



普通高等教育“十二五”规划教材
工 科 数 学 精 品 丛 书

数学建模

SHUXUE JIANMO

(第二版)

李德宜 李 明 主编



科学出版社

版权所有,侵权必究

举报电话:010-64030229;010-64034315;13501151303

内 容 简 介

本书融数学模型、数学实验和数学软件于一体,主要介绍常用的数学建模方法,即基本建模方法、数学规划方法和统计分析方法等.此外,针对每章内容编排了三类不同层次的习题:课堂练习、拓展练习和课外实践.读者通过对这些习题的自主解答,可加深对建模方法的理解领会,并能运用它们解决相关的实际问题,同时还可进一步延展并掌握更多的数学建模思想、方法与理论,如数值计算方法、启发式算法、元启发式算法和元胞自动机算法等,全面提升建模能力.读者只需具备高等数学、线性代数和概率统计方面的基础知识便可以阅读、学习本书.

本书既可作为高等学校理工科各专业本科生、研究生数学建模课程的教材,也可作为大学生数学建模竞赛的参考教程.

图书在版编目(CIP)数据

数学建模/李德宜,李明主编. —2版. —北京:科学出版社,2016.2

(工科数学精品丛书)

普通高等教育“十二五”规划教材

ISBN 978-7-03-047193-2

I. ①数… II. ①李… ②李… III. ①数学模型—高等学校—教材
IV. ①O141.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 016829 号

责任编辑:王雨舸/ 责任校对:董艳辉

责任印制:彭超/ 封面设计:苏波

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

湖北卓冠印务有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

开本: B5(720×1000)

2016年2月第 二 版 印张:16

2016年2月第一次印刷 字数:299 000

定价:39.80 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

《数学建模》(第二版)编委会

主 编 李德宜 李 明

副主编 郑巧仙 陈建发

编 委 李德宜 李 明 郑巧仙

陈建发 熊 丹 王文波

刘云冰

《工科数学精品丛书》序

工科学生毕业多年后时常感言,数学知识很多似乎没有派上用处,但数学训练、数学思想和精神,却无时无刻不在发挥着积极的作用,成为取得成功的最重要因素之一。

数学是一门高度抽象的学科,但是它非人类精神纯粹自由创造和想象,而是源于自然和工程问题.系统传授数学知识当然是工科数学教学的基本任务与责任,同时,掌握了数学的思想方法和精神实质,就可以由不多的几个公式演绎出千变万化的生动结论,显示出无穷无尽的威力.工科数学创新教学,增强数学应用背景的讲授,拓宽学生的知识面,了解数学学科在科学研究领域的重要性,为学生打开数学与应用的窗口,能培养学生的创新意识与精神,提高数学思维与素养,真正达到工科数学教学的目的。

工科数学精品教材的编写与成熟,在开放的视野与背景下,得到认同,自然成为纸质教材与数字出版的精品,从而得到广泛认可和使用。

在学会、领导和专家的关怀和指导下,本区域若干所全军重点、一本和省重点高校,其工科数学教材,在科学出版社出版和再版.10余年以来,教学和教材理念从素质教育,到分类分层教学改革,到数学思想、方法与创新教育,历经各校几届班子和责任教授的共同努力,逐渐成熟,成为具有较高质量的核心精品。

教材转型与数字出版呼之欲出,大趋势赫然在前,教材又重新经历新的考验.《工科数学精品丛书》正是按此理念和要求,直面开放的视野与背景,将改革与创新的成果汇集起来,重新审视和操作,精益求精,以赢得内容先机,修订版和新编教材均是如此。

修订和新编的核心理念,一是体现数学思维,将数学思想和方法(如数学建模)融入教材体系、内容及其应用;二是深化改革与创新,面向开放和数字出版的大平台,赢得内容先机,营造精品。

《工科数学精品丛书》为工科数学课程教材:高等数学、线性代数、概率论与数理统计、数学建模、数学实验、复变函数与积分变换、数值分析、数学物理方程、离散数学、模糊数学、运筹学等.上述各课程大多为全军级、海军级优质课程和省部级精品课程,对应教材为相应的一、二级获奖教材。

