍使用。不过，当今的“+”和“−”除了是运算符号之外，也是性质符号（例如“+3”和“−3”分别表示 3 的正负性质），还是关系符号［例如在“3=−（−3）”中，前一个“−”表示 3 和（−3）的相反数关系］。

1690 年，大名鼎鼎的德国数学家莱布尼茨还发明了一个概念加号“⊕”。它和概念减号“⊖”或“−”表示逻辑概念演算和逆运算。在内涵方面，$A \oplus B$ 表示既 A 且 B 的那个性质；在外延方面，$A \oplus B$ 表示属于 A 或属于 B 的那个类。

但是，在遇到“连加”或“连减”的时候，加法或减法的效率就低了。于是第二级运算乘法和除法以及乘号和除号应运而生了。

古中国、古希腊、古印度都没有使用乘号，而是用两个数并列表示相乘。最早用字母表示相乘的是德国数学家斯蒂费尔，他在 1545 年出版的一本算术书中用大写的德文字母 M 表示相乘，这一方法被荷兰数学家斯蒂文在 1634 年出版的书中沿用。例如，斯蒂文用“3①M sec①M ter②”（其中的 sec 和 ter 分别表示第二个与第三个未知数）表示现在的 $3xyz^2$。

在西方，“×”被称为和数学毫无关系的“圣安德鲁斜十字”。圣安德鲁是耶稣的十二门徒之一，由于他被钉在斜十字架上处死，所以斜十字也叫圣安德鲁斜十字。英国数学家奥特雷德首先在 1631 年出版的《数学指南》（又译《数学之钥》）一书中使用了现代意义上的“×”。他认为“×”由“+”旋转 45°而成，是另一种表示增加的符号。把“×”作为乘号，既表示了乘法与加法的关系，又表示了相乘的方法，实在妙不可言。这位原来是牧师的奥特雷德后来虽然当了主教，但仍痴迷于数学研究，每天只睡两三个小时。


雅格布·伯努利

用小圆点“·”表示乘号，是为了避免乘号“×”与字母“X”或“x”混淆。它的发明者是怕引起这种混淆而反对使用“×”作为乘号的莱布尼茨。他在 1698 年 7 月 29 日给瑞士数学家雅格布·伯努利（即詹姆斯·伯努利）的一封信中，首先使用“·”表示乘号。但是，用“·”表示乘号引出了新的麻烦——它容易和小数点“.”混淆。于是，又有人建议用逗号

“,”代替“·”，但没有被大家接受。

中国香港发行　　哥伦比亚发行

纪念发明四则运算的邮票

不过，有时“·”和“×”的含义是不同的，例如，在向量代数中，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$ 表示 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 的点积，也就是数量积或标量积、内积；而 $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$ 表示 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 的（交）叉积，也就是矢量积或向量积、外积。

现在，在中国用“×”或“·”都符合规范，通常在字母前或括号前可以略去。而欧洲大陆派（例如德国、法国、俄罗斯）规定用“·”表示乘号，其他国家则用“×”表示乘号。

德国数学家斯蒂费尔在 1544 年出版的《算术集成》一书中用“)”或“()”表示相除。例如，用“8）24”或“8（）24”表示今天的 8÷24。他还在 1545 年出版的一本算术书中用大写的德文字母 D 表示相除，也被荷兰数学家斯蒂文在 1634 年出版的书中沿用。

