



普通高等教育“十二五”规划教材

大学物理 (下册)

(第三版)

主编 周平 冯庆



科学出版社

普通高等教育“十二五”规划教材

大学物理

(下册)

(第三版)

主 编 周 平 冯 庆

副主编 兰明乾 邓成荣 杨 霞

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书以教育部高等学校物理基础课程教学指导分委员会《理工科类大学物理课程教学基本要求》(2010版)为指导,在充分理解大学物理课程在“创新型人才”培养、素质教育中的功能与作用的基础上,吸收国内外优秀教材的精华,结合编者多年的教学教改实践经验编写而成。

根据大多数高等院校关于自然科学类通识性公共基础课程——大学物理课程分两学期开设的实际情况,本书分为上、下两册。上册包括力学和热物理学;下册包括电磁学、光学和近代物理。

本书以物理学的基本理论体系为主线,在强调基本概念、基本规律、基本运算方法的同时,重点体现自然科学研究事物的思想及方法。在每一章的前面适当地加入了一些励志、劝学、思想方法等方面的名人名言和科学家简介,将人文与自然有机结合;并在每一章的末尾以“阅读材料”的形式介绍了科学技术的前沿动态,以方便学生了解科技动态,扩大知识面。

本书可作为高等院校理工类各专业大学物理课程的教材,也可供自修大学物理课程的人员使用。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理. 下册/周平,冯庆主编. —3版. —北京:科学出版社,2016.1
普通高等教育“十二五”规划教材

ISBN 978-7-03-046219-0

I. ①大… II. ①周… ②冯… III. ①物理学-高等学校-教材 IV. ①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 262342 号

责任编辑:窦京涛 / 责任校对:邹慧卿

责任印制:霍 兵 / 封面设计:迷底书装

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

三河市骏杰印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2012 年 3 月第 一 版 开本:787×1092 1/16

2016 年 1 月第 三 版 印张:19 1/2

2016 年 2 月第六次印刷 字数:462 000

定价:39.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

目 录

第三篇 电 磁 学

第 8 章 静电场	4
8.1 电场与电场强度	4
8.2 静电场的高斯定理	13
8.3 电势	20
8.4 静电场中的导体	28
8.5 电介质	33
8.6 静电场的能量	38
阅读材料:热电体、压电体、铁电体和驻极体	42
本章提要	47
思考题	50
习题	51
第 9 章 稳恒磁场	57
9.1 磁场与磁感应强度	57
9.2 磁场中的高斯定理	62
9.3 电流产生磁场的规律	63
9.4 安培环路定理及其应用	68
9.5 磁场对运动电荷及电流的作用	71
9.6 磁力的功	77
9.7 磁介质	77
阅读材料:磁流体发电	84
本章提要	87
思考题	89
习题	89
第 10 章 电磁感应	98
10.1 电磁感应定律	98
10.2 动生电动势与感生电动势	101
10.3 自感和互感	109
10.4 磁场能量	113
10.5 麦克斯韦方程组与电磁波	114
阅读材料:超导电性和高温超导	124
本章提要	128
思考题	132
习题	132

第四篇 光 学

第 11 章 光学	139
11.1 光源的发光原理及光的相干性	139
11.2 分波面干涉	144
11.3 分振幅干涉	148
11.4 光的衍射	158
11.5 光栅衍射	165
11.6 X 射线的衍射	170
11.7 光的偏振	171
* 11.8 几何光学初步	184
阅读材料: 光纤通信	197
本章提要	201
思考题	204
习题	205

第五篇 近代物理

第 12 章 狭义相对论	213
12.1 绝对时空观与力学相对性原理	213
12.2 狭义相对论基本原理与洛伦兹变换	217
12.3 相对论中的时间和空间	222
12.4 相对论动力学基础	228
阅读材料: 百年相对论探索历程	232
本章提要	237
思考题	239
习题	239
第 13 章 早期量子论	243
13.1 黑体辐射和普朗克量子假设	243
13.2 光电效应	250
13.3 康普顿效应	254
13.4 氢原子光谱 玻尔氢原子理论	258
13.5 微观粒子的波动性和状态描述	265
13.6 不确定关系	273
13.7 薛定谔方程	277
阅读材料: 神秘的中微子	289
本章提要	295
思考题	298
习题	298