丛书注重质量,讲究适用和教学实践性,体系相对完整与系统,加强应用性,按

照先进、改革与创新等编写原则和基本要求安排教材框架、结构和内容。

丛书具有明确的指导思想：

(1) 遵循高等院校教学指导委员会关于课程的教学基本要求，知识体系相对完整，结构严谨，内容精炼，循序渐进，推理简明，通俗易懂。

(2) 注重教学创新，加强教学知识与内容的应用性，注重数学思想和方法的操作与应用及其实用性。增强数学应用背景的介绍，拓宽学生的知识面，了解数学学科在科学研究领域的重要性，为学生打开数学与应用的窗口，培养学生的创新意识与精神，提高数学思维与素养，真正达到工科数学教学的目的。

(3) 融入现代数学思想(如数学建模)，分别将 Mathematic、Matlab、Sas、Sps 等软件的计算方法，恰当地融入课程教学内容中，培养学生运用数学软件的能力。

(4) 强化学生的实验训练和动手能力，可将实验训练作为模块，列入附录，供教学选用或学生自学自练，使用者取舍也方便。

(5) 教材章后均列出重要概念的英文词汇，布置若干道英文习题，要求学生用英文求解，以适应教育面向世界的需要，也为双语教学打下基础。

(6) 为使学生巩固知识和提高应用能力，章末列出习题，形式多样。书后配测试题，书末提供解题思路或参考答案。

丛书为科学出版社普通高等教育“十二五”规划教材。

《工科数学精品丛书》编委会

2015年1月

第二版前言

大学求学,以获得知识、提高能力为主要目的.知识是通过学习、实践、探索获得对事物的认识、判断或基本处理方法;能力是完成一项目标或任务所体现出来的素质.丰富深厚的知识是解决实际问题的前提,能力是解决问题的关键.

当前,高校已经普遍认识到能力,尤其是解决实际问题的能力的重要性,所以开设了众多的实践课程,以加强学生能力的培养与锻炼.在大量的课堂教学中,教师也已经开始有意识地增加能力教学的比重,如鼓励学生延伸思考课堂以外的问题、布置需要学生自学自研的课外作业、课堂内讨论一些开放性问题等.然而由于受长期“灌输式”教学的影响,多数学生仍然习惯于跟着老师的思路学习,愿意听而不喜行动.课堂上思考、回答问题的主动性不够,即使认为老师的思路有待改进或者存在问题也不敢质疑,他们既讨厌经典数学课的刻板 and 枯燥,又对实际问题感到繁琐、茫然和无能为力.因此,需要设计一门课程,其中有丰富的循序渐进的实际问题,使得它们能深深地吸引学生,激发学生的征服欲和探究欲,引导学生自发地用数学来刻画、表达、解决这些问题.这样该课程将荡平抽象、严谨的数学与具体、隐晦的实际问题之间的鸿沟.

数学建模就是要培养学生用数学工具刻画和解决实际问题的能力,让学生将数学当成一项重要技术去掌握去运用.它也将引导学生由感性到理性、由现象到本质地去认识事物,亦即,它将培养学生抽象提炼、观察思考、探索创新等全方位的能力.建模能力不是仅靠听课能学来的,是需要学生不断思考、大量自学、经常实践逐步提高的.考虑到这一点,再结合当前大学的教学现状,我们对第一版的内容进行了较大幅度的修改,主要如下:

(1) 考虑到教学时间的限制,去掉了第一版教材中的数值计算方法建模、图论方法建模,减少了基本方法建模和统计分析方法建模的部分内容.因为这部分内容当需要时是可以通过查阅资料迅速掌握的,同时若将它们作为知识储备进行教学,它们又显得过于庞杂.