莱布尼茨

莱布尼茨也是一种除号“:”的发明者之一。他是在 1666 年的论文《组合艺术的历史》中用“:”作为除号的，这种方式至今仍在使用。当然，此前的奥特雷德也在 1631 年使用过“:”，但没有被推广。莱布尼茨不但是微积分的发明者之一，而且也是一位数学符号大师。我们知道，他发明的几乎所有的微积分符号，我们至今还在使用。1202 年，意大利数学家斐波那契在《算盘书》中用横分数线代表除号（例如 $\frac{b}{a}$）。不过，在斐波那契之前（即约 12 世纪），生活在摩洛哥的阿拉伯人阿尔-海塞尔是最早使用横分数线的数学家。他曾用“外形”复杂的 $\dfrac{2+\dfrac{3+\dfrac{3}{5}}{8}}{9}$ 来表示现在的 $\dfrac{332}{589}$。由此可见，现在我们得心应手地使用的横分数线在历史上却是那么“难产”。另一个实例是，直到 1530 年，在国外最早建立分数加法运算的德国数学家克里斯托夫·鲁道夫还“傻傻地”把 $\dfrac{2}{3}+\dfrac{3}{4}=\dfrac{17}{12}$ 写成我们“搞不懂”的 $\dfrac{\overset{8}{\dfrac{2}{3}}\ \ \overset{9}{\dfrac{3}{4}}}{12}=\dfrac{17}{12}$。用斜分数线代替横分数线（例如用 b/a 代替 $\dfrac{b}{a}$）利于排版印刷，是出生在印度的英国数学家奥古斯都·德·摩根在 1845 年发表的论文《函数计算》中的主张。

今天用的除号“÷”被称为“雷恩记号”。它是由瑞士数学家雷恩于 1659 年

在苏黎世出版的《代数》一书中正式首先采用的。为什么雷恩要用“÷”作为除法的运算符号呢？原来，他把阿拉伯人表示除法的符号“/”与奥特雷德的“：”合而为一：将“/”变成“-”，把“：”的两个小圆点分开。随着 1668 年这本书被英国数学家佩尔译为英文，“÷”逐渐通用。

雷恩和他的《代数》一角

第二级运算已经进步了，但是人们发现在“连乘”或“连除”的时候还需要第三级运算——乘方、开方和对数。

我们知道，乘方有开方和对数两种逆运算，而加法和乘法分别只有减法和除法各一种逆运算，这是第三级运算和第一、第二级运算的不同之一。

1484 年，法国数学家丘凯使用了与现代指数符号比较接近的负数指数和零指数符号。到了 1634 年，法国数学家、天文学家赫里冈用 a，$a2$，$a3$，…分别表示 a^1，a^2，a^3，…。赫里冈还是当今还在使用的许多数学符号（例如小于符号“＜”、垂直符号“⊥”——来自颠倒的“T”）的首创者。而现在用的乘方中的指数符号源自苏格兰数学家休姆。他于 1636 年居住在巴黎的时候就用小的罗马数字放在字母的右上角表示指数，例如用 A^{iii} 表示 A^3。1637 年，法国数学家笛卡儿完成了现代乘方中的指数符号——在字母或数字的右上角用小的阿拉伯数字表示指数。但是，笛卡儿的指数只是正整数，而法国数学家奥雷斯姆则在 14 世纪最早使用分数指数。在接下来的 16～17 世纪，荷兰数学家斯蒂文、英国数学家沃利斯等也先后使用或提到过分数指数和负数指数。现行的分数指数符号和负数指数符号则出自牛顿之手。1676 年 6 月 13 日，他在写给生于德国的英国皇家学会秘书奥尔登伯格转给莱布尼兹的信中创设了这些指数符号。

虚数指数的发明者，是一位最先使用虚数的意大利业余数学家法格纳诺。他在 1719 年将 π 定义为 $2\mathrm{i}\ln\dfrac{1-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$ 的时候就用了虚数指数。1679 年，莱布尼兹在一封写给荷兰数学家、物理学家惠更斯的信里，在一个方程中引入了可变的指数。

1525 年，德国数学家鲁道夫用的平方根符号是“√”。在《莫斯科纸草书》中也用了这样的平方根符号。

有人（例如瑞士数学家欧拉）说，“$\sqrt{\ }$”来自于和它形状相像的字母 r，其根源是拉丁文“radix”的第一个字母。“radix”的意思是“根”或“平方根”，可用首尾两个字母合并成“℞”——一个最早出现在由阿拉伯文本（9～10 世纪）译成拉丁文的《几何原本》（约 1120 年，译者是英国数学家阿德拉德，原作者为欧几

