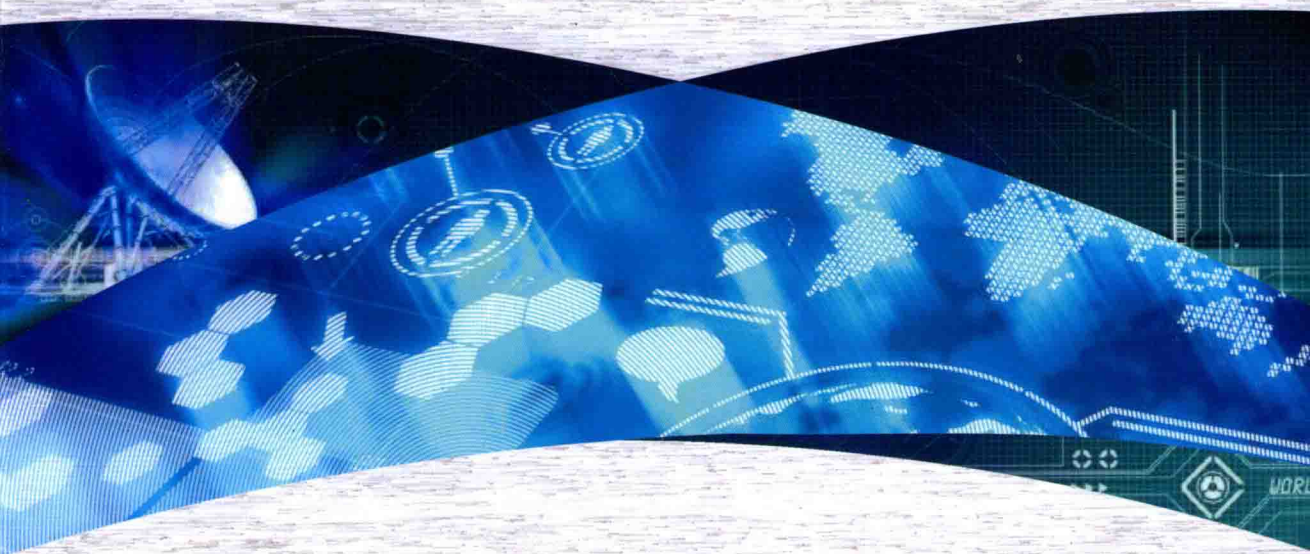


高等学校十二五规划教材·国防科技类

微波技术与天线

WEIBO JISHU YU TIANXIAN

张 辉 姜勤波 李 卉 编著



西北工业大学出版社

微波技术与天线

张 辉 姜勤波 李 卉 编著

西北工业大学出版社

【内容简介】 本书系统地论述了电磁场基本理论、微波技术基础及天线基本理论。在编写时力求深入浅出,并结合当前技术热点,对诸如分形天线小型化技术、阿基米德平面螺旋天线技术、缝隙耦合微带天线宽频化技术及圆极化技术等新技术进行了讨论。全书共分为7章,主要内容有矢量与矢量场、电磁场基础理论、传输线理论、同轴线和矩形波导、网络理论、天线的基本理论和典型天线及应用等。

本书可作为信息工程专业本科生教材和参考用书,亦可供电子信息工程师参考。

图书在版编目(CIP)数据

微波技术与天线/张辉,姜勤波,李卉编著. —西安:西北工业大学出版社,2015.6

ISBN 978-7-5612-4409-8

I. ①微… II. ①张… ②姜… ③李… III. ①微波技术②微波天线 IV. ①TN015②TN822

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第133278号

出版发行:西北工业大学出版社

通信地址:西安市友谊西路127号 邮编:710072

电话:(029)88493844 88491757

网址:www.nwpup.com

印刷者:兴平市博闻印务有限公司

开本:787 mm×1 092 mm 1/16

印张:12.5

字数:303千字

版次:2015年6月第1版 2015年6月第1次印刷

定价:29.00元

前 言

为适应新形势下信息工程、电子工程等专业对微波技术与天线基础知识的需求,满足培养从事引爆控制与突防、侦测信息获取与处理等专业人才的知识结构需要,将电磁场基础理论、传输线理论、同轴线和矩形波导、网络理论、天线基本理论、典型天线及应用等知识点整合成书,作为相关专业的工程技术基础课程教材,课时安排以 40~50 学时为宜。

本书的知识内容包括三部分:电磁场基本理论、微波技术基础和天线理论及应用,共 7 章。电磁场基本理论主要包含在第 1 章和第 2 章中。首先介绍数学工具——矢量分析和场论,然后介绍时变电磁场中的麦克斯韦方程组,并给出时谐电磁场中复数形式的麦克斯韦方程组以及电磁场的边界条件。在此基础上引出均匀平面波的概念,介绍在理想介质中均匀平面波的传播特性和传播参数,并深入探讨了有耗媒质中均匀平面波的传播特点,然后对电磁波的极化和能量进行阐述。微波技术基础涉及第 3~5 章,在前面电磁场理论基础上首先引出并讨论传输线理论,建立传输线模型,给出传输线方程,对传输线的特征参量,如反射系数、驻波比等参数进行了详细的分析,并深入地讨论了传输线匹配方法。然后以同轴线和矩形波导为例,详细介绍了导行电磁波的电磁场分布、传播模式、传播参数及其传播特性。之后介绍微波网络理论,给出微波网络的阻抗矩阵、导纳矩阵、传输矩阵及散射矩阵。天线理论及应用在第 6 章和第 7 章中讲述。首先介绍天线的基本理论,由时变电磁场的位函数引出基本电振子和基本磁振子的辐射场,着重介绍天线的基本电参数,如天线的方向性、输入阻抗、驻波比、回波损耗、辐射功率和辐射电阻、方向系数和增益、极化、频带宽度及有效长度等。介绍了接收天线的基本理论,包括天线的互易性及天线系数等概念。然后介绍了典型常用天线及应用,包括线天线、面天线、阵列天线、微带天线及缝隙天线等。