(2) 增加了自主学习内容的比重,即在习题部分根据不同学生的学习要求设置了三类习题内容,分别为课堂练习、拓展练习和课外实践.其中课堂练习是经过课堂听课后便能解决的问题;拓展练习是需自学且熟练应用其他建模方法才能解决的问题,主要用于提高学生的自学认知能力、动手实践能力和探索能力,此外该

类练习中的部分方法或独特或有趣,具有一定的探究价值,如元胞自动机、蚁群算法、随机算例的创建等;课外实践是学生需有一定程度的思考甚至创新,综合应用多种建模方法才能解决的较大型问题,该类问题主要用于锻炼学生的综合建模能力。

(3) 在所保留的建模方法案例中,更加强调对问题的分析和逻辑推理,去掉或者减少了其中知识的部分,将大量的实践任务以课外练习的形式由学生自行完成。

(4) 对部分习题给出了答案,供读者参考. 为了对数学建模竞赛的论文撰写格式有更直观的认识,提供了一篇范文以供参考。

此外,本书也对第一版中的部分错误进行了修正,理顺了某些章节的内容,使其逻辑关系更加合理。

本书由李德宜、李明主编,郑巧仙、陈建发任副主编,具体编写分工如下:李德宜提出编写思路,撰写第1章;李明撰写第2、3章;郑巧仙撰写第4章和附录A、B;陈建发撰写附录C;王文波撰写附录D;熊丹负责全书内容审核;刘云冰负责校正. 全书最后由李德宜教授统稿、定稿。

由于编者水平有限,书中难免有疏漏和不妥之处,恳请专家和广大读者批评指正。

编者

2015年10月

第一版前言

美国科学院的一位院士曾经提出“数学是一种关键的、可以应用的技术”，也就是说数学可以直接应用于实践。然而传统的数学课程，一般偏重于介绍数学的理论、方法和解题技巧，对数学的应用则介绍得相对较少，致使不少学生虽然学了不少数学知识，却不能有效地应用这些知识解决实际问题。

近几十年来，随着现代科学技术的发展，特别是计算机技术的发展，应用数学知识解决大规模实际问题已经不再困难。基于这一点，数学也从以前的纯理论研究转变成一种真正的技术，可以转化为生产力的技术。目前数学的应用领域已经由传统的物理领域迅速扩展到从自然科学技术到工农业生产建设、从经济活动到社会生活的各个领域。正是在这样的背景下，国内外高校的专家开始有意识地将数学建模的思想引入到高校课程中，并组织开展了一系列课外科技活动，如美国大学生数学建模竞赛和全国大学生数学建模竞赛，以提高大学生用数学的能力。

目前不少高校都开设了与数学建模相关的课程，如数学建模、数学实验、数学模型等，并编写了教材。这些教材主要分为两类，一类主要介绍数学模型，侧重于理论模型的建立；另一类主要介绍数学方法，侧重于求解数学模型。本书将数学模型、数学方法和数学软件通过实际案例有机地结合在一起，侧重于培养学生分析问题、利用现代技术解决实际问题的能力。

全书共 6 章，主要分成三个部分：第一部分侧重于介绍建立数学模型的基本方法（第 3 章），包括平衡方法、马尔可夫链方法、比例方法、构造分析方法、简单的优化方法、微分方程方法、概率方法和层次分析法，致力于培养学生分析问题、将实际问题抽象为数学问题的建模能力；第二部分侧重于介绍求解数学模型的数学方法及其软件实现（第 2、4、5、6 章），包括数值计算方法、数学规划方法、统计分析方法和图论方法，致力于培养学生应用数学技术和数学软件求解数学模型的能力；第三部分主要介绍数学建模中两个常用的数学软件，即 MATLAB 软件和 Lingo 软件。对各种建模方法本书大都从其数学思想、软件实现、应用案例三个方面加以介绍，数学思想可以使得读者了解建模方法的理论基础和应用领域，软件实现可使得读者能够借助数学软件将此方法应用于实践，应用案例则将理论知识和应用实践紧密相连，使得读者能够将学到的数学知识有效地应用于解决实际问题，从而做到学以致用。

编写教材是一项繁重而又长久的工作,本书酝酿了5年之久才开始动笔,在这漫长的时间里,家人一直默默地支持我们,在此表示深深的感谢.吉林大学数学学院的刘金英教授为教材的构思提供了建设性的意见,在此一并致谢.

本书由李德宜、李明主编,郑巧仙、尹水仿任副主编.各章编写人员如下:李德宜(第1章),李明(第2章、第4章),尹水仿(第3章),郑巧仙(第5章),熊革、兰春霞(第6章),陈建发(附录A),熊丹(附录B).全书由李明和郑巧仙审校,最后由李德宜教授统稿、定稿.

