“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材配套辅导书

Physics

物理学
（第六版）
学习指导

马文蔚 陈国庆 陈健 谈漱梅 编

高等教育出版社

"十二五"普通高等教育本科国家级规划教材配套辅导书

面 向 2 1 世 纪 课 程 教 材 学 习 辅 导 书

物理学
（第六版）
学习指导

马文蔚 陈国庆 陈健 谈漱梅 编

WULIXUE (DI LIU BAN) XUEXI ZHIDAO

高等教育出版社·北京

内容简介

本书是在《物理学(第五版)学习指导》基础上修订而成的。

本书与马文蔚等改编的《物理学》(第六版)配套，各章节顺序与主教材一致，每章分基本要求、思路与联系、学习指导、难点讨论和自测题(附答案)五个部分，根据《理工科类大学物理课程教学基本要求》(2010年版)的思想和精神，提出教学要求、揭示思路联系、概括主要内容、分析解决难点、提供自测练习。全书紧扣主教材，联系教学实际，注重实用性。

本书可作为高等学校理工科非物理类专业大学物理课程的辅助教学用书，也可供其他读者学习物理时使用。

图书在版编目(CIP)数据

物理学(第六版)学习指导/马文蔚等编. --北京：高等教育出版社,2016.1

ISBN 978-7-04-044401-8

Ⅰ.①物… Ⅱ.①马… Ⅲ.①物理学-高等学校-教学参考资料 Ⅳ.①O4

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第297531号

策划编辑 缪可可　责任编辑 张海雁　封面设计 王 洋　版式设计 王艳红
插图绘制 杜晓丹　责任校对 李大鹏　责任印制 赵义民

出版发行	高等教育出版社	咨询电话	400-810-0598
社　　址	北京市西城区德外大街4号	网　　址	http://www.hep.edu.cn
邮政编码	100120		http://www.hep.com.cn
印　　刷	北京市白帆印务有限公司	网上订购	http://www.landraco.com
开　　本	787mm×960mm　1/16		http://www.landraco.com.cn
印　　张	16.25	版　　次	2016年1月第1版
字　　数	300千字	印　　次	2016年1月第1次印刷
购书热线	010-58581118	定　　价	28.00元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换

物 料 号　44401-00

前　言

本书是与马文蔚等改编的“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材《物理学》（第六版）相配套的辅助教材，是在《物理学（第五版）学习指导》的基础上修订而成的。

本书保持《物理学（第五版）学习指导》的体系结构，对应主教材的章节顺序，每章仍有基本要求、思路与联系、学习指导、难点讨论和自测题五个部分。修订时，依据《物理学》（第六版），对每个部分进行了必要的调整和补充，并更正了一些不妥之处。

基本要求部分，根据教育部高等学校物理学与天文学教学指导委员会编制的《理工科类大学物理课程教学基本要求》（2010 年版）的思想和精神，分了解、理解、掌握和熟练掌握等层次对教学内容提出要求，为教学过程提供参考；思路与联系部分以简明的叙述揭示本章的主体思路，指导教学双方理清思路、抓住主线、把握主题，并指出本章内容与前后有关章节的内在联系，以便于居高临下、融会贯通；学习指导部分，紧扣《物理学》（第六版），对本章主要内容作了概括性和综合性阐述，并精选了一些例题进行分析；难点讨论部分，根据教学实践经验，从教学实际出发，对教学难点、学习者不易把握之处作了分析讨论，并结合讨论题，提出了具体的解决方法；自测题部分，在保持原有特色的基础上，进行了补充和更新。

本书由江南大学陈国庆修订，由马文蔚定稿。

由于编者水平有限，书中仍会有不妥之处，敬请读者批评指正。

编者

2015 年 1 月于江南大学

目　录

第一章　质点运动学

基本要求

1. 熟练掌握描述质点运动的四个物理量——位置矢量、位移、速度和加速度.会处理质点运动学的两类问题:① 已知运动方程求速度和加速度;② 已知加速度和初始条件求速度和运动方程.

2. 掌握圆周运动的角速度、角加速度、切向加速度和法向加速度.

3. 了解相对运动的位移关系和速度关系.

思路与联系

物理学是研究物质的基本结构、基本运动形式、相互作用和转化规律的学科.机械运动是最普遍、最基本的物质运动形式.然而,实际物体的运动往往是复杂的,但在一定条件下,可忽略一些次要因素,抓住一些主要因素,化繁为简,建立一个理想模型,作为便于研究的对象.质点就是力学中第一个理想模型.建立理想模型是物理学中一种重要的研究方法.在以后的学习中将会遇到一系列理想模型,如刚体、理想气体、绝对黑体、点电荷等.

本章以理想模型——质点为对象,研究其运动.主要讨论质点运动的描述.

为了描述运动,必须选定参考系,为了定量描述运动,就必须在参考系上建立坐标系,如直角坐标系、平面极坐标系和自然坐标系.在此基础上引入描述质点运动的四个物理量(位置矢量、位移、速度和加速度)和运动方程,并指出它们的相互关系.进而讨论了一种重要而较为简单的曲线运动——圆周运动.最后,对相对运动的基本规律作了阐述.

本章是整个力学的基础,学习本章需要矢量运算和微积分等数学知识.