上述对知识点的组织形式,一方面是希望将电磁场的基本理论、微波技术基础和天线原理形成一个教学整体,另一方面又便于根据具体专业的内容要求和学时要求合适地安排教学内容。

本书由李卉老师编写第 1 章和第 2 章,姜勤波老师编写第 3~5 章,张辉老师编写第 6 章和第 7 章,余志勇教授审阅了全书,提出了许多宝贵的意见和建议,在此表示诚挚的谢意。同时,对西北工业大学出版社积极支持本书的编写和出版表示感谢。

编写本书曾参阅了相关书籍资料,在此谨向其作者深致谢忱。

由于笔者水平有限,书中难免还存在一些缺点和错误,敬请广大读者批评指正。

编 者

2015 年 6 月

目 录

第 1 章 矢量与矢量场	1
1.1 矢量代数运算	1
1.2 标量场的梯度	2
1.3 矢量场的散度	3
1.4 矢量场的旋度	5
习题 1	6
第 2 章 电磁场基础理论	7
2.1 麦克斯韦方程组	7
2.2 电磁场的边界条件	10
2.3 均匀平面电磁波	12
习题 2	19
第 3 章 传输线理论	22
3.1 传输线模型和解	23
3.2 终端条件下的传输线特解	27
3.3 传输线的阻抗	29
3.4 (电压)反射系数	31
3.5 (电压)驻波比	33
3.6 传输工作参数的相互转化关系总结	38
3.7 Smith 圆图	38
习题 3	47
第 4 章 同轴线和矩形波导	49
4.1 传输线的通解	50
4.2 传输线的衰减	55
4.3 同轴线	58
4.4 矩形波导	61
4.5 矩形波导的 TE_{10} 模	65
习题 4	70
第 5 章 网络理论	72
5.1 等效电压和电流	72

5.2 阻抗矩阵 Z 和导纳矩阵 Y	76
5.3 传输矩阵.....	83
5.4 散射矩阵.....	90
习题 5	96
第 6 章 天线的基本理论	97
6.1 位函数.....	98
6.2 基本电振子.....	99
6.3 基本磁振子	103
6.4 天线的电参数	104
6.5 接收天线理论	111
习题 6	114
第 7 章 典型天线及应用	115
7.1 线天线	115
7.2 面天线	133
7.3 阵列天线	148
7.4 微带天线	165
7.5 缝隙天线	187
习题 7	192
参考文献	194

第 1 章 矢量与矢量场

1.1 矢量代数运算

1.1.1 矢量的表示及距离矢量

1. 矢量的表示

习惯上用黑体符号表示矢量,如矢量 A 记为 $\mathbf{A}$ 。大小(或模值)为 1 的矢量称为单位矢量。矢量的单位矢量用 $\hat{\mathbf{a}}_A$ 表示,即 $\mathbf{A} = \hat{\mathbf{a}}_A A$ 。在直角坐标系中,矢量 $\mathbf{A} = \hat{\mathbf{a}}_x A_x + \hat{\mathbf{a}}_y A_y + \hat{\mathbf{a}}_z A_z$, 该矢量的模为

$$|\mathbf{A}| = A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} \quad (1-1-1)$$

矢量 $\mathbf{A}$ 的单位矢量为

$$\hat{\mathbf{a}}_A = \frac{\mathbf{A}}{|\mathbf{A}|} = \hat{\mathbf{a}}_x \frac{A_x}{A} + \hat{\mathbf{a}}_y \frac{A_y}{A} + \hat{\mathbf{a}}_z \frac{A_z}{A} = \hat{\mathbf{a}}_x \cos\alpha + \hat{\mathbf{a}}_y \cos\beta + \hat{\mathbf{a}}_z \cos\gamma \quad (1-1-2)$$

2. 位置矢量(矢径)与距离矢量

在直角坐标系中,从坐标原点出发向空间任一点 $P(x, y, z)$ 引出的有向线段称为该点的位置矢量或矢径,用 $\mathbf{r}$ 表示,如图 1-1-1 所示。距离矢量 $\mathbf{R}$ 的表示式为

$$\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}' = \hat{\mathbf{a}}_x (x - x') + \hat{\mathbf{a}}_y (y - y') + \hat{\mathbf{a}}_z (z - z')$$

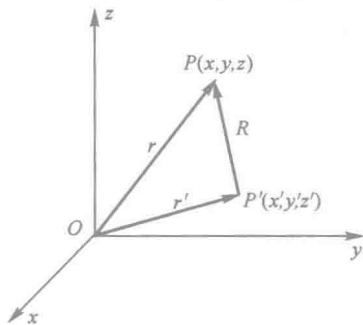


图 1-1-1 位置矢量(矢径)与距离矢量

$\mathbf{R}$ 的模 $R = |\mathbf{R}| = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}$, 其单位矢量为

$$\hat{\mathbf{a}}_R = \frac{\mathbf{R}}{|\mathbf{R}|} = \hat{\mathbf{a}}_x \frac{(x - x')}{R} + \hat{\mathbf{a}}_y \frac{(y - y')}{R} + \hat{\mathbf{a}}_z \frac{(z - z')}{R} \quad (1-1-3)$$

1.1.2 矢量的代数运算

1. 矢量加法

设矢量 $\mathbf{B} = \hat{\mathbf{a}}_x B_x + \hat{\mathbf{a}}_y B_y + \hat{\mathbf{a}}_z B_z$, 则 $\mathbf{A} + \mathbf{B}$ 为

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \hat{\mathbf{a}}_x(A_x + B_x) + \hat{\mathbf{a}}_y(A_y + B_y) + \hat{\mathbf{a}}_z(A_z + B_z) \quad (1-1-4)$$

矢量加法满足交换律和结合律:

交换律: $\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A}$ 。

结合律: $(\mathbf{A} + \mathbf{B}) + \mathbf{C} = \mathbf{A} + (\mathbf{B} + \mathbf{C})$ 。

2. 矢量减法

矢量 $\mathbf{A}$ 与矢量 $-\mathbf{B}$ 相加称为矢量 $\mathbf{A}$ 与矢量 $\mathbf{B}$ 的差, 记为 $\mathbf{A} - \mathbf{B}$, 即