由于编者水平有限,书中难免有疏漏和不妥之处,恳请专家和广大读者批评指正.

编者

2009年4月

目 录

第 1 章 数学建模概述	(1)
1.1 数学建模介绍	(1)
1.2 数学建模的一般步骤	(2)
1.3 数学建模示例	(3)
1.3.1 数学建模示例 1:人、狗、鸡、米过河问题	(3)
1.3.2 数学建模示例 2:人口预测问题	(5)
1.4 数学建模能力的培养.....	(10)
1.5 数学建模竞赛论文的撰写.....	(11)
1.6 练习.....	(13)
1.6.1 课堂练习.....	(13)
1.6.2 拓展练习.....	(14)
1.6.3 课外实践.....	(16)
第 2 章 基本方法建模	(17)
2.1 平衡方法建模.....	(17)
2.1.1 平衡方法简介.....	(17)
2.1.2 建模示例:汽车的刹车距离问题	(17)
2.2 马尔可夫链方法建模.....	(21)
2.2.1 马尔可夫链方法简介.....	(21)
2.2.2 建模示例:遗传问题	(22)
2.3 构造分析方法建模.....	(24)
2.3.1 构造分析方法简介.....	(24)
2.3.2 建模示例:席位的公平分配问题	(25)
2.4 无约束优化方法建模.....	(28)
2.4.1 无约束优化方法简介.....	(28)
2.4.2 建模示例:梯子放置问题	(28)
2.5 微分方程方法建模.....	(30)
2.5.1 微分方程方法简介.....	(30)
2.5.2 建模示例:传染病问题	(31)
2.6 概率方法建模.....	(36)
2.6.1 概率方法简介.....	(36)

2.6.2 建模示例:报童的售报问题	(36)
2.7 层次分析法建模	(39)
2.7.1 层次分析法介绍	(39)
2.7.2 建模示例:旅游景点的选择问题	(43)
2.8 练习	(45)
2.8.1 课堂练习	(45)
2.8.2 拓展练习	(47)
2.8.3 课外实践	(48)
第3章 数学规划方法建模	(50)
3.1 线性规划方法建模	(51)
3.1.1 线性规划方法简介	(51)
3.1.2 线性规划方法建模技巧	(51)
3.1.3 线性规划方法建模示例	(52)
3.2 整数规划方法建模	(59)
3.2.1 整数规划方法简介	(59)
3.2.2 整数规划方法建模技巧	(60)
3.2.3 整数规划方法建模示例	(64)
3.3 练习	(80)
3.3.1 课堂练习	(80)
3.3.2 拓展练习	(87)
3.3.3 课外实践	(88)
第4章 统计分析方法建模	(89)
4.1 概率论的基本知识	(89)
4.1.1 概率论的基本知识介绍	(89)
4.1.2 概率论基本知识的 MATLAB 实现	(93)
4.1.3 建模示例:路灯更换策略	(95)
4.2 统计分析的基本知识	(97)
4.2.1 统计分析的基本知识介绍	(97)
4.2.2 统计分析基本知识的 MATLAB 实现	(99)
4.2.3 建模示例:间歇喷泉问题	(102)
4.3 参数估计	(105)
4.3.1 参数估计介绍	(105)
4.3.2 参数估计的 MATLAB 实现	(107)
4.3.3 建模示例:银行排队问题	(108)
4.4 假设检验	(109)