下册习题参考答案	300
----------------	-----

第三篇 电 磁 学

电磁场是物质世界的重要组成部分,电磁学是研究电磁场运动规律的科学,即研究电荷、电场与磁场的基本性质和基本规律及其相互联系的科学。

对于电磁现象的定量研究可追溯到 18 世纪库仑(C. A. Coulomb)定律的建立,其后由高斯(K. F. Gauss)、安培(A. M. Ampère)、法拉第(M. Faraday)等逐步确立了电和磁的各条规律。特别是 1831 年法拉第发现了电磁感应现象及其规律,并提出了场和场线的概念,进一步揭示了电与磁的内在联系。19 世纪中叶,麦克斯韦(J. C. Maxwell)在总结前人成果的基础上,再加上他极富创见的关于感生电场和位移电流的假说,建立了以一组电磁场方程为核心的完整的、宏观的电磁场理论,称为经典电磁学。经典电磁学不仅可以解释当时所有的宏观的电磁现象,而且还预言了电磁波的存在,并指出光就是一定频率范围内的电磁波,它使人类对宏观电磁现象的认识达到了一个新的高度。麦克斯韦的这一成就可以认为是从牛顿建立力学理论到爱因斯坦提出相对论的这段时期中物理学史上最重要的理论成果。

随着近代科学技术的发展和应用,经典电磁学理论已经不能解释微观和高速情况下的电磁现象。20 世纪初,量子理论和狭义相对论的诞生将宏观电磁理论推向一个新的台阶,建立了量子电动力学和相对论电动力学,使近代电磁理论的发展在观念上产生了巨大的飞跃。现在电磁理论在工农业生产、科学研究、军事武器、医学工程及日常生活等方面都有着极其广泛的应用。电磁理论也已成为人类深入认识物质世界必不可少的基本理论。

作为电磁理论基础,本篇只介绍经典电磁学的内容。首先介绍电场的描述及其规律,再介绍磁场的描述及其规律,最后讨论电场和磁场相互联系的规律——电磁感应和电磁波。

名人名言

物理书都充满了复杂的数学公式.可是思想及理念,而非公式,才是每一物理理论的开端.

——爱因斯坦

伟大的思想只有付诸行动才能成为创举.

——赫兹

停止了创新的思想,便是停止了生命.

——富兰克林

少而好学,如日出之阳;

壮而好学,如日中之光;

老而好学,如炳烛之明.

——刘向



科学家介绍

库仑(Charlse-Augustin de Coulomb, 1736~1806 年), 法国工程师、物理学家。1736 年 6 月 14 日生于法国昂古莱姆, 1806 年 8 月 23 日在巴黎逝世。

库仑早年就读于美西也尔工程学校。离开学校后, 进入皇家军事工程队当工程师。法国大革命时期, 库仑辞去一切职务, 到布卢瓦致力于科学研究。法皇执政统治期间, 回到巴黎成为新建的研究院成员。

1773 年发表有关材料强度的论文, 所提出的计算物体上应力和应变分布情况的方法沿用到现在, 是结构工程的理论基础。1777 年开始研究静电和磁力问题。当时法国科学院悬赏征求改良航海指南针中的磁针问题。库仑认为磁针支架在轴上, 必然会带来摩擦, 提出用细头发丝或丝线悬挂磁针。研究中发现线扭转时的扭力和针转过的角度成比例关系, 从而可利用这种装置测出静电力和磁力的大小, 这导致他发明扭秤。他还根据丝线或金属细丝扭转时扭力和指针转过的角度成正比, 而确立了弹性扭转定律。他根据 1779 年对摩擦力进行的分析, 提出有关润滑剂的科学理论, 于 1881 年发现了摩擦力与压力的关系, 表述出摩擦定律、滚动定律和滑动定律。设计出水下作业法, 类似现代的沉箱。1785~1789 年, 用扭秤测量静电力和磁力, 导出著名的库仑定律。库仑定律使电磁学的研究从定性进入定量阶段, 是电磁学史上一块重要的里程碑。

磁学中的库仑定律也是利用类似的方法得到的。1789 年法国大革命爆发, 库仑隐居在自己的领地里, 每天全身心地投入到科学研究的工作中去。同年, 他的一部重要著作问世, 在这部书里, 他对有两种形式的电的认识发展到磁学理论方面, 并归纳出类似于两个点电荷相互作用的两个磁极相互作用定律。库仑以自己一系列的著作丰富了电学与磁学研究的计量方法, 将牛顿的力学原理扩展到电学与磁学中。库仑的研究为电磁学的发展、电磁场理论的建立开拓了道路, 他的扭秤在精密测量仪器及物理学的其他方面也得到了广泛的应用。

库仑不仅在力学和电学上都做出了重大的贡献, 在巴黎期间, 库仑为许多建筑的设计和施工提供了帮助, 而工程中遇到的问题促使了他对土的研究。1773 年, 库仑向法兰西科学院提交了论文“最大最小原理在某些与建筑有关的静力学问题中的应用”, 文中研究了土的抗剪强度, 并提出了土的抗剪强度准则(库仑定律), 还对挡土结构上的土压力的确定进行了系统研究, 首次提出了主动土压力和被动土压力的概念及其计算方法(库仑土压理论)。该文在 3 年后的 1776 年由法兰西科学院刊出, 被认为是古典土力学的基础, 他因此也被称为“土力学之始祖”。

他还给我们留下了不少宝贵的著作, 其中最主要的是《电气与磁性》一书, 共七卷, 于 1785~1789 年先后公开出版发行。



第 8 章

静 电 场

相对于观察者静止的电荷称为静电荷,由静电荷产生的电场称为静电场.本章主要研究静电场的基本性质及静电场与导体、电介质的相互作用.

