海淀全国升学考试题库精选

高中数学

北京市海淀区教师进修学校
部分教师

（黑）新登字第3号

责任编辑：姜贤模　朴钟宪
责任校对：李　山
特约校阅：王江秋
封面设计：曲　刚

全国升学考试海淀题库精选
高中数学
海浩 主编
*
黑龙江朝鲜民族出版社出版
牡丹江书刊印刷厂印刷
新华书店延边发行所发行
开本 787×1092 毫米 1/16 · 15 印张 · 350 千字
1997 年 8 月第 1 版　1997 年 10 月第 2 次印刷
印数：20 001—40 000 册

ISBN 7—5389—0679—7/G · 118
定价：16.00 元

出版说明

《全国升学考试海淀题库精选》由北京市海淀区教师进修学校高级教师海浩主编。

该书依据现行的教学大纲和中考、高考说明的要求，对以往历届初考、中考、高考试题加以总结，在题山解海中精选精编。

该书主要包括两方面的内容：首先是例题精选与解析。该部分知识主要介绍了解题的关键和技巧，介绍了知识点及其运用，力争达到在掌握基础知识的同时注重能力的培养。其次是习题。习题都按"考试"说明中的知识点和能力要求层次编选，只要做了就能掌握解题的技巧与方法，提高解题的能力，增强解题的准确性，加快解题的速度。

该书三套，共十三册。其中包括小学语文、数学二册；初中语文、数学、物理、化学、英语五册；高中语文、数学、物理、化学、历史、英语六册。

书中若有不当及疏漏之处敬请广大师生批评指正，以便做好修订工作。

编　者

一九九七年六月

目　录

目　　录

一、函　　数

（一）集合与映射

例题解析

例 1　已知集合 $A\cup B=\{1,2,3,4\}$，$A=\{1,3\}$则集合 B 的子集最多有几个？

解　$\because$ $A\cup B=\{1,2,3,4\}$，$A=\{1,3\}$，$\therefore$ 集合 B 中最多有 4 个元素，即 $B=\{1,2,3,4\}$，$\therefore$ 集合 B 的子集最多有 $C_4^0+C_4^1+C_4^2+C_4^3+C_4^4=2^4=16$ 个.

例 2　设全集 $I=\{1,3,a^2-2a-3\}$，$A=\{|a+1|,3\}$，$\overline{A}=\{5\}$，求实数 a.

解一　$\because$ $A\cup\overline{A}=I$，$\therefore$ $a^2-2a-3=5$ 的解为 $a=-2$ 或 $a=4$. 当 $a=-2$ 时，$|a+1|=1$；当 $a=4$ 时，$|a+1|=5$. $\because$ $\overline{A}=\{5\}$，$\therefore$ $a=4$(舍去)，故 $a=-2$ 为所求.

解二　$\because$ $\overline{A}=\{5\}$，即 $|a+1|=1\Rightarrow a=-2$ 或 $a=0$，$\because$ $a=0$ 时 $a^2-2a-3=-3\neq5$，故应舍去，$\therefore$ $a=-2$ 为所求.

例 3　已知集合 $A=\{x|x^2-mx+m^2-19=0\}$，$B=\{x|x^2-5x+6=0\}$，$C=\{x|x^2+2x-8=0\}$，且 $A\cap B\neq\varnothing$，$A\cap C=\varnothing$，求实数 m 的值.

分析　不难求出 B、C 的元素，然后根据题中条件确定 A 的元素，从而求得 m 的取值.

解　易求得，$B=\{2,3\}$，$C=\{2,-4\}$. 由 $A\cap C=\varnothing$，可知 $2\notin A$，$-4\notin A$；又由 $A\cap B\neq\varnothing$，可知 2，3 中至少有一个属于 A；于是只有 $3\in A$. 将 3 代入 $x^2-mx+m^2-19=0$ 中的 x，得 $3^2-3m+m^2-19=0$，解得 $m=5$，或 $m=-2$. 当 $m=5$ 时，$A=\{x|x^2-5x+6=0\}=\{2,3\}$，此时 $A\cap C=\{2\}\neq\varnothing$与已知条件矛盾，不合题意. 当 $m=-2$ 时，$A=\{x|x^2+2x-15=0\}=\{3,-5\}$，此时满足所有已知条件. 因此，$m=-2$ 即为所求.

说明　若集合的表示式中含有字母(如例 2 中的 a，例 3 中的 m)，在求得字母的值之后，必须进行检验.

例 4　集合$\{0\}$与$\varnothing$的关系，下列说法哪一个是正确的？

(1) $\{0\}=\varnothing$；(2) $\{0\}\in\varnothing$；(3) $\varnothing\subseteq\{0\}$；(4) $\{0\}\in\{0\}$.

解　$\{0\}$是以 0 为元素的集合，$\varnothing$不含任何元素，所以$\{0\}\neq\varnothing$. “$\in$”是表示集合与元素间的关系，所以(2)与(4)也不正确. 空集是任何集合的子集，所以(3)是正确的.