4.4.1	假设检验介绍	(109)
4.4.2	假设检验的 MATLAB 实现	(110)
4.4.3	建模示例:物流公司的收益问题	(113)
4.5	方差分析	(117)
4.5.1	单因素方差分析介绍	(117)
4.5.2	单因素方差分析的 MATLAB 实现	(118)
4.5.3	双因素方差分析介绍	(119)
4.5.4	双因素方差分析的 MATLAB 实现	(120)
4.5.5	建模示例:销售业绩区域差异问题	(122)
4.6	回归分析	(124)
4.6.1	一元线性回归分析介绍	(125)
4.6.2	多元线性回归分析介绍	(126)
4.6.2	回归分析的 MATLAB 实现	(127)
4.6.3	建模示例:医院服务评价问题	(134)
4.7	练习	(136)
4.7.1	课堂练习	(136)
4.7.2	拓展练习	(139)
4.7.3	课外实践	(141)
参考文献		(145)
附录 A MATLAB 软件初步		(146)
A1	MATLAB 环境	(146)
A1.1	指令窗口	(147)
A1.2	变量	(147)
A1.3	帮助系统	(149)
A1.4	运行方式	(149)
A2	MATLAB 数组及其运算	(151)
A2.1	一维数组的创建	(151)
A2.2	一维数组的子数组寻访和赋值	(151)
A2.3	二维数组的创建	(152)
A2.4	二维数组的子数组寻访和赋值	(153)
A2.5	高维数组的创建	(153)
A2.6	数组运算及其常用函数	(154)
A2.7	矩阵运算及其常用函数	(154)
A2.8	数组运算和矩阵运算的区别	(155)
A2.9	向量运算及其操作函数	(156)

A2.10	集合及其运算	(156)
A3	MATLAB 的绘图功能	(157)
A3.1	符号方法绘图	(157)
A3.2	数值方法绘图	(159)
A3.3	图形的处理	(163)
A4	MATLAB 的程序设计	(166)
A4.1	关系运算和逻辑运算	(166)
A4.2	循环结构和分支结构	(168)
A4.3	与其他软件的接口技术	(172)
A4.4	程序调试	(173)
A5	练习	(173)
A5.1	课堂练习	(173)
A5.2	拓展练习	(176)
A5.3	课外实践	(179)
附录 B	Lingo 软件初步	(181)
B1	Lingo 环境	(181)
B2	Lingo 模型的集	(183)
B2.1	集的定义	(184)
B2.2	基本集与派生集	(185)
B2.3	稠密集与稀疏集	(185)
B3	Lingo 的运算符和函数	(187)
B3.1	运算符	(187)
B3.2	基本数学函数和变量定界函数	(188)
B3.3	集循环函数	(189)
B3.4	集操作函数	(191)
B4	Lingo 软件与外部文件的接口技术	(192)
B4.1	Lingo 软件与文本文件的接口技术	(193)
B4.2	Lingo 软件与 Excel 电子表格文件的接口技术	(194)
B5	灵敏度分析	(196)
B5.1	灵敏度分析的 Lingo 实现	(196)
B5.2	灵敏度分析实例	(198)
B6	练习	(200)
B6.1	课堂练习	(200)
B6.2	拓展练习	(202)
B6.3	课外实践	(204)

附录 C 参考答案(部分)	(207)
附录 D 数学建模实例:储油罐的变位识别与罐容表标定	(214)
D1 问题的提出	(214)
D2 摘要	(216)
D3 问题的分析	(217)
D4 模型的假设	(217)
D5 符号的设定	(218)
D6 问题(1)的解答	(218)
D6.1 小椭圆储油罐无变位时的模型	(218)
D6.2 小椭圆储油罐纵向倾斜变位时的模型	(219)
D6.3 罐体变位后对罐容表的影响	(222)
D7 问题(2)的解答	(225)
D7.1 不发生变位时储油量和油位高度的关系	(226)
D7.2 只考虑横向偏转变位时储油量和油位高度的关系	(226)
D7.3 只考虑横向偏转变位时储油量和油位高度的关系	(227)
D7.4 综合考虑储油罐纵向倾斜和横向偏转	(229)
D7.5 变位参数的确定和罐容表的计算	(231)
D7.6 利用所给数据进行进一步的检验	(232)
D8 模型的检验(蒙特卡罗模拟方法)	(233)
D9 附录部分	(234)
D9.1 计算结果部分	(234)
D9.2 计算程序部分	(237)

第 1 章 数学建模概述

现代科学技术的飞速发展,特别是电子计算机技术的迅速发展使得数学科学的地位发生了巨大变化.目前,数学已经不仅仅局限于一些传统领域,而是广泛渗透到从自然科学技术到工农业生产建设、从经济活动到社会生活的各个领域,即使在生物、政治、经济以及军事等非传统领域也显示了强大的威力.数学模型是连接数学和现实世界的桥梁.各学科对各自领域中实际问题的研究需要精确化、定量化和数字化,这些都需要建立数学模型进行分析讨论,好的数学模型的建立对解决实际问题至关重要.