电场强度和电势是描述电场特性的两个重要物理量,高斯定律和场强环路定理是反映静电场的基本规律.

已知场源电荷分布求解场强分布和电势分布是本章要解决的主要问题之一.

在电场的作用下,导体的电荷分布会发生变化.这种变化了的电荷分布又会反过来影响电场分布,直至达到静电平衡.最后讨论电场与电介质的相互作用规律、电容器以及电场的能量.

8.1 电场与电场强度

8.1.1 电荷(charge)

电荷是物质的一种基本属性.人们对电荷的认识最早是从摩擦起电现象开始的,如玻璃棒和丝绸相互摩擦后,能够吸引轻小物体,这就是因为摩擦使物体失去或获得电子而带上了电荷.通过对电荷各种相互作用的研究,人们逐渐认识到电荷的基本性质有以下几方面.

1. 电荷的正负性

电荷有两种,同种电荷相斥,异种电荷相吸.1750年,美国物理学家富兰克林(Benjamin Franklin)首先以正电荷、负电荷来区分两种电荷.电子所带电荷为负电荷,质子所带电荷为正电荷,物体的宏观带电属性取决于组成它们的微观粒子所带正、负电荷总量之差.

2. 电荷的量子性

物体所带电荷的多少称为电荷量,简称电量.在自然界中,任何电荷的电量总是某一基本单元的整数倍,电荷的这一特性称为电荷的量子性.1897年,汤姆孙(J. J. Thomson)发现电子,电子是目前实验观测到的带负电荷的最小粒子,电荷的基本单元就是一个电子所带电量的绝对值,以 e 表示

$$e = 1.60217733 \times 10^{-19} \text{ C}$$

C 是电量的 SI 单位,称为库仑.

1913年,密立根(R. Millikan)进行了油滴实验,大量实验数据证实每个油滴上所带电量总是 e 的整数倍.1964年,盖尔曼(M. Gell-Mann)首先提出,一些粒子是由称为夸克和反夸克的更小粒子组成,并预言夸克和反夸克的电量应取 $\pm e/3$ 或 $\pm 2e/3$,然而由于夸克禁闭而未能在实验中检测到单个自由夸克,即使得到实验证实,以 $e/3$ 为基本电荷,电荷仍然是量子化的.

3. 电荷的守恒性

实验指出,在一个孤立系统中,系统所具有的正负电荷的电量的代数和总保持不变,这一性质称为电荷守恒定律.现代物理研究已表明,在粒子的相互作用过程中,电荷是可以产生和消失的,但正、负电荷总是成对出现或成对消失,电荷守恒并未因此而遭到破坏.例如,一个高能光子与一个重原子核作用时,该光子可以转化为一个正电子和一个负电子(这叫电子对的“产生”);而一个正电子和一个负电子在一定条件下相遇,又会同时消灭而产生两个或三个光子(这叫电子对的“湮灭”).对于宏观带电体的起电、中和、感应和极化等现象,其系统所带电量的代数和也总保持不变.

4. 电荷的相对论不变性

实验证明,一个电荷的电量与它的运动状态无关.例如,加速器将电子或质子加速时,随着粒子速度的变化,它们质量的变化是很明显的,但电量却没有任何变化的迹象,这是电荷与质量的不同之处.这就是说,在不同的参考系中观察,同一带电粒子的电量不变,即粒子的电量与参考系无关,电荷的这一性质称为电荷的相对论不变性.

需要指出,今天人们对电荷的认识还很不完全,例如,不能解释为什么电量 e 能聚集在电子那样小的尺度内,而不会因巨大的斥力而崩溃.

8.1.2 库仑力

1. 库仑定律(Coulomb law)

在发现电现象后的两千多年里,人们对电的认识一直停留在定性阶段,直到 18 世纪中叶才开始定量研究电荷之间的作用力.通过实验,人们发现带电体之间的作用力不仅与带电体的电量及它们之间的距离有关,还与带电体的形状和尺度、电荷的分布以及周围介质的性质等有关.为简化问题,当带电体的尺度和形状与带电体间的距离相比可以忽略时,就可以将它们视为点电荷.点电荷(point charge)是电学中的一个理想模型,类似于力学中的质点模型.