例 5　$\{x|x\neq x\}=\{x|x=1$ 且 $x=2\}$对吗？

解　集合$\{x|x\neq x\}$是指所含的都是 $x\neq x$ 的元素所构成的集合，此集合显然是空集. $\{x|x=1$ 且 $x=2\}$所含的 x 同时是 $x=1$ 又是 $x=2$，这不可能，所以此集合也是空集. 所以说两集合相等是对的.

说明　注意$\{x|x=1$ 且 $x=2\}$与$\{x|x=1$ 或 $x=2\}$是不同的，后者的元素是 1 和 2.

例 6　已知集合 $M=\{x,xy,\lg(xy)\}$，$N=\{0,|x|,y\}$若 $M=N$，试确定 x、y 的值.

解　$\because$ $O\in N$，且 $M=N$，$\therefore$ $O\in M$. 而 M 集合中，只有 $\lg(xy)$可能等于 0(否则

M 中出现相同的元素 0)，$\therefore\ xy=1$. $\therefore\ 1\in N$. 而 N 集合中只有 $|x|$ 能等于 1，$\therefore\ x=\pm1$，但 $x=1$ 时 $y=1$，而 $y=1$ 时，M 中出现相同的元素，$\therefore\ x\neq1$. $\therefore\ x=-1$，从而 $y=-1$.

例 7　设全集 $I=\{(x,\ y)|x,\ y\in R\}$，集合 $M=\{(x,\ y)|\frac{y-3}{x-2}=1\}$，$N=\{(x,\ y)|y\neq x+1\}$. 那么 $\overline{M\cup N}$ 等于(　　).

(A) $\varnothing$；(B) $\{(2,\ 3)\}$；(C) $(2,\ 3)$；(D) $\{(x,\ y)|y=x+1\}$.

解　由于集合 M 和 N 中的元素都是实数对(或者坐标平面内的点)，故应排除(C). 由于 $\frac{y-3}{x-2}=1\Leftrightarrow\begin{cases}y-3=x-2,\\x-2\neq0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=x+1,\\x\neq2.\end{cases}$ 故集合 M 表示坐标平面内直线 $y=x+1$ 扣除点(2，3)后的剩余部分. N 表示坐标平面内扣除直线 $y=x+1$ 后的剩余部分. 因此，$M\cup N$ 表示坐标平面内扣除点(2，3)后的剩余部分，故 $\overline{M\cup N}=\{(2,\ 3)\}$. 故本题应选(B).

例 8　设 a、b 是两个实数. $A=\{(x,\ y)|x=n,\ y=na+b,\ n\text{ 是整数}\}$，$B=\{(x,\ y)|x=m,\ y=3m^2+15,\ m\text{ 是整数}\}$，$C=\{(x,\ y)|x^2+y^2\leqslant144\}$ 是平面 xoy 内的点集合，讨论是否存在 a 和 b，使得(1) $A\cap B\neq\varnothing$；(2) $(a,\ b)\in C$ 同时成立.

分析　把题设条件综合整理，由(1) $A\cap B\neq\varnothing$，可化成 $na+b=3m^2+15$，由(2) $(a,\ b)\in C$ 得 $a^2+b^2\leqslant144$，利用等价转化，本题就归结为二次不等式的有无实数解的问题；或者利用数形结合，转化为“形”的问题来思考，把本题解释成直线与圆的相交问题，由此得到如下两种解法.

解一　如果实数 a 和 b 使得(1)成立，那么必存在整数 m 和 n，使得 $(n,\ na+b)=(m,\ 3m^2+15)$ 即 $\begin{cases}n=m\\na+b=3m^2+15.\end{cases}$ 由此得出，存在整数 n 使得 $na+b=3n^2+15$.

即 $b=3n^2+15-na$.　　①

由(2)成立，得　$a^2+b^2\leqslant144$.　　②

现把①式代入②式，得到如下关于 a 的不等式：$(1+n^2)a^2-2n(3n^2+15)a+(3n^2+15)^2-144\leqslant0$，　　③

它的判别式 $\Delta=4n^2(3n^2+15)^2-4(1+n^2)[(3n^2+15)^2-144]=-36(n^2-3)^2$，但 n 是整数，$n^2-3\neq0$，因而 $\Delta<0$，又因为 $1+n^2>0$，故③式不可能有实数解 a，这就表明，不存在实数 a 和 b 使得(1)、(2)同时成立.

解二　假如存在实数 a 和 b 使得(1)、(2)同时成立，同解法一得

$$\begin{cases}na+b=3n^2+15, & ①\\a^2+b^2\leqslant144. & ②\end{cases}$$

这表明点 $P(a,\ b)$ 既在直线 l：$nx+y=3n^2+15$ 上，又在圆面：$x^2+y^2\leqslant144$ 上，于是①、②两式同时成立的条件是，圆心 O 到 1 直线 l 的距离不大于圆 O 的半径 12. 即

$$\frac{|3n^2+15|}{\sqrt{n^2+1}}\leqslant12.$$

因此，$|n^2+5|\leqslant4\sqrt{n^2+1}$，平方得 $n^4+10n^2+25\leqslant16n^2+16$，所以，$n^4-6n^2+9\leqslant0$，$(n^2-3)^2\leqslant0$.

