

能力培养与标准化命题

初中几何 第二册

编写组顾问 崔孟明

赵兴业 耿迪 刘莉 伯力 编



中国环境科学出版社

能力培养与标准化命题

初中几何 第二册

编写组顾问 崔孟明

赵兴业 耿迪 编
刘莉 伯力

中国环境科学出版社

1988

内 容 简 介

本丛书是依据教学改革的精神及教学大纲的要求编写的。其基本特点是告诉读者在学习过程中需要培养什么能力，应该怎样培养这样的能力，本书内容和初中几何第二册课本相对应，全书包括相似形和圆两章，每章分几个单元，分别讲述了知识脉络、能力要求、能力训练、能力训练分析等内容，并附有训练题答案和自我反馈测试表。

本书适合中学师生以及广大自学青年阅读。

能力培养与标准化命题

初中几何 第二册

编写组顾问 崔孟明

赵兴业 耿 迪 编

刘 莉 伯 力

*

中国环境科学出版社出版

北京崇文区东兴隆街69号

化工出版社印刷厂

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1988年11月第 一 版 开本 787×1092 1/32

1988年11月第一次印刷 印张 9 1/8

印数 1—91 150 字数 182千字

ISBN 7-80010-206-8/G·034

定价：1.80元

前 言

《标准化训练与教学》丛书问世以后，受到广大读者的欢迎。该丛书之所以受到欢迎，是因为突出了“双基”训练和依据课本内容，介绍了标准化题型，因而有利于教学改革，有利于教学质量的提高。

今天再向广大读者奉献出一套《能力培养与标准化命题》丛书，使这两套丛书构成为姐妹篇，前者重在基础，介绍题型；后者重在提高，培养能力。

在教学过程中，培养能力的问题，是广大教育工作者努力探讨的新课题。培养什么能力，怎样培养，由于教学科目的不同，各有不同的要求和培养途径，但其中必有一些共性的东西。总结我们多年的教学经验，试着回答这一问题，作为抛砖引玉，这就是编写这套丛书的目的。

这套丛书是依据中、外学者的研究成果，如美国心理学家布鲁姆的认识理论，苏联教育家巴班斯基的最佳教学过程理论，并结合我国教学中的具体情况，把能力要求分为记忆理解、应用、分析综合与创见四部分。

这里说的“创见”是学生掌握基础知识的基础上，灵活运用所学知识的创见，借以提高学生的思维水平。我们认为，学生今天微小的创见，对社会主义建设将是一种无穷的

创造力，因而不可忽视。

这套丛书各科均按单元编写，各单元含有“知识脉络”，讲明本单元知识的来龙去脉；“能力要求”，指明通过学习应当培养哪些能力；“能力训练”，给出适量的，按要求分类的训练题；“能力训练分析”，对能力训练题给出解答或分析，并在适当的章节之后设有“自我反馈”和“能力测试评价表”，以使读者通过自我测试得到反馈，找到自己在学习中的优胜之处和不足之处，以发扬优胜，弥补不足，促进学习上的良性循环。

在这套丛书构思和编写过程中，特聘请特级教师崔孟明同志，作丛书编写组顾问予以指导。但由于编写这套丛书还是一种尝试，肯定有不足之处，恳请广大读者批评指正。

编者

1988年5月

目 录

第六章 相似形	(1)
第一单元 比例线段	(1)
〔知识脉络〕	(1)
〔能力要求〕	(5)
〔能力训练〕	(30)
〔能力训练分析〕	(48)
第二单元 相似形	(70)
〔知识脉络〕	(70)
〔能力要求〕	(74)
〔能力训练〕	(91)
〔能力训练分析〕	(107)
〔自我反馈〕	(123)
第七章 圆	(130)
第一单元 圆的有关性质	(130)
〔知识脉络〕	(130)
〔能力要求〕	(133)
〔能力训练〕	(141)
〔能力训练分析〕	(156)
第二单元 直线和圆的位置关系	(165)
〔知识脉络〕	(165)

〔能力要求〕	167)
〔能力训练〕	(176)
〔能力训练分析〕	(191)
第三单元 圆和圆的位置关系	(205)
〔知识脉络〕	(205)
〔能力要求〕	(206)
〔能力训练〕	(213)
〔能力训练分析〕	(222)
第四单元 正多边形和圆	(235)
〔知识脉络〕	(235)
〔能力要求〕	(236)
〔能力训练〕	(244)
〔能力训练分析〕	(251)
第五单元 点的轨迹	(260)
〔知识脉络〕	(260)
〔能力要求〕	(263)
〔能力训练〕	(267)
〔能力训练分析〕	(273)
〔自我反馈〕	(278)