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{A} + (-\mathbf{B}) = \hat{\mathbf{a}}_x(A_x - B_x) + \hat{\mathbf{a}}_y(A_y - B_y) + \hat{\mathbf{a}}_z(A_z - B_z) \quad (1-1-5)$$

3. 矢量乘法

矢量的数乘。设 k 为任意常数, 则 $k\mathbf{A} = \hat{\mathbf{a}}_A(kA)$

4. 矢量的标量积(标积, 点积)

矢量 $\mathbf{A}$ 与矢量 $\mathbf{B}$ 的标量积记为 $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$, 其大小等于 $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ 的模与它们之间夹角的余弦的乘积, 即 $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB \cos \theta_{AB}$, 式中 θ_{AB} 是 $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ 之间较小的夹角, 即 $\theta_{AB} \leq 180^\circ$ 。

两矢量的标量积满足交换律和分配律, 即

$$(1) \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}.$$

$$(2) \mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{C}.$$

但结合律不适用于标量积。

在直角坐标系下, 有

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \quad (1-1-6)$$

5. 两矢量的矢量积(矢积, 叉积)

矢量 $\mathbf{A}$ 与矢量 $\mathbf{B}$ 的矢量积记为 $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$, 它是一个矢量, 即 $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \hat{\mathbf{a}}_n AB \sin \theta_{AB}$, 矢量积不满足交换律, 即 $\mathbf{B} \times \mathbf{A} \neq -\mathbf{A} \times \mathbf{B}$, 矢量积满足分配律, 即

$$\mathbf{A} \times (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{A} \times \mathbf{B} + \mathbf{A} \times \mathbf{C} \quad (1-1-7)$$

6. 3 个矢量的乘积

3 个矢量的乘积有两个, 即三重标量积和三重矢量积:

(1) 三重标量积:

$$\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = \mathbf{B} \cdot (\mathbf{C} \times \mathbf{A}) = \mathbf{C} \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \quad (1-1-8)$$

式中, $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ 和 $\mathbf{C}$ 的次序满足循环互换规律。

(2) 三重矢量积:

$$\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = \mathbf{B}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{C}) - \mathbf{C}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) \quad (1-1-9)$$

此式被称为“back-cab”规则。

1.2 标量场的梯度

矢量代数运算中涉及的矢量是常矢量, 常矢量是大小和方向均不变的矢量。大小和方向之一或二者都变化的矢量称为变矢量。

场的定义: 若对于空间域上每一点都对应着某个物理量的一个标量(数量) 或一个矢量, 则称此空间域确定了这个物理量的场。若所讨论的物理量是标量, 则称这个场是标量场; 若所讨论的物理量是矢量, 则称这个场为矢量场。例如, 若所研究的物理量是温度、压力、密度、电位等标量时, 这些物理量的状态可以用标量函数 $A(x, y, z)$ 来描绘; 反之, 当所研究的物理量

是力、速度、电场强度等矢量时,这些物理量的状态可以用矢量函数 $A(x, y, z)$ 来描绘。

若一个场中的每一点所对应的量不仅与该点的位置有关,还与时间有关,则称这种场为动态(时变)场;如果场中每一点对应的量与时间无关,则称这种场为静态场。

标量场 $\phi(x, y, z)$ 在点 $p_0(x_0, y_0, z_0)$ 处沿有向直线 l 的变化率称为 ϕ 沿该方向的方向导数,记为 $\frac{\partial \phi}{\partial l} |_{p_0}$,即

$$\frac{\partial \phi}{\partial l} |_{p_0} = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta \phi}{\Delta l} = \lim_{p \rightarrow p_0} \frac{\phi(p) - \phi(p_0)}{|p_0 p|} = \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial l} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial l} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial l} \quad (1-2-1)$$

l 的单位矢量 $\hat{a}_l = \hat{a}_x \cos \alpha + \hat{a}_y \cos \beta + \hat{a}_z \cos \gamma$, 则有

$$\frac{\partial \phi}{\partial l} |_{p_0} = \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \beta + \frac{\partial \phi}{\partial y} \cos \beta + \frac{\partial \phi}{\partial z} \cos \gamma \quad (1-2-2)$$

在直角坐标系中,引出以下形式的矢量微分算子——哈密尔顿(Hamilton)算子 ∇ :

$$\nabla = \hat{a}_x \frac{\partial}{\partial x} + \hat{a}_y \frac{\partial}{\partial y} + \hat{a}_z \frac{\partial}{\partial z} \quad (1-2-3)$$

得

$$\frac{\partial \phi}{\partial l} = \nabla \phi \cdot \hat{a}_l = |\nabla \phi| \cos(\nabla \phi, \hat{a}_l) \quad (1-2-4)$$

若选择 $\nabla \phi$ 与 $\hat{a}_l$ 的方向一致,则 $\cos(\nabla \phi, \hat{a}_l) = 1$, 此时方向导数将出现最大值,即

$$\frac{\partial \phi}{\partial l} = |\nabla \phi| \quad \text{或} \quad \nabla \phi = \frac{\partial \phi}{\partial l_m} \hat{a}_m \quad (1-2-5)$$

式中, $\hat{a}_m$ 为方向导数出现最大值方向 $\hat{l}_m$ 上的单位矢量。表明 $\nabla \phi$ 的模就是 ϕ 在给定点的最大方向导数,其方向就是 ϕ 具有最大方向导数的方向,即 ϕ 的变化率最大的方向。因此,定义标量场 ϕ 在点 $p(x, y, z)$ 处的梯度(gradient)为

$$\text{grad} \phi = \nabla \phi = \hat{a}_x \frac{\partial \phi}{\partial x} + \hat{a}_y \frac{\partial \phi}{\partial y} + \hat{a}_z \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (1-2-6)$$