但$(n^2-3)^2\geqslant 0$，故只有$n^2-3=0$，$n^2=3$，$n=\pm\sqrt{3}$．这与n是整数矛盾．于是，不存在实数a和b使得(1)、(2)同时成立．

例9 某车间有11名工人，他们都有钳工或车工技术，其中会钳工的有8人，会车工的有7人，问这11名工人中既会钳工又会车工的有几人？现要从这个车间选出3人去支援其他车间，要求3人中至少有一名既会车工又会钳工，问有多少种选法？

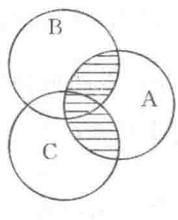
解 11名工人中既会钳工又会车工的有$8+7-11=4$(人)，选出3人支援其他车间的选法有$C_4^1C_7^2+C_4^2C_7^1+C_4^3=130$(种)

例10 用集合表示图中的阴影部分．

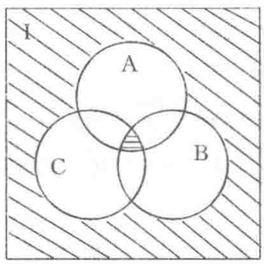
解一 分块表示，再拼起来．图1－1(1)显然可由$A\cap B$与$A\cap C$两块并成，∴表示为：$(A\cap B)\cup(A\cap C)$

图1－1(2)可由$A\cap B\cap C$与$\overline{A\cup B\cup C}$两块并成，表示为：$(A\cap B\cap C)\cup(\overline{A\cup B\cup C})$．

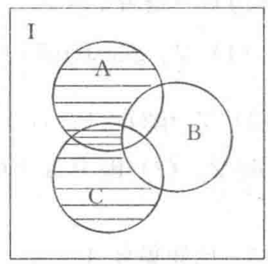
解二 着眼整体．图1－1(3)的阴影总体在$A\cup C$中，但又在B集合之外(即在$\overline{B}$中)，∴表示为$(A\cup C)\cap\overline{B}$



(1)



(2)



(3)

图1－1

例11 已知集合A、B，对应法则f，下列对应哪些是映射？

(1) $A=\{x|x\in R\}$，$B=\{y|y>0\}$，f：$x\to y=\dfrac{1}{x^2}$．

(2) $A=\{x|x\in R\}$，$B=\{y|y\geqslant 0\}$，f：$x\to y=x^2$．

(3) $A=\{x|0\leqslant x\leqslant 2\}$，$B=\{y|0\leqslant y\leqslant 1\}$，$f$：$x\to y=(x-2)^2$．

(4) $A=[0,n]$，$B=[-1,1]$，f：$x\to y=\cos x$．

解 (1) A中的元素O在B中没有象，∴ f不是$A\to B$的映射．

(2) 任取$x\in A$，则$y=x^2\in B$，∴ f是$A\to B$的映射．

(3) 任取$O\in A$，则$y=(0-2)^2=4\notin B$，∴ f不是$A\to B$的映射．

(4) 任取$\alpha\in A$，均有$\cos\alpha\in[-1,1]$，且每个角的余弦值唯一，∴ f是$A\to B$的映射．

说明 映射要求：集合A中的任何一个元素在集合B中有象且唯一．

例12 写出下列一一映射的逆映射．

(1) $A=\{x|x\in Z\}$，$B=\{y|x\in Z\}$．f:$x\to y=3x$；

(2) $A=\{x|x\in C\}$，$B=\{y|x\in C\}$．f:$x\to y=\overline{x}$；

(3) $A=\{x|x\in R\}$，$B=\{y|-\dfrac{\pi}{2}<y<\dfrac{\pi}{2}\}$，$f$:$x\to y=\mathrm{arctg}x$；

(4) $A=\{x|x\geqslant 0\}$，$B=\{y|y\geqslant 0\}$，$f:x\to y=x^2$.

解 (1) 逆映射 f^{-1}；$B\to A$，对应法则是 $x=\frac{y}{3}$；

(2) 逆映射 f^{-1}；$B\to A$，对应法则是 $x=\bar{y}$；

(3) 逆映射 f^{-1}；$B\to A$，对应法则是 $x=\mathrm{tg}y$；

(4) 逆映射 f^{-1}；$B\to A$，对应法则是 $x=\sqrt{y}$.

例 13 已知集合 $A=\{a, b, c\}$，$B=\{-3, 0, 3\}$，f 是从 A 到 B 的映射，则满足 $f(a)+f(b)+f(c)=0$ 的映射 $f:A\to B$ 的个数是( ).

(A) 6 个； (B) 7 个； (C) 8 个； (D) 9 个.

解 根据映射的定义，可分为两类，一类是 a，b，c 都对 O，即 $f(a)=0$，$f(b)=0$，$f(c)=0$，$f(a)+f(b)+f(c)=0$，只有一种情况.

另一类是从 A 到 B 的一一映射都满足条件，故有 $P_3{}^3=6$. ∴ 共有 7 个. 即选(B).