最早对电力作定量研究的是法国科学家库仑.库仑在 1785 年通过实验总结出了库仑定律:

在真空中两个静止点电荷间的相互作用力,其方向沿两个点电荷的连线,同种电荷相斥,异种电荷相吸;其大小与两电荷的电量 q_1 和 q_2 的乘积成正比,与它们之间距离的平方成反比.

库仑定律可用矢量公式表示为

$$\mathbf{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \mathbf{e}_r \quad (8.1.1)$$

式中, $\mathbf{F}$ 表示 q_2 对 q_1 的作用力, r 表示 q_1 、 q_2 间的距离, $\mathbf{e}_r$ 表示从 q_2 指向 q_1 的单位矢量(图 8.1.1), k 是比例系数,由公式中各物理量所选的单位而定.

显然,当 q_1 与 q_2 同号时, $\mathbf{F}$ 与 $\mathbf{e}_r$ 同向,表明电荷 q_1 受 q_2 的斥力;当 q_1 与 q_2 异号时, $\mathbf{F}$ 与 $\mathbf{e}_r$ 反向,表明电荷 q_1 受 q_2 的吸力.

在 SI 中,距离用米(m)、力用牛顿(N)、电量用库仑(C)作单位,并由实验测得比例系数

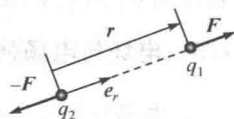


图 8.1.1 电荷间的相互作用

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 8.9875 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2 \quad (8.1.2)$$

式中, ϵ_0 称为真空的介电常量(或真空电容率)

$$\epsilon_0 = 8.854187818 \times 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2) \quad (8.1.3)$$

库仑定律还可表示为

$$\mathbf{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{e}_r \quad (8.1.4)$$

库仑定律是一个实验定律,现代用精密的测量方法证实库仑定律是正确有效的。

例 8.1.1 氢原子中电子和质子的距离为 $5.3 \times 10^{-11} \text{ m}$, 求此二粒子间的静电力和万有引力各为多大。

解 电子的电荷量是 $-e$, 质子的电荷量是 $+e$, 电子的质量是 $m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$, 质子的质量是 $m_p = 1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$ 。

由库仑定律,求得两粒子间的静电力大小为

$$F_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{9.0 \times 10^9 \times (1.6 \times 10^{-19})^2}{(5.3 \times 10^{-11})^2} = 8.1 \times 10^{-8} (\text{N})$$

由万有引力定律,求得两粒子间的万有引力

$$\begin{aligned} F_g &= G \frac{m_e m_p}{r^2} \\ &= \frac{6.7 \times 10^{-11} \times 9.1 \times 10^{-31} \times 1.7 \times 10^{-27}}{(5.3 \times 10^{-11})^2} = 3.7 \times 10^{-47} (\text{N}) \end{aligned}$$

由计算结果可以看出,氢原子中电子与质子相互作用的静电力远较万有引力大,前者约为后者的 10^{39} 倍。显然事实上,在微观粒子的相互作用中,万有引力完全可以略去。

2. 电力叠加原理(superposition principle of electric forces)

实验表明,点电荷之间的相互作用力满足矢量叠加原理。当空间存在多个点电荷时,其中某一点电荷受到的静电力等于其他各点电荷单独作用于其上的静电力之矢量和,这一结论称为电力叠加原理。

设有由 n 个静止的点电荷 $q_1, q_2, \dots, q_n$ 组成的电荷系,其中第 i 个点电荷 q_i 受到的静电力

$$\mathbf{F} = \sum_{j \neq i}^n \mathbf{F}_j \quad (8.1.5)$$

式中, $\mathbf{F}_j$ 是第 j 个点电荷对 q_i 的作用力,由库仑定律式(8.1.4),可得

$$\mathbf{F} = \sum_{j \neq i}^n \frac{q_i q_j}{4\pi\epsilon_0 r_j^2} \mathbf{e}_j \quad (8.1.6)$$

r_j 表示从 q_j 到 q_i 的距离, $\mathbf{e}_j$ 为从 q_j 指向 q_i 的单位矢量。

8.1.3 电场与电场强度

1. 电场(electric field)

库仑定律给出了两个静止点电荷之间相互作用力的定量公式,但并没有说明这种相互作用是如何通过真空从一个电荷作用于另一电荷的。历史上曾经有过两种观点,一种观点认

为无论两电荷相距多远,它们间的相互作用力是瞬间到达的,不需要什么中间介质传递,是一种超距作用. 在 19 世纪 30 年代,法拉第提出另一种观点,认为一个电荷周围存在着传递电力的中间物质,称为电场. 两电荷之间的作用力实际上是一个电荷的场对另一个电荷的作用,而且电力的传递不是瞬时的. 这种近距作用方式可以表示为

$$\text{电荷} \Leftrightarrow \text{电场} \Leftrightarrow \text{电荷}$$

近代物理学的理论和实验证实了场的观点的正确性. 电场以及磁场已被证明是一种客观实在,它们运动(或传播)的速度是有限的,这个速度就是光速. 电场、磁场与实物一样具有能量、质量和动量. 场与实物是物质存在的两种不同形式.