第六章 相似形

第一单元 比例线段

〔知识脉络〕

比例线段这部分知识是在小学算术中比和比例知识的基础上引伸出来的。

小学讲述了比——比例——比例的基本性质，
即 a 、 b 、 c 、 d 四个正数成比例，则有

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \iff ad = bc.$$

习惯把前者称为“比例式”，后者称为“等积式”。

比例式有八种变形

$$\textcircled{1} \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \implies \textcircled{2} \quad \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \quad (\text{交换比例式的内项})$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{d}{b} = \frac{c}{a} \quad (\text{交换比例式的外项})$$

$$\textcircled{4} \quad \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \quad (\text{同时分别交换两个比}$$

的前后项)

然后再对②、③同时分别进行前后项的交换，如④，等等。这种变形看起来简单，但对初学者并不容易，稍有不甚就会搞错位置，这应引起读者注意，因为在今后的学习中，要经常进行这种变形。

课本中没把上述比例式的变形给一个名称，实际上从①到②和③的变形称做“更比定理”，从①到④的变形称做“反比定理”。

为了数学计算和式子变形的需要，在这部分知识中又讲述了合比定理、分比定理、合分比定理与等比定理，它们都属于比例的性质。

前面说了，比、比例、比例的性质是实数范围内讲述的，今天在此基础上，引伸到线段的比(即线段量数的比)，比例线段。

比例的内容是以比例的性质定理为基础的，要很好掌握比例的性质定理，不仅会用比例的基本性质去进行比例变形，而且会用这个性质去验证比例及比例变形后所得式子的正确性。课本中规定，比例的字母都不得为零，这是为了比例变形的需要，实际上比例第一项、第三项可以同时为零，这样的比例没有什么研究价值。但比例第二项、第四项不能为零，所以比例中如有为零的项就不能进行比例变形。

比例中项的概念是比较重要的概念必须深刻理解记忆。

对于比例线段的内容，课本是用长度的概念来定义线段的比。在给出线段的长时，常常不给出单位，并认为所给线段的单位是相同的。如果给出了两条线段的长度单位，在求两条线段的比时，两条线段长一定要化成同一长度单位。事实上，两条线段的比是用同一长度单位去量两线段所得两个量数的比，它与线段的长度是两个不同的概念，线段的长度是有单位，线段的量数是一个正实数。

平行线等分线段定理是平行线分线段成比例定理的特例，它们的比值是1:1，理解了平行线分线段成比例定理，就理解了平行线等分线段定理；反之平行线等分线段定理，可以帮助我们理解平行线分线段成比例定理，看图6-1。

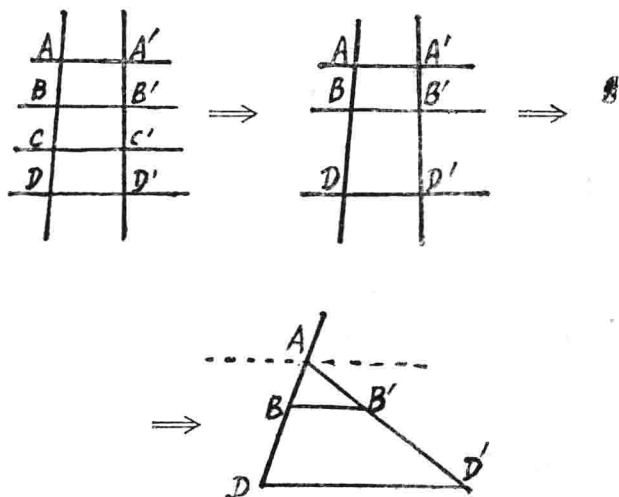


图 6-1

最后得到平行线分线段成比例定理在三角形中的应用。

如果 $\triangle ABC$, $DE \parallel BC$, 则有

$$\textcircled{1} \quad \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}, \quad \textcircled{2} \quad \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE},$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{AB}{DB} = \frac{AC}{EC},$$

$$\textcircled{4} \quad \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE} \text{ (相似三角形的预备定理)}$$