例 14 已知集合 $A=\{x|x\in R\}$，$B=\{y|y\in R\}$，集合 A 中的元素按对应关系 $f:x\to y=\mathrm{tg}2x$ 与 B 中元素对应，(1) 求 A 中元素 arctg5 的象；(2) 求 B 中元素 6 的原象；(3) 这样的对应是否是映射”

解 (1) ∵ $\mathrm{tg}(2\mathrm{arctg}5)=\frac{2\mathrm{tgarctg}5}{1-\mathrm{tg}^2\mathrm{arctg}5}=\frac{2\times 5}{1-5^2}=-\frac{5}{12}$，∴ A 中元素 arctg5 的象是 $-\frac{5}{12}$；(2) ∵ $\mathrm{tg}2x=6$，∴ $x=\frac{1}{2}\mathrm{arctg}6+\frac{k\pi}{2}(k\in Z)$，即 B 中元素 6 的原象为$\frac{k\pi}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{arctg}6$，$k\in Z$；(3) 因为 A 中的元素，B 中都有唯一的象，所以这样的对应可以构成映射.

例 15 已知集合 $A=\{(x, y)|x+y=1\}$，映射 $f:A\to B$，在 f 作用下点(x, y)的象是$(2^x, 2^y)$，求集合 B.

解 ∵ 映射 $f:A\to B$，使集合 A 中的元素(x, y)在 f 作用下得到象$(2^x, 2^y)$，∴ 逆映射 $f^{-1}:B\to A$，使集合 B 中的元素(x, y)在 f^{-1}作用下得到映射 $f:A\to B$ 的原象应该是$(\log_2 x, \log_2 y)$，$x>0$，$y>0$. 又∵A 中元素(x, y)有 $x+y=1$，∴ 原象$(\log_2 x, \log_2 y)$有 $\log_2 x+\log_2 y=1$，$\log_2 xy=1$，$xy=2$ ∴ 集合 $B=\{(x, y)|xy=2, x>0, y>0\}$.

题目精选(一)

1. 选择题

(1) 设 $A=\{x|(x+3)(3-x)>0\}$，下列关系正确的是( ).

(A) $0\subset A$；(B) $\{0\}\in A$；(C) $\varnothing\in A$；(D) $\{0\}\subset A$.

(2) 设 $S=\{(x, y)|x^2+y^2<1, x>0\}$；

$T=\{(x, y)|x^2+y^2<1, y>0\}$；$M=\{(x, y)|x^2+y^2<1, x<0\}$

$N=\{(x, y)|x^2+y^2<1, y<0\}$，下列关系正确的是( ).

(A) $S\cup T=M\cup N$； (B) $S\cup N=T\cap M$；

(C) $S\cap T=M\cap N$； (D) $S\cap M=T\cap N$.

(3) 下列各组对象能构成集合的是( ).

(A) 某校的全体胖学生； (B) 所有绝对值很小的数；

(C) 满足不等式 $x^2+1\geqslant 0$ 的实数 x 的值； (D) 铅笔、汽车、π、三角形、…….

(4) 下列说法中正确的是(　　).

(A) 任何一个集合必有两个子集；

(B) 任何集合 A 必有一个真子集；

(C) 若 $A\cap B=\varnothing$，则 A、B 中至少有一个为 $\varnothing$；

(D) 若 $A\cap B=I$，则 $A=B=I$.

(5) 已知集合 $A=\{0, 1, 2\}$，$B=\{-1, 0\}$，则 $A\cup B$ 的真子集有(　　).

(A) 14 个；(B) 15 个；(C) 16 个；(D) 32 个.

(6) 设 $S=\{x|-x<0\}$，$T=\{x|-x^2<0\}$，则 $S\cap T$ 等于(　　).

(A) $\{x|x>0\}$；(B) R；(C) $\{x|x\leqslant 0\}$；(D) $\{x|x<0\}$.

(7) 设集合 $A=\{(x, y)|y=x\}$，$B=\{(x, y)|\frac{y}{x}=1\}$，则集合 A、B 间的关系是(　　).

(A) $A\subset B$；　(B) $A\supset B$；　(C) $A=B$；　(D) 没有上述关系.

(8) 设 S、T 是两个非空集合，且 $S\not\subset T$，$T\not\subset S$，令 $Z=S\cap T$，那么 $S\cup Z$ 等于(　　).

(A) Z；　(B) T；　(C) $\varnothing$；　(D) S.

(9) 设 $I=\{$三角形$\}$，$P=\{$锐角三角形$\}$，$Q=\{$钝角三角形$\}$则 $\overline{P}\cap\overline{Q}=$(　　).

(A) {锐角三角形}；　(B) {直角三角形}；

(C) {钝角三角形}；　(D) {三角形}.

(10) 以复数 C 为全集，设集合 $M=\{x|x=z-\bar{z}, z\in C\}$，$N=\{$纯虚数$\}$，则 M 与 N 的关系是(　　).

(A) $M=N$；　(B) $M\cap N=\varnothing$；　(C) $M\subset N$；　(D) $M\supset N$.

(11) z 为复数，集合 $A=\{z||z-1|\leqslant 1\}$，$B=\{z|\arg z\geqslant\frac{\pi}{12}\}$，在复平面内，$A\cap B$ 所表示的图形的面积为(　　).

(A) $\frac{5\pi}{16}$；(B) $\frac{5\pi}{6}-\frac{1}{4}$；　(C) $\frac{11\pi}{12}-\frac{1}{4}$；(D) $\frac{5\pi}{12}-\frac{1}{4}$.