里得）第 10 卷中的平方根号。后来，从 12 世纪到 17 世纪之间，包括意大利的斐波那契、帕奇奥里、塔尔塔里亚等在内的不少数学家都用“℞”作为平方根的符号。“√”的优点是在计算机文件中或排版印刷时不会增大行距，所以至今有的电子文件还在使用，例如用“√3”表示“$\sqrt{3}$”。历史上最早使用“$\sqrt{\ }$”的是笛卡儿，他在第一版的《几何学》第 229 页用到了 $\sqrt{a^2+b^2}$ 。《几何学》是他在 1637 年出版的哲学巨著《方法论》的附录。在历经无数次变革之后，现代方立方根符号“$\sqrt[3]{\ }$”由法国数学家卢贝尔于 1732 年首先使用在 $\sqrt[3]{25}$ 中之后才逐渐流行，并推广到各次方根。

随着乘方运算的出现，指数函数也出现了。数学家们用“exp”或“Exp”表示以 e 为底的指数函数。例如，有时用“exp$x$”表示指数函数“e^x”。

可以想象，乘方的一种逆运算开方的诞生是“顺理成章”的。可是，乘方的另一种逆运算对数的出生就有些“难产”了。

1.2 “在离天很近的地方”——斯蒂费尔的遗憾

斯蒂费尔

“1533 年 10 月 3 日（一说 19 日）8 时是基督教的世界末日！”1532 年，一个人在匿名出版的书《基督末日的算术书：启示录中的启示》中这样预言。他还在 1533 年新年晚上把他的这个“计算”告诉给德国一个小地方洛豪（今安娜堡）的教会。

听了他的宣传，他的追随者要么不再种地，要么毁掉或消耗掉所有的财物，惶惶不安地等待着这一天的来临。但是，“世界末日”并没有如期而至。由于这一蛊惑人心的言论和传播，他被当局投入监狱。

这则趣闻轶事的主角——“他”，就是德国数学家斯蒂费尔。

斯蒂费尔是德国厄斯林根地区的新教牧师，后来又在著名的哥尼斯堡大学里担任神学和数学讲师，以及耶拿大学的数学教授。

作为数学教授，斯蒂费尔当然懂得一一对应的方法，于是就在 1544 年写了一本名叫“整数的算术”的书。在这本书中，他就几乎用这种方法建造了一座数学丰碑。

斯蒂费尔在书中欣喜地写道：“关于整数的这些奇妙性质，可以写成整本整本的书……”那么，斯蒂费尔发现了整数的什么“奇妙性质”，使他这样惊喜万分呢？我们还是先来看看他在书中的两个数列吧。

容易看出，下表的上一列是一个通项公式为 2^n（n 为整数）的等比数列，他称之为“原数”。下一列是一个整数构成的等差数列，他称之为与原数对应的“代表人物”（德文“Exponent”或“exponent”），也可翻译成“代表者”，而我们把它叫作“代言人”。

斯蒂费尔书中的两个数列

…	1/2	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048	…
…	−1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	…

斯蒂费尔发现，如果要计算 16×128 的话，可以用下面的巧妙方法。

先找到 16 的代言人 4，再找到 128 的代言人 7，然后把 4 和 7 相加，就得到了 16×128 的新代言人 11，最后找到 11 对应的新数 2048。这个 2048 就是 16×128 的答案。

如果把斯蒂费尔的方法用今天的数学语言来表示，就是这样一个对应关系：

$$\begin{array}{ccccc} m & \times & n & = & mn \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow \\ \mathrm{lb}\, m & + & \mathrm{lb}\, n & = & \mathrm{lb}\,(m+n) \end{array}$$

真是美妙极了，计算乘法变成了计算比乘法更简单的加法！对此，当然我们很容易理解，因为 $x^a \times x^b = x^{a+b}$。所以，上表实际上是底数为 2 的最原始的对数表。