它是一个矢量,其模和方向就是标量场在该点处最大变化率的值和方向。

梯度的基本公式:若 k 是常数, ϕ 和 ψ 是标量,则

$$\nabla k = 0$$

$$\nabla(\phi \pm \psi) = \nabla \phi \pm \nabla \psi$$

$$\nabla(\phi \psi) = (\psi \nabla \phi + \phi \nabla \psi)$$

$$\nabla\left(\frac{\phi}{\psi}\right) = \frac{1}{\psi^2}(\psi \nabla \phi - \phi \nabla \psi)$$

$$\nabla f(\phi) = f'(\phi) \nabla \phi$$

1.3 矢量场的散度

1.3.1 通量

1. 面元矢量

一个面(积微)元除了其大小以外,在空间还有一定的取向。可用一个矢量来表示面元。取一个与面元垂直的单位矢量 $\hat{a}_n$, 面元的大小为 dS , 则面元矢量为 $d\mathbf{S} = \hat{a}_n dS$ 。

其中面元矢量的取向有下述两种情况:

(1) 对一个开曲面,设此开曲面由一个闭曲线围成,则当开曲面上的面元选定绕行方向后,沿绕行方向按右手螺旋的大拇指方向就是 $\hat{a}_n$ 的方向。

(2) 当 dS 是封闭表面上的面元,则取为闭曲面的外法线方向。

2. 通量

若面元 dS 位于矢量场 $\mathbf{A}$ 中, $\mathbf{A}$ 和 dS 的标量积 $\mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}$ 称为 $\mathbf{A}$ 穿过 dS 的通量。将曲面 S 各面元上的通量叠加即可得到穿过整个曲面 S 的通量,记为 Φ ,有

$$\Phi = \int_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} = \int_S \mathbf{A} \cdot \hat{a}_n dS \quad (1-3-1)$$

可见,通量是个标量。若 S 是一个封闭面,则 $\Phi = \oint_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}$,它表示矢量 $\mathbf{A}$ 穿过封闭面 S 的通量。

若 $\Phi > 0$,则表明封闭曲面内有矢量场的源(称为通量源);

若 $\Phi < 0$,则表明封闭曲面内有矢量场的汇(或称为负通量源)。

1.3.2 散度

定义矢量场 $\mathbf{A}$ 在一点的散度(divergence)为

$$\text{div} \mathbf{A} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\oint_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}}{\Delta V} \quad (1-3-2)$$

其中 ΔV 是包含 p 点的封闭面 S 所包围的体积。式(1-3-2)表明某点处 $\mathbf{A}$ 的散度等于单位体积上的净通量。

在直角坐标系下, $\text{div} \mathbf{A} = \nabla \cdot \mathbf{A}$ 。则有

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \left(\hat{a}_x \frac{\partial}{\partial x} + \hat{a}_y \frac{\partial}{\partial y} + \hat{a}_z \frac{\partial}{\partial z} \right) \cdot (\hat{a}_x A_x + \hat{a}_y A_y + \hat{a}_z A_z) = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (1-3-3)$$

显然,矢量 $\mathbf{A}$ 的散度是一个标量。

若 $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$,则称 $\mathbf{A}$ 为无散场,或称为管形场。其特点是,穿过场域中任意矢量管所有截面的通量都相等。

散度运算的基本公式:

设 $\mathbf{A}, \mathbf{B}$ 为矢量, ϕ 为标量,则

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (\mathbf{A} \pm \mathbf{B}) &= \nabla \cdot \mathbf{A} \pm \nabla \cdot \mathbf{B} \\ \nabla \cdot (\phi \mathbf{A}) &= \phi \nabla \cdot \mathbf{A} + \mathbf{A} \cdot \nabla \phi \\ \nabla \cdot (\nabla \phi) &= \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \quad (\text{直角坐标系}) \end{aligned}$$

1.3.3 散度定理

散度定理是与散度有关的定理,也称为奥-高定理。

$$\int_V (\nabla \cdot \mathbf{A}) dV = \oint_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} \quad (1-3-4)$$

1.4 矢量场的旋度

1.4.1 环量

矢量 $\mathbf{A}$ 沿一封闭曲线的线积分, 定义为矢量 $\mathbf{A}$ 沿该闭曲线的环量(或称漩涡量), 记为 Γ , 即

$$\Gamma = \oint_l \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}$$

式中, $d\mathbf{l}$ 是闭曲线 l 上的线元矢量。

与矢量的通量一样, 矢量的环量也是描述矢量特性的重要参量。若矢量的环量不为零, 就表示矢量场中存在一种不同于通量源的源——旋涡源。

1.4.2 旋度

定义矢量 $\mathbf{A}$ 在给定点处的旋度(rotation) 为

$$\text{rot} \mathbf{A} = \hat{\mathbf{a}}_n \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \left[\frac{\oint_l \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}}{\Delta S} \right]_{\max} \quad (1-4-1)$$

可见矢量 $\mathbf{A}$ 的旋度是一个矢量, 其大小是矢量 $\mathbf{A}$ 在给定点处最大的环量面密度, 其方向是当面元矢量的取向使环量面密度最大时该面元矢量的方向($\hat{\mathbf{a}}_n$)。具体地, 当右手的四指沿 $d\mathbf{l}$ 方向时, 大拇指的方向即为 $\hat{\mathbf{a}}_n$ 的方向。

矢量的旋度描述了该矢量在给定点处的旋涡强度。若一个矢量的旋度为零, 则称该矢量是无旋的或保守的。

在直角坐标系中, 矢量 $\mathbf{A}$ 的旋度可表示为哈密尔顿算子 ∇ 与 $\mathbf{A}$ 的矢量积, 即

$$\text{rot} \mathbf{A} = \nabla \times \mathbf{A} = \begin{vmatrix} \mathbf{a}_x & \mathbf{a}_y & \mathbf{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} \quad (1-4-2)$$

旋度运算的基本公式:

设 $\mathbf{A}, \mathbf{B}$ 为矢量, ϕ 为标量, 则

$$\begin{aligned} \nabla \times (\mathbf{A} \pm \mathbf{B}) &= \nabla \times \mathbf{A} \pm \nabla \times \mathbf{B} \\ \nabla \times (\phi \mathbf{A}) &= \phi (\nabla \times \mathbf{A}) + (\nabla \phi \times \mathbf{A}) \\ \nabla \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) &= \mathbf{B} \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) - \mathbf{A} \cdot (\nabla \times \mathbf{B}) \\ \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} &= \nabla (\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A} \end{aligned}$$