(12) 已知 $A=\{x|x^2+(p+2)x+1=0, x\in R\}$，且 $A\cap R^+=\varnothing$，则实数 P 的取值范围是(　　).

(A) $P\geqslant -2$；(B) $P\geqslant 0$；(C) $-4<P<0$；(D) $P>-4$.

(13) 已知在直角坐标系 XOY 和极坐标系(极点与 XOY 的原点 O 重合，极轴与 x 轴正半轴重合)中，分别有两个点集 M、N，$M=\{(x, y)|(x+1)^2+y^2=1\}$，$N=\{(\rho, \theta)|\rho=2\cos\theta\}$，则 M 与 N 的关系是(　　).

(A) $M\subset N$；(B) $M\supset N$；(C) $M\neq N$；(D) $M=N$.

(14) 数集 $Z=\{(2n+1)2\}$，n 是整数，与数集 $Y=\{(4k\pm 1)2\}$，k 是整数，之间的关系是(　　).

(A) $Z\subset Y$；(B) $Z\supset Y$；(C) $Z=Y$；(D) $Z\neq Y$.

(15) 若集合 $M=\{1, 2, (m^2-3m-1)+(m^2-5m-6)i\}$，$m\in R$，集合 $N=\{-1,$

3}且 $M\cap N\neq\varnothing$，则 m 等于(　　).

(A) $m=0$ 或 3；　　(B) $m=-1$ 或 3；

(C) $m=-1$ 或 6；　　(D) 以上答案都不对.

(16) 设集合 $A=\{x|0\leqslant x\leqslant 6\}$，集合 $B=\{y|0\leqslant y\leqslant 2\}$，从 A 到 B 各对应关系不是映射的是(　　).

(A) $f:x\to y=\frac{1}{2}x$；　　(B) $f:x\to y=\frac{1}{3}x$；

(C) $f:x\to y=\frac{1}{4}x$；　　(D) $f:x\to y=\frac{1}{5}x$.

(17) 从集合 A 到集合 B 的映射中，下述命题正确的有(　　).

① B 中的任一元素在 A 中必有原象；

② A 中的不同元素在 B 中的象必不相同；

③ A 中任一元素在 B 中必有唯一的象；

④ A 中的任一元素在 B 中可以有不同的象.

(A) 1 个；(B) 2 个；(C) 3 个；(D) 4 个.

(18) 已知 $Z=\{1, 2, 3, 4, 5\}$，$Y=\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}\}$，对应关系 f 是"取倒数"，则 $f:x\to y$(　　).

(A) 是从 Z 到 Y 的映射，且是从 Z 到 Y 上的函数；

(B) 是从 Z 到 Y 的映射，但不是从 Z 到 Y 上的函数；

(C) 不是从 Z 到 Y 的映射，但是从 Z 到 Y 上的函数；

(D) 不是从 Z 到 Y 的映射也不是从 Z 到 Y 上的函数.

(19) 若集合 $M=\{x|0\leqslant x\leqslant 2\}$，$N=\{y|0\leqslant y\leqslant 1\}$，判断下列对应 $f:x\to y=f(x)$ 是从 M 到 N 的一一映射(　　).

(A) $f(x)=\frac{1}{3}x$；(B) $f(x)=(x-1)^2$；

(C) $f(x)=\frac{1}{4}x^2$；(D) $f(x)=\sqrt{2}\,x^{\frac{1}{2}}$.

(20) 下列映射中，有逆映射的是(　　).

(A) $M=R^+$，$N=\{y|y\neq 0\}$，$f:M\to N$，$y=\sqrt{x}$；

(B) $M=Z$，$N=z$，$f:M\to N$，$y=3x$；

(C) $M=\{x|x\neq 0\}$，$N=\{y|y\neq 1\}$，$f:M\to N$，$y=1-\frac{1}{x}$；

(D) $M=R$，$N=R$，$f:M\to N$，$|y|=|x|$.

(21) 集合 A 有 n 个元素，集合 B 有 m 个元素；则由 A 到 B 的映射：$A\to B$ 的个数是(　　).

(A) P_n^m；　(B) n^m；　(C) P_m^n；　(D) m^n

(22) 已知(x, y)在映射 f 下的象是$\left(\frac{x+y}{2}, \frac{x-y}{2}\right)$，那么$(-5, 2)$在 f 下的原象是(　　).

(A) $(-10, 4)$；(B) $(-6, -4)$；(C) $(-3, -7)$；(D) $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{7}{2}\right)$.

(23) 直线 l // 平面 α，$A=\{$平面 α 内的点$\}$，$B=\{$平面 α 内的直线$\}$，从 A 到 B 的对应 f：过 α 内的点作直线平行于 l，那么 f(　　).

(A) 不一定是映射；(B) 是一一映射；

(C) 是映射但不是一一映射；(D) 不是映射.

(24) 下列对应中，f 是 A 到 B 的映射是(　　).