本章在给出数学建模的基本概念后,结合典型的建模实例给出数学建模的一般步骤,使读者对数学建模有初步的认识.

1.1 数学建模介绍

模型(model)作为原型的替代物,是为了某个特定目的对原型的简缩、模拟和提炼.模型在现实生活中随处可见,例如,在科技展览厅摆设的大型水电站模型、人造卫星模型,玩具店里的汽车模型、轮船模型;再如,建筑工程师用的工程图纸,电子工程师用的电路图等等,都称为模型.模型可分为两类:一类称为**形象模型**,其外观和实物非常接近,通过模型可认识实物的某些感性信息,如汽车模型;另一类称为**抽象模型**,是对实物的一种抽象,通过这个模型能获得实物更多、更准确的有用信息,如电路图.

数学模型(mathematical model)是抽象模型的一种,是针对现实世界的特定对象,为了某个特定目标,进行必要的简化和假设,运用数学的符号、关系式等,概括表达问题的数量关系和空间形式的一种工具,是对实际问题的近似.如针对某具体问题所建立的非线性方程、线性方程组、常微分方程和线性规划等数学结构都称为数学模型.

数学建模(mathematical modeling)是指建立、求解数学模型的全过程,它主要包括五部分:①提出问题,即对于给定的实际问题,将其简化假设,提出相应的数学问题;②建立模型,即利用合适的建模方法建立其数学结构;③求解模型,即选择合适的方法,借助现代技术手段求解所建的模型;④模型的分析与检验,即对模型结果从理论和实践两方面进行分析检验,如果通不过检验,需找出原因,对模型进行修正、检验,直至通过检验;⑤模型应用,即将模型应用于实践.其中,模型建

立和模型求解是数学建模的核心任务。

建立数学模型一般有两种方法:机理分析法和测试分析法。前者根据对客观事物特性的认识,找出反映内部机理的数量规律,利用合适的数学工具建立数学模型;后者将研究对象看成一个“黑箱”系统,通过对系统输入、输出数据的测量和统计分析,按照一定的准则找出与数据吻合最好的数学模型。在实践中,常常将两种方法结合使用,即先用机理分析法建立模型的结构,然后用测试分析法确定模型的参数。

求解数学模型的方法主要取决于所建数学模型的类别,常用的方法有:数值计算方法、数理统计方法、数学规划方法和启发式方法等。

1.2 数学建模的一般步骤

数学建模需要哪些步骤没有固定的模式,但是一个理想的模式对于建立模型、求解模型非常有利,本书采用常用的五步法模式建模,下面给出其一般步骤。

1. 提出问题

(1) 做好模型的准备工作。

解决一个实际问题,首先需了解其背景,明确其建模目的,搜集建模必需的各种信息,如相关资料、现象、数据等,深入认识问题的运作机理,初步确定模型的类型。

(2) 对问题做出合理的假设。

根据前面的准备工作,对问题做必要的、合理的简化假设,确定模型所涉及的主要因素并抽象为变量。模型是实际问题的近似,假设过多或过少都不宜于问题的解决,应尽量合理。要做到假设合理,需做好两点:一是充分认识问题的内在规律;二是系统全面地分析问题所提供的数据或现象。对问题认识得越深,分析的越透彻,对问题的假设才能越接近其本质。因此,在问题假设时一方面要运用与问题相关的物理、化学、生物、经济等知识,充分认识问题,减少模型与问题的误差;另一方面又要充分发挥想象力、洞察力和判断力,辨别问题的主次,抓住主要因素,舍弃次要因素,将问题线性化,均匀化,提高模型的求解精度。

(3) 提出问题。

在前面所提的合理假设下,根据问题的要求,用数学语言将所解决实际问题抽象为一个数学问题。

2. 建立模型

(1) 挖掘问题中变量满足的条件。

根据前面的假设和问题的内在规律,挖掘出变量满足的条件,特别是隐含条