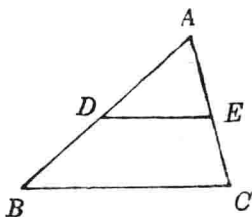


图 6-2

平行线分线段成比例定理，在一般情况下没有逆定理，但在三角形中有逆定理，即，如果在 $\triangle ABC$ 中，具有①、②、③之一时，即可推出 $DE \parallel BC$ 。

三角形内（外）角平分线的性质定理，是三角形中比例线段的重要定理，它是用平行线分线段成比例定理的推论证出的，所以它们之间的联系十分紧密。

本单元突出了类比的方法，培养由特殊到一般的认识能力，由小学数的比引出中学比例的性质；由平行线等分线段到平行线分线段成比例，其中前者都是后者的特殊情况。

课本中双箭头推理格式，是培养逻辑思维能力的一种手段。双箭头格式可以单独使用，也可以和传统格式混用，这也为今后学习“充要条件”打下了基础。

比例的基本性质和等比定理，平行线分线段成比例定理，三角形角平分线的性质定理是本单元的重点内容。

〔能力要求〕

记忆理解	1. 比例的概念； 2. 比例中项；第四比例项的定义； 3. 比例的有关性质； 4. 成比例的线段，黄金分割； 5. 平行线分线段成比例定理及推论； 6. 三角形一边的平行线的判定及推论； 7. 三角形内(外)角平分线性质定理。
应用	1. 根据比例的基本定理 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \iff ad = bc$，写出比例的其它表示形式； 2. 比例中项的几种表示方法； 3. 会用线段的长度比写出线段的比； 4. 利用作图找出黄金分割点； 5. 用平行线分线段成比例定理及三角形一边的平行线的判定解题或证明题； 6. 在不添加辅助线的情况下利用三角形的内角平分线性质定理解题或证明题。

分析综合	1. 利用比例基本定理推导合比定理、分比定理、合分比定理、等比定理； 2. 使用“ $\Rightarrow$ ”或“ $\Leftrightarrow$ ”进行推理； 3. 用添平行辅助线的方法来转化比例式。
创见	用添平行辅助线等方法来转化比例式,对三角形内角平分线性质定理采用多种方法证明。

能力要求举例

一、记忆理解

学习任何知识都需要记忆,没有记忆就不能获得知识,更谈不上应用,有如俗语所说“狗熊掰‘棒子’,掰一个丢一个”,到头来一个也没能剩下。对于学习本单元的知识来说,应该记忆哪些东西呢?主要记忆几何图形的定义、性质等,但是单纯机械地记忆,到用的时候不知道怎么用,就象有的同学说的那样,“定理我都会,就是不会做题”,那也不行。所以我们要求不能死记硬背,要在理解的基础上去记忆,在记忆理解的基础上去应用,在应用的过程中加深理解和记忆。

对几何知识的记忆和理解:(1)必须要结合图形,脱离图形的记忆,就不会应用;(2)对几何知识要不断应用,通过应用加深理解,巩固记忆。根据所学知识对象的不同,记忆理解的方法也不同。下面举两个例子,通过简单的应用帮助对所学知识的理解和记忆。

例1. 判断题(在括号内对的画“ $\sqrt{}$ ”,错的画“ $\times$ ”)

(1) 在 $b^2 = ac$ 中, b^2 叫做 a 、 c 的比例中项 ()

(2) 若 $a:b=c:d$, 则 $d = \frac{a:b}{c}$ ()

(3) 若 $a:b=c:d$, 则 $a^2:b^2=c^2:d^2$ ()

(4) 若 $x:y:z=3:4:5$, 则 $x:3=y:4=z:5$. ()

(5) 若 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{5}{7}$, 则 $\frac{a-c-e}{b-d-f} = \frac{5}{7}$ ()

(6) 若 $AC \cdot BD = AD \cdot BC$, 则 $AC \cdot BC = BD \cdot AD$ ()

(7) $\frac{a}{b} = \frac{a^2}{b^2}$ ()

(8) 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是 $\angle A$ 的平分线 且 交 BC 于 D ,
则 $AB + AC = \frac{AC \cdot BC}{DC}$ ()

(9) 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 上一点, 且 $\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$, 则
 AD 平分 $\angle BAC$ ()

(10) 在 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$, 且分别交 AB 、 AC 于 D 、 E 两点, 则 $AD:DB = AE:AC$ ()

解:

(1) b 是 a 和 c 的比例中项时, 常有以下三种表示形式: $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$, (或 $a:b=b:c$); $b^2=ac$; $b=\sqrt{ac}$, 这里指出的是 b 为 a 和 c 的比例中项, 而不是 b^2 , 故 (1) 的括号内画($\times$).