(A) $A=\{1\}$，$B=\{1, 2, 3\}$，$f: x\rightarrow y,\ y>x$；

(B) $A=\{x|0\leqslant x\leqslant 2\}$，$B=\{y|0\leqslant y\leqslant 1\}$，$f: x\rightarrow y=\frac{1}{3}x$；

(C) $A=\{x|x\in R\}$，$B=\{y|0\leqslant y\leqslant 1\}$，$f: x\rightarrow y=\frac{1}{x}$；

(D) $A=\{x|0\leqslant x\leqslant 2\}$，$B=\{y|0\leqslant y\leqslant 1\}$，$f: x\rightarrow y=(x-2)^2$.

(25) 在给定的映射 $f: (x, y)\rightarrow(x+y, xy)(x, y\in R)$ 条件下，(7, 10)的原象是(　　).

(A) (2, 5)；(B) (5, 2)；(C) (2, 5)或(5, 2)；(D) 以上都不对.

2. 填空题

(1) 用列举法可将集合 $\{x|x^2-5x-6<0, x\in Z\}$，表示为________；

(2) 集合 $A=\{(x, y)|x+2y=7, x, y\in N\}$，用列举法可将 A 表示为________；集合 A 的子集有________个.

(3) 用描述法可将集合 $\{1, -3, 5, -7, 9, =11, \cdots\cdots\}$ 表示为________.

(4) 设 $I=\{$四边形$\}$，$A=\{$两组对边平行的四边形$\}$. $B=\{$至少有一组对边平行的四边形$\}$，$C=\{$对角线相等的四边形$\}$. 试问下列集合分别是怎样的四边形？

① $A\cap B$ 为________形；② $A\cap C$ 为________形；

③ $B\cap C$ 为____________形.

(5) 已知方程 $x^2+px+q=0$ 的两个不等根是 α、β，$Z=\{\alpha, \beta\}$，$A=\{1, 3, 5, 7, 9\}$，$B=\{1, 4, 7, 10\}$，$Z\cap A=\varnothing$，$Z\cap B=Z$，则 $p=$______，$q=$______.

(6) 设 $A=\{x|16-x^2\geqslant 0\}$，$B=\{x|x^2-5x-6>0\}$，全集 $I=R$，则 $A\cap B=$______；

$A\cup B=$______.

$\overline{A}B=$__________；$\overline{A}\cup B=$__________；

$A\cap\overline{B}=$__________；$A\cup\overline{B}=$__________.

(7) 已知 $A=\{x|x=n\pi\pm\frac{\pi}{4}, n\in Z\}$，$B=\{x|x=\frac{n\pi}{2}+\frac{\pi}{4}, n\in Z\}$则 A 与 B 的关系是________.

(8) 若 $A=\{1, 3, x\}$，$B=\{x^2, 1\}$，$A\cup B=\{1, 3, x\}$，则 x 不同的值共有______个.

(9) 设 $A=\{a^2, a+1, -3\}$，$B=\{a-3, 2a-1, a^2+1\}$，若 $A\cap B=\{-3\}$，则 $a=$______.

(10) 设 $I=\{$三角形$\}$，$M=\{$锐角三角形$\}$，$N=\{$钝角三角形$\}$，那么 $\overline{M}\cap\overline{N}=$________，$\overline{M}\cup\overline{N}=$________.

(11) 若集合 $A=\{$非负实数$\}$，集合 $B=\{$非正实数$\}$，则 $A\cap B=$______.

(12) 非零实数 a、b、c 构成一个数 $\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|c|}{c}+\frac{|abc|}{abc}$，则这样的数的集合是______.

(13) x、$y\in R$，$A=\{(x,\ y)\mid x^2+y^2=1\}$，$B=\{(x,\ y)\mid \frac{x}{a}-\frac{y}{b}=1,\ a>0,\ b>0\}$，若 $A\cap B$ 只有一个元素时，则 a、b 之间的关系是_______

(14) 设有全集 $I=\{2,\ 3,\ a^2+2a-3\}$，$A=\{|a+1|,\ 2\}$，$\overline{A}=\{5\}$，则实数 $a=$________.

(15) 数集 $\{x\mid 15\leqslant x\leqslant 125\}\cap\{x\mid x=4n+1\}$（其中 $n\in N$）中，所有元素的和等于____________.

(16) 已知 $A=\{(x,\ y)\mid 2x+y-2=0\}$，$B=\{(x,\ y)\mid 2x^2-ay^2+(2a-1)xy+(3a+1)y-3=0\}$，若 $A\subset B$，求 $a=$______.

(17) 设有两个集合 S、T，有 $S\cup T=I$（全集），则 $\overline{S}\cap\overline{T}=$______.

(18) 已知 $A=\{$斜线和平面所成的角$\}$，$B=\{$两条异面直线所成的角$\}$，$C=\{$直线的倾斜角$\}$，$D=\{$复数的幅角主值$\}$，那么集合 A、B、C、D 的包含关系是____________.

(19) 集合 $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$ 的非空真子集的个数为____________.

(20) 集合 $M=\{1,\ 2,\ (1,\ 2)\}$ 的子集有__________.

(21) 某年级先后举行数理化三科竞赛，学生中至少参加一科的：数学 203 人，物理 179 人，化学 165 人；参加两科的：数学、物理 143 人，数学、化学 119 人，物理、化学 97 人；三科都参加的 89 人，则参加竞赛的学生总数为____________人.