1.4.3 斯托克斯定理与唯一性定理

斯托克斯定理:

$$\int_S (\nabla \times \mathbf{A}) \cdot d\mathbf{S} = \oint_l \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} \quad (1-4-3)$$

唯一性定理: 对于有限区域 V 内的任意矢量场, 如果给定了它的散度、旋度和它在有限区

域 V 的边界面 S 上的值(即它的边界条件),则该矢量场就可以被唯一地、定量地确定下来。

习 题 1

1.1 给定 3 个矢量 A, B 和 C :

$$A = e_x + e_y 2 - e_z 3$$

$$B = -e_y 4 + e_z$$

$$C = e_x 5 - e_z 2$$

求: (1) a_A ; (2) $|A - B|$; (3) $A \cdot B$; (4) θ_{AB} ; (5) A 在 B 上的分量; (6) $A \times B$; (7) $A \cdot (B \times C)$ 和 $(A \times B) \cdot C$; (8) $(A \times B) \times C$ 和 $A \times (B \times C)$ 。

1.2 三角形的 3 个顶点为 $P_1(0, 1, -2)$, $P_2(4, 1, -3)$ 和 $P_3(6, 2, 5)$ 。

(1) 判断 $\triangle P_1 P_2 P_3$ 是否为一直角三角形;

(2) 求三角形的面积。

1.3 求 $P'(-3, 1, 4)$ 点到 $P(2, -2, 3)$ 点的距离矢量 R 及 R 的方向。

1.4 给定两矢量 $A = e_x 2 + e_y 3 - e_z 4$ 和 $B = e_x 4 - e_y 5 + e_z 6$, 求它们之间的夹角和 A 在 B 上的分量。

1.5 给定两矢量 $A = e_x 2 + e_y 3 - e_z 4$ 和 $B = -e_x 6 - e_y 4 + e_z$, 求 $A \times B$ 在 $C = e_x - e_y + e_z$ 上的分量。

1.6 证明: 如果 $A \cdot B = A \cdot C$ 和 $A \times B = A \times C$, 则 $B = C$ 。

1.7 如果给定一未知矢量与一已知矢量的标量积和矢量积, 那么便可以确定该未知矢量。设 A 为一已知矢量, $p = A \cdot X$ 而 $P = A \times X$, p 和 P 已知, 试求 X 。

1.8 求矢量 $A = e_x x + e_y x^2 + e_z y^2 z$ 沿 xy 平面上的一个边长为 2 的正方形回路的线积分, 此正方形的两边分别与 x 轴和 y 轴相重合。再求 $\nabla \times A$ 对此回路所包围的曲面积分, 验证斯托克斯定理。

1.9 求矢量 $A = e_x x + e_y x y^2$ 沿圆周 $x^2 + y^2 = a^2$ 的线积分, 再计算 $\nabla \times A$ 对此圆面积的积分。

1.10 证明: (1) $\nabla \cdot R = 3$; (2) $\nabla \times R = 0$; (3) $\nabla(A \cdot R) = A$ 。其中 $R = e_x x + e_y y + e_z z$, A 为一常矢量。

第 2 章 电磁场基础理论

2.1 麦克斯韦方程组

2.1.1 基本的麦克斯韦方程组

法拉第电磁感应定律和全电流定律适用于静态场、时变场,它们分别给出了电场、磁场的旋度,即场与漩涡源的关系。但对矢量场的研究还必须了解它的散度,即场与散度源的关系。高斯定律和磁通连续性原理在时变场情况下至今还没有发现与它们相矛盾的事实,因此它们也适用于时变场。

高斯定律、磁通连续性原理与法拉第电磁感应定律、全电流定律一起,构成宏观电磁场的基本定律,其数学形式就是电磁场的场方程,称为麦克斯韦方程组,其以下两种形式。

积分形式:

$$\left. \begin{aligned} \oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} &= \int_s \left(\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{S} \\ \oint_l \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} &= - \int_s \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} \\ \oint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} &= 0 \\ \oint_s \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} &= \int_v \rho dV \end{aligned} \right\} \quad (2-1-1)$$

微分形式:

$$\left. \begin{aligned} \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{E} &= - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho \end{aligned} \right\} \quad (2-1-2)$$

这些场方程同样也适用于静态电磁场的情况,此时方程中所有对时间求导的项均等于零,上面的方程变成与静态电磁场方程组相同的形式。

麦克斯韦方程组含有 5 个矢量 $\mathbf{E}, \mathbf{D}, \mathbf{H}, \mathbf{B}, \mathbf{J}$ 和一个标量 ρ , 只由 4 个麦克斯韦方程无法确定地求出所有未知量,因此还需要辅助方程。描述媒质中场矢量 $\mathbf{E}, \mathbf{D}, \mathbf{H}, \mathbf{B}, \mathbf{J}$ 之间相互关系的结构方程为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{D} &= \epsilon \mathbf{E} \\ \mathbf{B} &= \mu \mathbf{H} \\ \mathbf{J} &= \sigma \mathbf{E} \end{aligned} \right\} \quad (2-1-3)$$

推出这些方程时并未规定场是静态还是时变的,因此它们也适用于时变电磁场。这3个结构方程是麦克斯韦方程组的辅助方程。

结构方程中的系数 ϵ, μ, σ 分别是媒质的介电常数、磁导率和电导率,称为媒质的电磁参数。真空中,介电常数为 $\epsilon = \epsilon_0 \approx 8.854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$,磁导率为 $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$,电导率为 $\sigma = 0$ 。其他媒质的 ϵ, μ, σ 参数由媒质的物质成分、微观结构决定。电导率 $\sigma = 0$ 的媒质称为理想介质, $\sigma = \infty$ 的媒质称为理想导体, σ 为非零有限值的媒质称为导电媒质。