(2) 若 $a:b=c:d$, 则内项积等于外项积, 即 $ad=bc$, 所以有 $d=\frac{bc}{a}$, 决不会有 $d=\frac{a:b}{c}$, 故(2)中的括号内画($\times$).

(3) 若 $a:b=c:d$, 可由比例定义写成 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ 的形式, 等号两边平方, 便得 $\frac{a^2}{b^2}=\frac{c^2}{d^2}$, 即是 $a^2:b^2=c^2:d^2$, 故(3)的括号内画($\checkmark$).

(4) 若 $x:y:z=3:4:5$, 则它的另一种表示形式为 $x:3=y:4=z:5$, 故(4)的括号内画($\checkmark$).

(5) 若 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\frac{5}{7}$, 依等式的性质可得 $\frac{a}{b}=\frac{-c}{-d}=\frac{-e}{-f}=\frac{5}{7}$, 由等比定理可得 $\frac{a-c-e}{b-d-f}=\frac{5}{7}$, 故(5)的括号内画($\checkmark$).

(6) 若 $AC \cdot BD = AD \cdot BC$, 写成比例式可得到 $\frac{AC}{AD} = \frac{BC}{BD}$; 由 $AC \cdot BC = BD \cdot AD$, 写成比例式可得到 $\frac{AC}{AD} = \frac{BD}{BC}$,

显然(6)中的括号内画($\times$). 在判断两个等积式是否等价, 可分别将这两个等积式写成它们的比例式, 就能得到欲求的结论.

也可以用特殊值法进行判断: 如取 $AC=BD=2$, $AD=$

1, $BC=4$, 则有 $AC \cdot BD = AD \cdot BC = 4$ 成立; 然而 $AC \cdot BC = 2 \times 4 = 8$, $BD \cdot AD = 2 \times 1$ 可见 $AC \cdot BD = AD \cdot BC$ 成立, 那么 $AC \cdot BC = BD \cdot AD$ 不一定成立。

(7) $\frac{a}{b} = \frac{a^2}{b^2}$ 不一定成立, 取 $a=1$, $b=2$ 时, 显然

$\frac{a}{b} \neq \frac{a^2}{b^2}$, 故 (7) 中括号内画($\times$)。

(8) 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是 $\angle A$ 的平分线且交 BC 于 D ,

结合图6-3, 依三角形内角平分线的性质定理可得 $\frac{AB}{AC} =$

$\frac{BD}{DC}$, 运用合比定理可得 $\frac{AB+AC}{AC} = \frac{BD+DC}{DC}$, 即有

$AB+AC = \frac{AC(BD+DC)}{DC}$, 故有 $AB+AC = \frac{AC \cdot BC}{DC}$, 于

是 (8) 的括号内画 ($\checkmark$)。

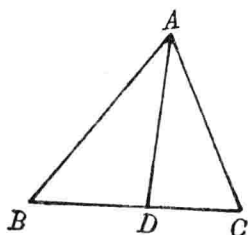


图 6-3

(9) 本题实际上是“三角形内角平分线性质的逆定理”，它也是正确的。故括号内画(√)。

已知：△ABC中，D为BC上一点

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$$

求证：AD平分∠BAC。

证明：如图6-4，作∠BAC的平分线AD'交BC于D'，则
D'B:D'C = AB:AC

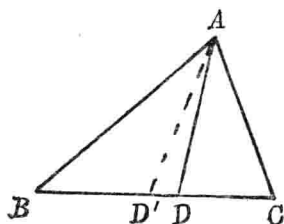


图 6-4

又∵ $BD:DC = AB:AC$

$$\therefore BD:DC = BD':D'C$$

可得到 $(BD + DC):DC = (BD' + D'C):D'C$

即 $BC:DC = BC:D'C$

$$\therefore DC = D'C$$

∴ D与D'重合，则AD平分∠BAC

以上的证明采用的是“同一法”。同一法是首先作出一个具有此性质的元素，然后证它与题中的元素重合。