(22) 若 $(x,\ y)$ 在映射 f 下的象是 $(x+y,\ x-y)$，则 $(4,\ 2)$ 在 f 下的原象是______.

(23) 如果集合 $A=\{x\mid -1\leqslant x<1\}$，集合 $B=\{\alpha\mid 0°\leqslant\alpha\leqslant 180°\}$ 且对应法则是“求角 α 的正弦值”，那么可以把这个对应看成从______的映射，这个映射______一一映射；如果对应法则是“求角 α 的余弦值”，那么从 A 到 B 的映射可以看成从 B 到 A 的______映射.

(24) 若给定映射 $f: x\to\frac{x^2-1}{x+1}$，$g: x\to x-1$，那么映射 f 和 g ______同一映射.

(25) 已知 $A=\{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4\}$，如果从 A 到 B 的映射的对应法则是“从 A 中任取两个元素作乘积”那么 $B=$______，B 的子集个数为____________.

(26) 已知集合 $A=R^-\cup\{0\}$，$B=\{0\}\cup R^+$，集合 A 中的元素按对应关系 $f: x\to y=x^2$ 和 B 中的元素对应，那么映射 $f: A\to B$ 的逆映射是______.

(27) 若从集合 A 到 B 的对应关系是 $f: x\to 2^x$，又知 $A=Q$（有理数集），则 $B=$______；如果 $A=R$，那么映射 f 的逆映射是 f^{-1}:______.

(28) 若集合 $A=\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 3\}$，$B=\{y\mid 0\leqslant y\leqslant 1\}$，则在“从 A 到 B 有映射”$f: x\to y=\frac{1}{3}x$，$g: x\to y=\frac{1}{4}x$，$h: x\to y=\frac{1}{9}x^2$ 中，是从 A 到 B 上的一一映射的有______，它们的逆映射分别是______.

(29) 已知集合 $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$，且从 A 到 B 的对应关系是 $f: x\to x(x-4)$

的映射，则集合 $B=$________.

(30) 设 $A=\{$平面 M 内的四边形$\}$，$B=\{$平面 M 内的圆$\}$，对应法则是"画四边形的外接圆"，那么从 A 到 B 的对应______映射.

(31) 设集合 $M=\{(x,\ y)\mid y\geqslant 0,\ y\leqslant x,\ y\leqslant 2-x\}$ 与 $N=\{(x,\ y)\mid t\leqslant x\leqslant t+1,\ 0\leqslant t\leqslant 1\}$，那么在平面直角坐标系中 $M\cap N$ 所表示的图形面积是对应法则 $f:t\to f(t)=$__________.

3. 设 $x^2-px-q=0$ 的解集为 A，$x^2+qx-p=0$ 解集为 B，若 $A\cap B=\{1\}$，求实数 p 和 q 的值 $A\cup B$.

4. 已知集合 $A=\{x\mid x^2-3x+2=0\}$，$B=\{x\mid x^2-ax+(a-1)\}=0$，$C=\{x\mid x^2-mx+2=0\}$，且 $A\cup B=A$；$A\cap C=C$，求 a，m.

5. 设全集 $I=R$，$A=\{x\mid x^2-2x>0\}$，$B=\{x\mid x^2-ax+b<0\}$，$C=\{x^3+x^2+x=0,\ x\in R\}$，又 $\overline{A}\cap\overline{B}=C$，$A\cap B=\{x\mid 2<x<4\}$，求 a、b 的值.

6. 已知 $A=\{(x,\ y)\mid \dfrac{y-3}{x-2}=a+1\}$，$B=\{(x,\ y)\mid (a^2-1)x+(a-1)y=15\}$，当 a 为什么实数时，$A\cap B=\varnothing$.

7. 已知 $A=\{(x,\ y)\mid x=\cos\theta,\ y=a+2\sin\theta,\ a,\ \theta\in R\}$，$B=\{(x,\ y)\mid y=\dfrac{1}{2}x^2\}$ 且 $A\cap B\neq\varnothing$，求 a 的取值范围.

8. 集合 $A=\{x\mid x^2-ax+a^2-19=0\}$，$B=\{x\mid \log_2(x^2-5x+8)=1\}$，$C=\{x\mid x^2+2x-8=0\}$. a 为何值时 $A\cap B\neq\varnothing$ 和 $A\cap C=\varnothing$ 同时成立.

9. 已知集合 $A=\{z\mid |z-2|\leqslant 2\}$ 和 $B=\{z\mid z=\dfrac{z_1}{2}i+b,\ z_1\in A,\ b\in R\}$，若 $A\cap B=\varnothing$，求 b 的范围.

10. 已知 $A=\{a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4,\ a_5\}$，$B=\{a_1{}^2,\ a_2{}^2,\ a_3{}^2,\ a_4{}^2,\ a_5{}^2\}$，其中 $a_i\in Z(i=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5)$，设 $a_1<a_2<a_3<a_4<a_5$，且 $A\cap B=\{a_1,\ a_4\}$，$a_1+a_4=10$，又 $A\cup B$ 元素之和为 224，求① a_1，a_4；② a_5；③ $a_2+a_3+a_5+a_2{}^2+a_3{}^2+a_5{}^2$；④ A.