通常将产生电场的电荷称为源电荷. 当源电荷静止而且电量不随时间改变时,它产生的电场称为静电场. 静电场对电荷的作用表现在两方面:

- (1) 场中任何电荷都要受到电场的作用,这种作用力称为电场力;
- (2) 当电荷在电场中移动时,电场力将对其做功.

下面将根据电场对电荷的作用,引入两个描述静电场的性质物理量:电场强度和电势.

2. 电场强度(electric field intensity)

假设有一静止不变的电荷(可以是点电荷、点电荷系或带电体)在空间产生一静电场. 下面根据电场对其他电荷作用的电场力来定量地分析电场. 为此,在电场中放入一试验电荷 q_0 , q_0 的电量必须很小,以避免由于它的引入而对源电荷的分布产生影响;其次, q_0 的几何尺度也必须很小,满足点电荷理想模型的要求,使之能准确反映出电场中各点的性质.

一般把电场空间中某考察点叫场点. 置于电场中某场点上的试验电荷 q_0 将受到电场力 F 的作用. 实验证明:比值 F/q_0 无论大小还是方向都与试验电荷无关,是一个仅由场点决定的物理量. 用这个物理量作为描述电场的量,称为电场强度(简称场强),通常用 E 表示场强,其定义是

$$E = \frac{F}{q_0} \tag{8.1.7}$$

式(8.1.7)表明,电场中某场点上的电场强度等于置于该点的单位正电荷所受的电场力. 在静电场中各场点的场强可能不同,因此 E 一般是场点坐标的矢量函数,即 $E(x,y,z)$ 或 $E(r)$.

在 SI 中,场强的单位为牛顿每库仑(N/C)或伏特每米(V/m).

表 8.1.1 列出了某些带电物体产生的场强值.

表 8.1.1 某些典型的场强值(V/m)

场	场强
室内电线附近	约 3×10^{-2}
地面附近	约 120
雷雨云附近	约 10^4
电视显像管内	约 2×10^5
高压电器击穿空气处	约 3×10^6
X 射线管内	约 5×10^6
氢原子的电子所在处	6×10^{11}
脉冲星的表面处	约 10^{14}
铀核的表面处	2×10^{21}

8.1.4 电场强度的计算

1. 点电荷的场强

设空间有一静止点电荷 q , 现计算该源电荷产生的场强. 设想在距 q 为 r 的场点 P 放置试验电荷 q_0 , 根据库仑定律, q_0 受到的电场力为

$$\mathbf{F} = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{e}_r$$

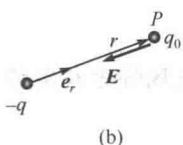
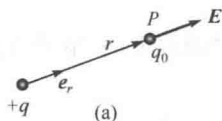


图 8.1.2 静止点电荷的电场

式中, $\mathbf{e}_r$ 是从场源电荷 q 指向场点 P 的单位矢量. 由场强定义式 (8.1.7), P 点场强为

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q_0} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{e}_r \quad (8.1.8)$$

这就是点电荷场强分布公式. 若 $q > 0$, 则 $\mathbf{E}$ 与 $\mathbf{e}_r$ 同向, 即在正电荷周围的电场中, 任意点的场强沿该点矢径方向 [图 8.1.2(a)]; 若 $q < 0$, 则 $\mathbf{E}$ 与 $\mathbf{e}_r$ 反向, 即在负电荷周围的电场中, 任意点的场强沿该点矢径的反方向 [图 8.1.2(b)]. 此式还说明静止的点电荷的电场具有球对称性.