电磁参数值与空间位置无关的媒质称为均匀媒质;电磁参数不随电磁场矢量的模值变化的媒质称为线性媒质;电磁参数不随电磁场矢量的方向变化的媒质称为各向同性媒质,否则称为各向异性媒质,其电磁参数是张量。本书中若非特别指明,讨论的一般是均匀、线性、各向同性媒质。可以将 $\sigma = 0, \epsilon$ 和 μ 均为实常数的均匀、线性、各向同性媒质称为理想媒质,研究电磁问题时,往往首先考虑理想媒质中的简单情况,再考虑其他媒质中的情况。

麦克斯韦方程组的物理意义:

- (1) 时变电场是有旋有散的,电力线可闭合也可不闭合。
- (2) 时变磁场是有旋无散的,磁力线总是闭合的。
- (3) 不闭合的电力线从正电荷到负电荷;闭合的电力线与磁力线相交链;闭合的磁力线要么与电力线交链,要么与电流相交链。
- (4) 在无源区域(即:无自由电荷,也无传导电流),时变电场和时变磁场都是有旋无散,电力线与磁力线均为闭合的,相互交链。
- (5) 由于时变电场、时变磁场可以互相激励,故一旦激励起时变电磁场,那么即使去掉场源,电场、磁场仍然可以相互激发,并以一定的速度向远处传播,这就是电磁波的传播,如图2-1-1所示。

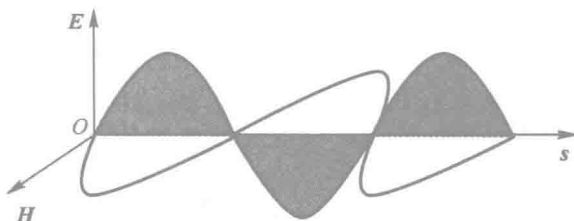


图 2-1-1 电磁波示意图

在研究电磁场时,通过分析时变电磁场的波动性和位函数,可知时变电磁场场矢量的时变形式取决于场源的时变形式,理论上来说,时变形式有无穷多种。但是在研究电磁学和应用电磁场时,往往特别关注时谐电磁场,即随时间做简谐变化(包括正弦变化和余弦变化)的电磁场,又称为正弦电磁场。

这是因为,任意时变形式的电磁场都可以用傅里叶级数或傅里叶积分展开成为时谐电磁场的叠加,研究时谐电磁场得到的结论可以推广到其他时变形式的电磁场。因此时谐电磁场是研究其他时变形式电磁场的基础。

2.1.2 复数形式麦克斯韦方程组

时谐电磁场由时谐电磁场源产生,时谐电磁场源电荷 $\rho(r, t)$ 随时间 t 以角频率 ω 作简谐变

化,可以表示为时谐函数。即

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \rho_m(\mathbf{r}) \cos[\omega t + \varphi_\rho(\mathbf{r})] \quad (2-1-4)$$

式中, $\rho_m(\mathbf{r})$, $\varphi_\rho(\mathbf{r})$ 分别是电荷密度 $\rho(\mathbf{r}, t)$ 时谐变化的振幅和初始相位。

时谐电磁场源电流密度矢量 $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t)$ 的3个分量 $J_x(\mathbf{r}, t)$, $J_y(\mathbf{r}, t)$ 和 $J_z(\mathbf{r}, t)$ 均可表示成类似的时谐函数,3个分量的振幅、初始相位可能各不相同,但角频率都相同。

时谐电磁场的场矢量也随时间 t 以角频率 ω 作简谐变化,各个分量也可用时谐函数表示,以电场强度 $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ 为例,有

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= E_x(\mathbf{r}, t)\hat{\mathbf{x}} + E_y(\mathbf{r}, t)\hat{\mathbf{y}} + E_z(\mathbf{r}, t)\hat{\mathbf{z}} = \\ &E_{xm}(\mathbf{r})\cos[\omega t + \varphi_x(\mathbf{r})]\hat{\mathbf{x}} + E_{ym}(\mathbf{r})\cos[\omega t + \varphi_y(\mathbf{r})]\hat{\mathbf{y}} + E_{zm}(\mathbf{r})\cos[\omega t + \varphi_z(\mathbf{r})]\hat{\mathbf{z}} \end{aligned} \quad (2-1-5)$$

式中, $E_{xm}(\mathbf{r})$, $E_{ym}(\mathbf{r})$, $E_{zm}(\mathbf{r})$ 分别为 E_x , E_y , E_z 分量在 $\mathbf{r}$ 点处的振幅; $\varphi_x(\mathbf{r})$, $\varphi_y(\mathbf{r})$, $\varphi_z(\mathbf{r})$ 分别为 E_x , E_y , E_z 分量在 $\mathbf{r}$ 点处的初始相位。其他场矢量也可以表示成类似的形式,这种形式的表示式称为时谐电磁场的瞬时表示式。

实际上,在时谐电磁场的瞬时表示式中,与时间有关的角频率 ω 和时谐函数形式 $\cos(\omega t + \dots)$ 都可以作为已知信息而隐匿,只需要关注与空间坐标 $\mathbf{r}$ 有关的信息,例如振幅 $E_{xm}(\mathbf{r})$, $E_{ym}(\mathbf{r})$, $E_{zm}(\mathbf{r})$ 和初始相位 $\varphi_x(\mathbf{r})$, $\varphi_y(\mathbf{r})$, $\varphi_z(\mathbf{r})$ 。按照这样的思路,可将时谐电磁场的场矢量、场源都用复数表示,并将场方程写成复数形式,使得时谐电磁场的表示式和计算、分析过程大为简化。

以电场强度 $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ 为例,其 x 分量可以写成复数形式为

$$E_x(\mathbf{r}, t) = E_{xm}(\mathbf{r})\cos[\omega t + \varphi_x(\mathbf{r})] = \operatorname{Re}[E_{xm}(\mathbf{r})e^{j\varphi_x(\mathbf{r})}e^{j\omega t}] = \operatorname{Re}[E_x(\mathbf{r})e^{j\omega t}] \quad (2-1-6)$$