11. 设 $A=\{a,\ b,\ c\}$，$B=\{d,\ e,\ f\}$ 则从 A 到 B 的映射有几个？一一映射有几个？

12. 已知集合 A 到集合 B 的映射是 $f:x\to\dfrac{1}{|x|-1}$ 且 $B=\{0,\ 1,\ \dfrac{1}{2},\ \dfrac{1}{3}\}$，那么集合 A 中的元素最多是几个？并写出元素个数最多时的集合 A.

13. 若点 $(x,\ y)$ 在映射 f 下的象是 $(x+2y,\ x-2y)$，求 $(4,\ 2)$ 在 f 下的原象.

14. 设 $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$，$B=\{6,\ 7,\ 8\}$，从 A 到 B 映射 f 中适合 $f(1)\leqslant f(2)\leqslant f(3)\leqslant f(4)\leqslant f(5)$ 的有多少个？$f(1)$、$f(2)$、$f(3)$、$f(4)$、$f(5)$ 分别表示 A 中的元素 1、2、3、4、5 在 B 中的象.

（二）函数

函数是中学数学的重要内容之一，它包括一次函数、二次函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数和反三角函数. 在掌握函数概念的基础上，熟练求出函数的定义域、值域，掌握函数的性质，还有反函数的概念.

例题解析

例 1　求下列函数的定义域

$$y=\lg\frac{x^2-5x+6}{x^2+2x+5}.$$

因为对数的真数大于 0，∴ $\frac{x^2-5x+6}{x^2+2x+5}>0$. 但 $x^2+2x+5=(x+1)^2+4>0$，∴ $x^2-5x+6>0$，$(x-3)(x-2)>0$. ∴ $x<2$，或 $x>3$. ∴ 函数 $y=\lg\frac{x^2-5x+6}{x^2+2x+5}$的定义域为 $x<2$ 或 $x>3$.

例 2　求函数 $y=\frac{10^x-10^{-x}}{10^x+10^{-x}}$的值域

解　$y=\frac{10^x-10^{-x}}{10^x+10^{-x}}=\frac{10^{2x}-1}{10^{2x}+1}$，∴ $10^{2x}=\frac{1+y}{1-y}$，故 $x=\frac{1}{2}\lg\frac{1+y}{1-y}$，∴ $y=\frac{10^x-10^{-x}}{10^x+10^{-x}}$的反函数为 $y=\frac{1}{2}\lg\frac{1+x}{1-x}$，反函数 $y=\frac{1}{2}\lg\frac{1+x}{1-x}$的定义域 D 为：$D=\{x|\frac{1+x}{1-x}>0\}=\{x|-1<x<1\}$，∴ 函数 $y=\frac{10^x-10^{-x}}{10^x+10^{-x}}$的值域为$(-1,1)$.

说明：如果一个函数有反函数，常利用求反函数的定义域的方法，求原函数的值域.

例 3　已知 $f(1-2x)=1-\frac{1}{x}$，求 $f(x)$.

解　设 $1-2x=y$，则 $x=\frac{1-y}{2}$，∴ $f(y)=1-\frac{2}{1-y}=\frac{-1-y}{1-y}=\frac{y+1}{y-1}$，即 $f(x)=\frac{x+1}{x-1}$.

例 4　求函数 $y=\begin{cases}x^2-1 & 0\leqslant x\leqslant 1\\ x^2 & -1\leqslant x<0\end{cases}$ 的反函数.

分析　求函数的反函数要理解反函数的定义，对应关系在定义域内是单值对应才有反函数，本题符合函数的定义.

解　(1) 当 $0\leqslant x\leqslant 1$ 时，$-1\leqslant y=x^2-1\leqslant 0$，∴ $x=\sqrt{1+y}$.

(2) 当 $-1\leqslant x<0$ 时，$0<y=x^2\leqslant 1$，∴ $x=-\sqrt{y}$，于是 $x=\varphi(y)=\begin{cases}\sqrt{1+y} & -1\leqslant x\leqslant 0\\ -\sqrt{y} & 0<x\leqslant 1\end{cases}$. ∴ 反函数 $y=\begin{cases}\sqrt{1+x} & -1\leqslant x\leqslant 0\\ -\sqrt{x} & 0<x\leqslant 1\end{cases}$

说明　分段函数的反函数也是分段函数.

例 5　已知函数 $f(x)$定义在 N 上，满足 $f(n)=\begin{cases}n-15 & \text{当 } n>2000 \text{ 时}\\ f[f(n+20)] & \text{当 } n\leqslant 2000 \text{ 时}\end{cases}$ 求 $f(1989)$的值.

解　$f(1989)=f[f(1989+20)]=f[f(2009)]=f(2009-15)=f(1994)=f[f(1994+20)]=f[f(2014)]=f(2014-15)=f(1999)=f[f(1999+20)]=f(2019-15)=f(2004)=2004-15=1989$.

说明　求分段函数的函数值时，要注意函数的定义.

例 6　若奇函数 $f(x)$在定义域$(-1,1)$上递减，求满足 $f(1-a)+f(1-a^2)<0$ 的