2. 离散分布电荷的场强

若电场是由 n 个点电荷 $q_1, q_2, \dots, q_n$ 共同激发的, 根据电力叠加原理, 放在场点 P 处的试验电荷 q_0 受到的电场力为

$$\mathbf{F} = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i = \sum_{i=1}^n \frac{q_i q_0}{4\pi\epsilon_0 r_i^2} \mathbf{e}_i$$

由场强定义式 (8.1.6), P 点场强为

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q_0} = \sum_{i=1}^n \frac{\mathbf{F}_i}{q_0} = \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i^2} \mathbf{e}_i = \sum_{i=1}^n \mathbf{E}_i \quad (8.1.9)$$

式中, r_i 表示从 q_i 到场点 P 的距离, $\mathbf{e}_i$ 为从 q_i 指向场点 P 的单位矢量. 式 (8.1.9) 表明: 点电荷系产生的电场中某点的电场强度等于各个点电荷单独存在时在该点产生的电场强度的矢量和, 这一结论称为场强叠加原理 (superposition principle of electric fields). 场强叠加原理似乎是电力叠加原理的推论, 但从场的观点看, 遵从叠加原理应属于电场的一个基本性质, 正是电场遵从叠加原理才导致电力遵从叠加原理.

3. 电荷连续分布的带电体的场强

如果场点距带电体较近, 带电体就不能作为点电荷处理, 必须考虑带电体本身的尺度和形状. 任何带电体的电荷都是由分立的电子或质子聚集而成, 总是具有不连续的结构, 但由于宏观物体所带电量远远大于电荷基本单元 e , 可以认为电荷连续地分布在带电体上. 对于电荷连续分布的带电体, 可将其分割为许多线度无限小的电荷元 dq , 而每个电荷元都可以当作点电荷处理. 根据式 (8.1.8) 电荷元 dq 在空间场点 P 的场强

$$d\mathbf{E} = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{e}_r$$

式中, r 是从电荷元 dq 到场点 P 的距离, $\mathbf{e}_r$ 是这一方向上的单位矢量. 整个带电体在 P 点所产生的总场强可用积分计算为

$$\mathbf{E} = \int d\mathbf{E} = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{e}_r \quad (8.1.10)$$

积分遍及整个带电体. 必须指出式(8.1.10)是矢量积分, 只有当所有电荷元 dq 在场点 P 的场强 $d\mathbf{E}$ 的方向相同时, 才能写成标量式直接进行积分. 通常情况下, 各电荷元在场点的 $d\mathbf{E}$ 的方向不同, 这时需要把矢量积分转换成标量式积分. 如在直角坐标系下, 电荷元的电场 $d\mathbf{E}$ 可表示为

$$d\mathbf{E} = dE_x \mathbf{i} + dE_y \mathbf{j} + dE_z \mathbf{k}$$

然后对每个分量进行积分

$$E_x = \int dE_x, \quad E_y = \int dE_y, \quad E_z = \int dE_z$$

于是 P 点的场强

$$\mathbf{E} = E_x \mathbf{i} + E_y \mathbf{j} + E_z \mathbf{k}$$

由上述可知, 对于由许多电荷组成的电荷系(带电体)来说, 如果电荷分布为已知, 那么根据场强叠加原理, 并利用点电荷场强公式, 就可求出电场中任意点的场强, 即电场的空间分布.

例 8.1.2 求电偶极子中垂线上任一点的电场强度.

解 两个大小相等的正负电荷 $+q$ 和 $-q$, 当两者之间的距离 l 比从它们到所讨论的场点的距离小得多时, 这个电荷系统就称为电偶极子, 如图 8.1.3 所示.

从负电荷到正电荷的矢径 $\mathbf{l}$ 的方向作为轴线的正方向, 电量 q 与矢径 $\mathbf{l}$ 的乘积称为电偶极矩(简称电矩), 电矩是矢量, 用 $\mathbf{p}$ 表示, 即 $\mathbf{p} = q\mathbf{l}$.

令中垂线上 P 点到电偶极子的中心 O 的距离为 r ($r \gg l$). $+q$ 和 $-q$ 在 P 点所产生的场强 $\mathbf{E}_+$ 和 $\mathbf{E}_-$ 的大小分别为

$$E_+ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{(r^2 + l^2/4)}, \quad E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{(r^2 + l^2/4)}$$

方向分别在 $+q$ 和 $-q$ 到 P 点的连线上, 前者背向正电荷, 后者指向负电荷. 设连线与电偶极子轴线之间的夹角为 α , 可知 P 点的总场强 E_P 的大小

$$E_P = E_+ \cos\alpha + E_- \cos\alpha$$

因

$$\cos\alpha = \frac{l}{2\sqrt{r^2 + l^2/4}}$$

所以

$$E_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{ql}{(r^2 + l^2/4)^{3/2}}$$

由于 $r \gg l$, 得

$$E_P = \frac{ql}{4\pi\epsilon_0 r^3} = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

写成矢量式

$$\mathbf{E}_P = -\frac{\mathbf{p}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

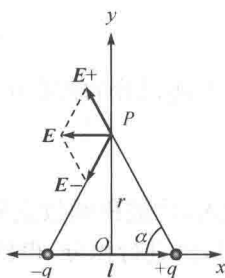


图 8.1.3 电偶极子的电场

负号表明电偶极子中垂线上距离电偶极子中心较远处各点的电场强度与电偶极子的电矩方向相反。

例 8.1.3 有一均匀带电直线, 长为 L , 电量为 q , 设线外任一场点 P 离开直线的垂直距离为 a , P 点和直线两端的连线与直线之间的夹角分别为 θ_1 和 θ_2 . 求 P 点的场强.