美妙的感觉还没有完，用它们还可以做除法哩！

举例来说吧，在计算 2048÷128 的时候，只要用它们各自的代言人 11 和 7 相减，就得到新代言人 4，再由 4 找到对应的新原数 16 就是答案。当然，我们知道，这是因为 $x^a/x^b = x^{a-b}$。

一句话说完，利用这两个数列，就可以把较复杂的乘除法变成加减法。大致同时，法国数学家丘凯也意识到这一点。

对于我们来说，斯蒂费尔的这个结论已经没有什么神奇之处，因为一眼就能看出，斯蒂费尔的代言人就是原数以 2 为底的对数，例如 lb 64=6，等等。这里的“lb”是“$\log_2$”的规范简写。

我们还可以看出，斯蒂费尔实际上已经掌握了对数运算法则：lb（$M \times N$）= lb M+lb N，以及 lb（M/N）=lb M−lb N。

遗憾的是，在斯蒂费尔的时代，还没有分数指数的概念。那么，不是数列中的数要进行运算（例如 17×127 和 2049÷257）时又该怎么办呢？它们没有代言人呀！

这一连串问题把斯蒂费尔弄得焦头烂额，不知“云横秦岭家何在”。他只好说：“这个问题太狭窄了，所以不值得研究。”从此就“雪拥蓝关马不前”，把它搁到一边。

当然，斯蒂费尔也不是全然无功，他用的代言人这个词后来被数学界正式采

阿基米德

用，就是我们现在说的“指数（函数）”Exp 或 exp。而且，他还把这种对应关系推广到负指数、分指数的情形。

“在离天很近的地方，总有一双眼睛在守望。”这是中国歌曲《神奇的九寨》中的一句。可惜的是，斯蒂费尔在离天那么近的地方，却没能望见那并非浮云的“神马”，让已经走到发明“天堂”边缘上的脚缩了回去，把机会留给比他更具慧眼的来者（见 1.3 节）——苏格兰数学家约翰·纳皮尔。

不过，斯蒂费尔也不必懊悔。因为在他之前近两千年，比他更光辉夺目的科学巨匠、古希腊数学家阿基米德虽然也注意到了类似关系的两个数列（见右表），但也不知道在高远的云端还有对数那如花似玉般的容颜！

1	10	10^2	10^3	10^4	…
0	1	2	3	4	…

这样，阿基米德，特别是斯蒂费尔的前驱性工作成了下面要说的纳皮尔发明对数的“巨人肩膀”。

1.3 教授与贵族——激情相约爱丁堡

1.“站在巨人肩上”的对数

弹指一挥间，斯蒂费尔之后半个世纪过去了。阿基米德、斯蒂费尔的前驱性工作，在大约 1594 年开始绽花结果。经过多年的潜心研究，苏格兰数学家、物理学家和天文学家约翰·纳皮尔男爵站在这些巨人的“肩膀”上，发明了对数，也成了“巨人”。

《奇妙的对数定律说明书》

在大约努力了 20 年以后的 1614 年 6 月，居住在豪华庄园梅尔契斯顿堡（现在是纳皮尔大学的一部分）的贵族约翰·纳皮尔，在苏格兰首府爱丁堡用拉丁文出版了大作《奇妙的对数定律说明书》。这本书是如此著名，以致许多科学文献都必须提到它，于是也就有了许多译名或缩略译名，如《关于奇妙的对数法则的说明》《论对数的奇妙性》《奇妙的对数》《论述对数的奇迹》《惊人的对数规则》《奇妙的对数表的描述》等。

这本有 200 余页（含 37 页的解释和 90 页的对数表）的书公布了纳皮尔发明的对数的一些详情和他编制的间隔为 1′的 7 位（一说 8 位）正弦对数表（世界上第一个三角函数的对数表），以及对数的性质、对数表的说明、使用规则和实例。