式中, $E_x(\mathbf{r}) = E_{xm}(\mathbf{r})e^{j\varphi_x(\mathbf{r})}$ 称为 E_x 分量在 $\mathbf{r}$ 处的复振幅,它与时间无关,但包含了 E_x 分量与空间位置 $\mathbf{r}$ 有关的所有信息,即振幅 $E_{xm}(\mathbf{r})$ 和初始相角 $\varphi_x(\mathbf{r})$ 。依据 $E_x(\mathbf{r})$ 和角频率 ω ,就可以通过上式还原出 $E_x(\mathbf{r}, t)$,因此,用复振幅 $E_x(\mathbf{r})$ 来代替 $E_x(\mathbf{r}, t)$,既简洁又完备。类似地,电场强度 $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ 的其他分量也可以写成用其复振幅表示的形式,即

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= E_{xm}(\mathbf{r})\cos[\omega t + \varphi_x(\mathbf{r})]\hat{\mathbf{x}} + E_{ym}(\mathbf{r})\cos[\omega t + \varphi_y(\mathbf{r})]\hat{\mathbf{y}} + E_{zm}(\mathbf{r})\cos[\omega t + \varphi_z(\mathbf{r})]\hat{\mathbf{z}} = \\ &\operatorname{Re}[E_{xm}(\mathbf{r})e^{j\varphi_x(\mathbf{r})}e^{j\omega t}]\hat{\mathbf{x}} + \operatorname{Re}[E_{ym}(\mathbf{r})e^{j\varphi_y(\mathbf{r})}e^{j\omega t}]\hat{\mathbf{y}} + \operatorname{Re}[E_{zm}(\mathbf{r})e^{j\varphi_z(\mathbf{r})}e^{j\omega t}]\hat{\mathbf{z}} = \\ &\operatorname{Re}[E_x(\mathbf{r})e^{j\omega t}]\hat{\mathbf{x}} + \operatorname{Re}[E_y(\mathbf{r})e^{j\omega t}]\hat{\mathbf{y}} + \operatorname{Re}[E_z(\mathbf{r})e^{j\omega t}]\hat{\mathbf{z}} = \\ &\operatorname{Re}\{[E_x(\mathbf{r})\hat{\mathbf{x}} + E_y(\mathbf{r})\hat{\mathbf{y}} + E_z(\mathbf{r})\hat{\mathbf{z}}]e^{j\omega t}\} = \\ &\operatorname{Re}[\mathbf{E}(\mathbf{r})e^{j\omega t}] \end{aligned} \quad (2-1-7)$$

式中, $E_y(\mathbf{r}) = E_{ym}(\mathbf{r})e^{j\varphi_y(\mathbf{r})}$, $E_z(\mathbf{r}) = E_{zm}(\mathbf{r})e^{j\varphi_z(\mathbf{r})}$ 分别是 E_y 分量、 E_z 分量的复振幅。而矢量 $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = E_x(\mathbf{r})\hat{\mathbf{x}} + E_y(\mathbf{r})\hat{\mathbf{y}} + E_z(\mathbf{r})\hat{\mathbf{z}}$ 称为 $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ 在 $\mathbf{r}$ 处的复振幅矢量,又称为 $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ 的复数表示式。复数表示式比瞬时表示式更简洁,因此在时谐电磁场条件下,往往采用复数形式来表示场矢量。

场矢量 $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t)$, $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$, $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$, $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t)$ 都可按照上述方法用其复数形式来表示,即

$$\begin{aligned} \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) &= \operatorname{Re}[\mathbf{D}(\mathbf{r})e^{j\omega t}], \quad \mathbf{D}(\mathbf{r}) = D_x(\mathbf{r})\hat{\mathbf{x}} + D_y(\mathbf{r})\hat{\mathbf{y}} + D_z(\mathbf{r})\hat{\mathbf{z}} \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) &= \operatorname{Re}[\mathbf{H}(\mathbf{r})e^{j\omega t}], \quad \mathbf{H}(\mathbf{r}) = H_x(\mathbf{r})\hat{\mathbf{x}} + H_y(\mathbf{r})\hat{\mathbf{y}} + H_z(\mathbf{r})\hat{\mathbf{z}} \\ \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) &= \operatorname{Re}[\mathbf{B}(\mathbf{r})e^{j\omega t}], \quad \mathbf{B}(\mathbf{r}) = B_x(\mathbf{r})\hat{\mathbf{x}} + B_y(\mathbf{r})\hat{\mathbf{y}} + B_z(\mathbf{r})\hat{\mathbf{z}} \\ \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) &= \operatorname{Re}[\mathbf{J}(\mathbf{r})e^{j\omega t}], \quad \mathbf{J}(\mathbf{r}) = J_x(\mathbf{r})\hat{\mathbf{x}} + J_y(\mathbf{r})\hat{\mathbf{y}} + J_z(\mathbf{r})\hat{\mathbf{z}} \end{aligned}$$

需要特别注意的是,只有时谐电磁场的场矢量才能写成复数形式。

分析、研究时为方便起见,往往需要将场矢量的瞬时形式与复数形式相互转换,若要得出瞬时表示式,只要将其复矢量乘以 $e^{j\omega t}$ 并取实部即可得到其相应的瞬时表示,有

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \operatorname{Re}[\mathbf{E}(\mathbf{r})e^{j\omega t}] \quad (2-1-8)$$

在时谐电磁场前提下,麦克斯韦方程组也可以写成复数的形式。

以全电流定律为例,将其中所有物理量都用其复数表示式来表示,即

$$\nabla \times \operatorname{Re}[\mathbf{H}(\mathbf{r})e^{j\omega t}] = \operatorname{Re}[\mathbf{J}(\mathbf{r})e^{j\omega t}] + \frac{\partial \operatorname{Re}[\mathbf{D}(\mathbf{r})e^{j\omega t}]}{\partial t} \quad (2-1-9)$$

交换取实部的 Re 运算与偏微分算子 $\nabla \cdot$ 和 $\nabla \times$ 的运算次序,得

$$\operatorname{Re}[\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r})e^{j\omega t}] = \operatorname{Re}[\mathbf{J}(\mathbf{r})e^{j\omega t} + j\omega \mathbf{D}(\mathbf{r})e^{j\omega t}] \quad (2-1-10)$$