解 (1) 选定便于计算的坐标系, 确定电荷元. 取坐标如图 8.1.4 所示, 在距原点 O 为 x 处取长为 dx 的线元, 则相应的元电荷

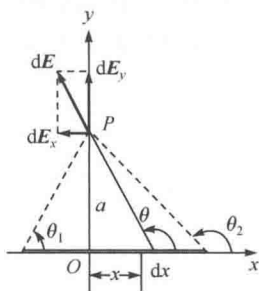


图 8.1.4 例 8.1.3 图

$$dq = \frac{q}{L} dx = \lambda dx, \quad \lambda = \frac{q}{L}$$

(2) 将 dq 作为点电荷, 列出它在 P 点的场强 dE , 其大小为

$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

不同位置的电荷元在 P 点产生的场强 dE 有不同的方向, 它们在 x 轴和 y 轴的两个分量为

$$dE_x = dE \cos\theta$$

$$dE_y = dE \sin\theta$$

(3) 统一积分变量, 定积分限, 完成积分, 得到所求场强分量

$$E_x = \int dE_x = \int dE \cos\theta = \int \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos\theta$$

$$E_y = \int dE_y = \int dE \sin\theta = \int \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sin\theta$$

在上述积分的被积函数中, r , θ 和 x 均为变量, 用

$$r = \frac{a}{\sin\theta}, \quad x = -a \cot\theta, \quad dx = \frac{a d\theta}{\sin^2\theta}$$

代入, 将被积函数化简为单一变量函数(这里化为 θ 的函数), 并确定积分限(这里是 θ_1 和 θ_2), 再进行积分, 得到

$$E_x = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} \cos\theta d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} (\sin\theta_2 - \sin\theta_1)$$

$$E_y = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} \sin\theta d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} (\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

于是 P 点的场强

$$\mathbf{E} = E_x \mathbf{i} + E_y \mathbf{j}$$

讨论

(1) 若 $a \ll L$, 即 P 点极靠近直线, 这时带电直线可看作无限长, 用 $\theta_1 = 0$ 和 $\theta_2 = \pi$ 代入得

$$E_x = 0$$

$$E_y = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 a}$$

(2) 对于 $a \rightarrow 0$, 则有两种情形, 一是 P 点趋(位)于带电直线上, 二是 P 点处于带电直线的延长线上. 这两种情形都不能直接应用上述计算结果.

例 8.1.4 半径为 R 的均匀带电细圆环, 电量为 q . 求圆环轴线上任一点的场强.

解 取如图 8.1.5 所示的坐标, 设场点 P 距原点(环心)为 x , 在环上取电荷元

$$dq = \frac{q}{2\pi R} dl = \lambda dl$$

dq 在 P 点产生场强 dE 的大小为

$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

由于圆环对 P 点是轴对称的,故可将 dE 分解为平行于 x 轴的分量 $dE_{//}$ 和垂直于 x 轴的分量 $dE_{\perp}$. 通

过对称性分析,各个电荷元在 P 点的垂直于 x 轴的分量 $dE_{\perp}$ 是相互抵消的,故可直接得到

$$E_{\perp} = 0$$

因此 P 点的场强大小

$$\begin{aligned} E &= \int dE_{//} = \int \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos\theta = \frac{\lambda \cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} \int_0^{2\pi R} dl = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos\theta \\ &= \frac{qx}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + R^2)^{3/2}} \end{aligned}$$

而 E 的方向沿 x 轴的方向.

若 $x=0$, 则 $E=0$, 即在环心上的场强为零. 又若 $x \gg R$, 则有

$$E \approx \frac{q}{4\pi\epsilon_0 x^2}$$

可见在远离环心处的场强近似等于点电荷的场强.

例 8.1.5 有一均匀带电的薄圆盘, 半径为 R , 电荷面密度为 σ . 求圆盘轴线上任一点的场强.

解 因为圆盘面是二维的, 若从点电荷场强出发, 就要对电荷元进行二重积分计算, 但如果应用适当的公式, 也可只作一重积分运算. 下面用两种解法求解.

解法一 取如图 8.1.6(a) 所示坐标, 场点 P 距盘心 O 为 x , 在圆盘上距 O 为 $r \sim r+dr$ 处, 圆心角在 $\theta \sim \theta+d\theta$ 之间取电荷元

$$dq = \sigma r d\theta dr$$

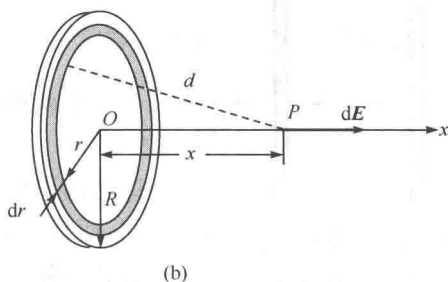
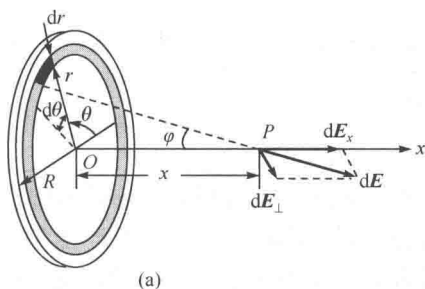


图 8.1.6 例 8.1.5 图

电场的场强大小

$$dE = \frac{\sigma r d\theta dr}{4\pi\epsilon_0 d^2}$$

因为圆盘对 P 点呈对称性, dE 在垂直于 x 轴方向上的分量是相互抵消的, 而平行于 x 轴的分量

$$dE_x = \frac{\sigma r d\theta dr}{4\pi\epsilon_0 d^2} \cos\varphi = \frac{\sigma r d\theta dr}{4\pi\epsilon_0 d^2} \frac{x}{d} = \frac{\sigma x r d\theta dr}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + r^2)^{3/2}}$$

于是带电圆盘在 P 点所产生电场的场强

$$E = \int dE_x = \frac{\sigma x}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^R \frac{r dr}{(x^2 + r^2)^{3/2}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}} \right)$$

图中 P 点的 E 沿 x 轴的方向。

解法二 将带电圆盘面当作由以 O 为圆心, 由不同半径的许多带电细圆环组成 [图 8.1.6(b)], 任一细圆环的面积 (垂直于 x 轴的面) 可取为 $2\pi r dr$, 其电荷元

$$dq = \sigma 2\pi r dr$$

再利用例 8.1.4 得到的带电细圆环在轴线上的场强公式, 得到上述电荷元 dq 在 P 点所产生电场的场强大小

$$dE = \frac{x\sigma 2\pi r dr}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + r^2)^{3/2}}$$

因此, 带电圆盘在 P 点的场强大小

$$E = \int dE = \frac{2\pi\sigma x}{4\pi\epsilon_0} \int_0^R \frac{r}{(x^2 + r^2)^{3/2}} dr = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}} \right)$$

可见, 由于利用了带电圆环的场强公式, 从而省去了一重积分的计算。

讨论

(1) $x \ll R$, 在此条件下, 有限的盘面对 P 点可视为是无限大平面, 这时有

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

即对于无限大带电平面, 它在空间所产生电场的场强大小处处相等, 而方向垂直于平面。若平面带正电, 则 E 垂直背离平面; 若平面带负电, 则 E 垂直指向平面。

(2) 如果将两块平板面对面平行放置, 板面尺度远大于板面间距离, 当使两板均匀地带上等量异号电荷, 且电荷面密度为 $\pm\sigma$ 时, 则在两板内侧和外侧所产生电场的场强可按两个无限大带电平面的场强进行叠加 (图 8.1.7) 算得

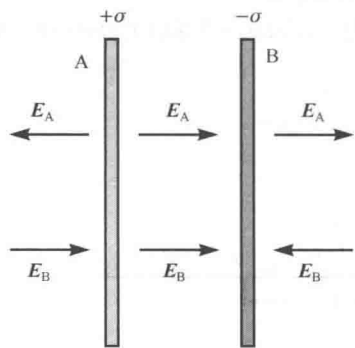


图 8.1.7 带等量异号电荷平行板的电场

在两板之间

$$E = E_A + E_B = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

在两板外侧

$$E = E_A - E_B = 0$$

即当两平行板带等量异号电荷时, 其电场集中在两板之间, 而且是匀强的。这是实验室经常用来产生匀强电场的装置。实际上因为带电板总是有限大小的, 在其边缘附近电场分布变得很复杂, 通常称为边缘效应。

(3) $x \gg R$, 由场强公式得

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}} \right) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{R^2}{x^2}}} \right)$$

将 $\left(1 + \frac{R^2}{x^2} \right)^{-\frac{1}{2}}$ 用二项式定理展开