即

$$\operatorname{Re}\{[\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) - \mathbf{J}(\mathbf{r}) - j\omega \mathbf{D}(\mathbf{r})]e^{j\omega t}\} = 0 \quad (2-1-11)$$

式(2-1-11)对任意 t 都成立的条件是 $\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) - \mathbf{J}(\mathbf{r}) - j\omega \mathbf{D}(\mathbf{r}) = 0$, 即

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{J}(\mathbf{r}) + j\omega \mathbf{D}(\mathbf{r}) \quad (2-1-12)$$

式(2-1-12)就是时谐电磁场情况下的全电流定律的复数形式。

类似地,在时谐电磁场情况下,可将麦克斯韦方程组中其他 3 个方程写成复数形式,得到复数形式的麦克斯韦方程组,即

$$\left. \begin{aligned} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) &= \mathbf{J}(\mathbf{r}) + j\omega \mathbf{D}(\mathbf{r}) \\ \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) &= -j\omega \mathbf{B}(\mathbf{r}) \\ \nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}) &= 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{D}(\mathbf{r}) &= \rho(\mathbf{r}) \end{aligned} \right\} \quad (2-1-13)$$

需要特别注意的是,上述方程只适用于其他时变类型的电磁场。

时谐电磁场的结构方程的复数形式为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{D}(\mathbf{r}) &= \epsilon \mathbf{E}(\mathbf{r}) \\ \mathbf{B}(\mathbf{r}) &= \mu \mathbf{H}(\mathbf{r}) \\ \mathbf{J}(\mathbf{r}) &= \sigma \mathbf{E}(\mathbf{r}) \end{aligned} \right\} \quad (2-1-14)$$

时谐电磁场的结构方程、边界条件的形式与一般的结构方程、边界条件完全相同,只是其中的场矢量均写成复数表示式。

麦克斯韦方程组的瞬时形式和复数形式比较,其形式是明显不同的。时谐电磁场的场量采用复数表示,使空间变量与时间变量分离,在场方程中去掉了时间变量,由四维降至三维;将偏微分运算变成代数运算,简化了求解。

2.2 电磁场的边界条件

媒质边界是指媒质电磁参数 ϵ, μ, σ 发生变化处的分界面。媒质电磁参数变化导致边界两侧的电场也发生变化,其变化规律,也就是边界两侧电磁场之间的关系,称为电磁场的边界条件。

边界两侧的电场分布情况都满足麦克斯韦方程组,因此边界条件可由麦克斯韦方程组推导出来。在边界上电磁场发生突变,不能应用微分方程,只能用麦克斯韦方程组的积分形式来推导边界条件。为推导方便起见,在边界上选取规整的闭曲面或闭曲线,并在这些闭曲面或

闭曲线上应用麦克斯韦方程组的积分方程,就可推出电磁场的边界条件。下面就按照该思路推导电磁场的一般边界条件,然后再讨论一些特殊情况下的边界条件。

1. 电场的边界条件

在边界面上取一个规整的闭曲线,在其上应用法拉第电磁感应定律,可以推导出电场强度矢量 $\mathbf{E}$ 的切向分量的边界条件,有

$$\hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) = 0 \quad (2-2-1)$$

现在再由高斯定律推出电位移矢量 $\mathbf{D}$ 的法向分量的边界条件,得

$$\hat{\mathbf{n}} \cdot (\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1) = \rho_s \quad (2-2-2)$$

2. 磁场的边界条件

由全电流定律可以推导出磁场强度 $\mathbf{H}$ 的切向分量边界条件,有

$$\hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) = \mathbf{J}_s \quad (2-2-3)$$

由磁通连续性原理可以推导出磁感应强度 $\mathbf{B}$ 的法向分量边界条件,得

$$\hat{\mathbf{n}} \cdot (\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) = 0 \quad (2-2-4)$$

以上是电磁场的一般边界条件,现在考虑一些特殊情况下的边界条件。

若边界面为两种理想介质的交界面,且交界面上没有人为增添的自由面电荷和自由面电流,此时 $\mathbf{J}_s = 0, \rho_s = 0$,则电磁场边界条件为

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) &= 0 \\ \hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) &= 0 \\ \hat{\mathbf{n}} \cdot (\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) &= 0 \\ \hat{\mathbf{n}} \cdot (\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2-2-5)$$

可见,在两种理想介质的交界面处,电场强度矢量、磁场强度矢量的切向分量都是连续的,电位移矢量和磁感应强度矢量的法向分量都是连续的。

再来考虑理想介质与理想导体交界的边界面情况。设理想导体为媒质 1,理想介质为媒质 2。理想导体 $\sigma = \infty$,若理想导体中存在非零电场,必导致 $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} = \infty$,与“电流强度为有限值”的物理事实矛盾,因此理想导体中必定没有电场,也没有时变磁场(若存在时变磁场,必定会感应出电场),故理想导体中不存在时变电磁场,即 $\mathbf{E}_1, \mathbf{D}_1, \mathbf{H}_1, \mathbf{B}_1$ 均为零。而理想介质中的场矢量 $\mathbf{E}_2, \mathbf{D}_2, \mathbf{H}_2, \mathbf{B}_2$ 可以去掉下标“2”,记为 $\mathbf{E}, \mathbf{D}, \mathbf{H}, \mathbf{B}$ 。因此在理想导体与理想介质交界的情况下,电磁场的边界条件为

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H} &= \mathbf{J}_s \\ \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E} &= 0 \\ \hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{D} &= \rho_s \end{aligned} \right\} \quad (2-2-6)$$

$\hat{\mathbf{n}}$ 是理想导体表面上的法向单位矢量,指向理想导体外侧。以上边界条件说明:理想导体表面上电场切向分量、磁场法向分量均等于零,电场矢量、电力线必然垂直于理想导体表面,磁场矢量、磁力线必然平行于理想导体表面;理想导体表面的自由电荷密度等于电位移矢量的法向分量,自由电流密度的模值等于磁场强度的切向分量。由此可以根据理想导体表面处的电磁场求出理想导体表面的自由电荷、自由电流密度的分布情况。