学习指导

一、描述质点运动的物理量

1. 位置矢量 $\boldsymbol{r}$(简称位矢)

位矢是描写质点的空间位置的物理量,它是从所选定的坐标原点指向质点所在位置的有向线段,是矢量,具有矢量性.当质点运动时,在不同的时刻,其位矢不同,所以它具有瞬时性.选取不同的坐标系,位矢不仅大小不同,方向也不同,因此,位矢又具有相对性.

如图 1-1 所示，在直角坐标系中，位矢 $\boldsymbol{r}$ 可写成

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k} \tag{1-1}$$

式中 x、y、z 为质点 P 的坐标. 位矢的大小(模)为

$$|\boldsymbol{r}|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

其方向由方向余弦确定：

$$\cos\alpha=\frac{x}{|\boldsymbol{r}|},\quad \cos\beta=\frac{y}{|\boldsymbol{r}|},\quad \cos\gamma=\frac{z}{|\boldsymbol{r}|}$$

式中 α、β、γ 分别是 $\boldsymbol{r}$ 与 Ox 轴、Oy 轴、Oz 轴的夹角.

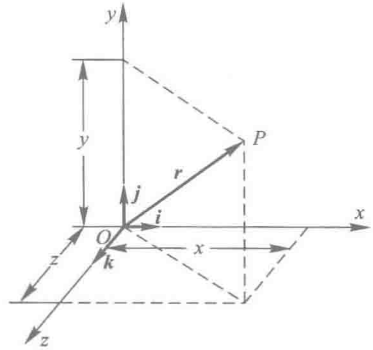

图 1-1

2. 位移 $\Delta\boldsymbol{r}$

位移是描写质点位置变化大小和方向的物理量，它是从质点初始时刻位置指向终点时刻位置的有向线段.

如图 1-2 所示，质点在 Δt 时间内，从点 A 运动到点 B，位移为

$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_B-\boldsymbol{r}_A=(x_B-x_A)\boldsymbol{i}+(y_B-y_A)\boldsymbol{j} \tag{1-2}$$

若质点在三维空间运动，位移为

$$\Delta\boldsymbol{r}=(x_B-x_A)\boldsymbol{i}+(y_B-y_A)\boldsymbol{j}+(z_B-z_A)\boldsymbol{k}$$

注意位移与路程的区别，路程是质点在空间运动轨迹的长度，用 Δs 表示. 位移是矢量，路程是标量，且路程恒为正. 在一般情况下，位移的大小并不等于路程. 在图 1-2 中，若质点在 Δt 时间内从点 A 运动到点 B，位置矢量由 $\boldsymbol{r}_A$ 变为 $\boldsymbol{r}_B$，位移是 $\Delta\boldsymbol{r}$，位移的大小 $|\Delta\boldsymbol{r}|=AB$，而路程 $\Delta s=\widehat{AB}$，显然 $|\Delta\boldsymbol{r}|\neq\Delta s$. 只有质点始终沿某一方向作直线运动时，它们才相等. 然而当 $\Delta t\to 0$ 时，从图可见 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|=\mathrm{d}s$.

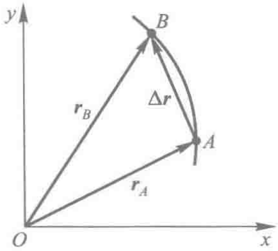

图 1-2

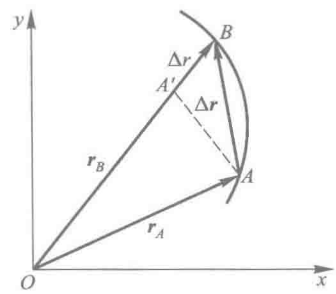

图 1-3

还需注意 $|\Delta\boldsymbol{r}|$ 与 $\Delta|\boldsymbol{r}|$（或 Δr）[①]的区别，在图 1-3 中的线段 OB 上取 $OA'=OA$，$A'B$ 的大小为 $\Delta r=\Delta|\boldsymbol{r}|=r_B-r_A$，表示质点离开坐标原点的距离之变化，它与位移的大小 $|\Delta\boldsymbol{r}|$ 是两个不同的概念.

3. 速度 $\boldsymbol{v}$

速度是描写质点位置变化快慢和方向的物理量，是矢量.

速率是描写质点运动路程随时间变化快慢的物理量，是标量，恒为正.瞬时速度（简称速度）的大小等于瞬时速率（简称速率），但平均速度的大小不等于平均速率，平均速度 $\bar{\boldsymbol{v}}=\dfrac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}$，而平均速率 $\bar{v}=\dfrac{\Delta s}{\Delta t}$，前面我们已经讲过 $|\Delta\boldsymbol{r}|\neq\Delta s$，所以，$|\bar{\boldsymbol{v}}|\neq\bar{v}$.

需注意区分速度与速度分量的不同，在直角坐标系中，有

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_x+\boldsymbol{v}_y=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j} \tag{1-3}$$

式中 $\boldsymbol{v}_x$、$\boldsymbol{v}_y$ 分别是速度 $\boldsymbol{v}$ 沿 Ox 轴和 Oy 轴上的分速度，是矢量，而 v_x、v_y 则是速度 $\boldsymbol{v}$ 在 Ox 轴和 Oy 轴上的分量，是标量.

速度大小（速率）$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}$，速度方向为该点曲线的切线方向.

4. 加速度 $\boldsymbol{a}$

加速度是描写质点速度变化快慢和方向的物理量，是矢量，它的方向与速度增量 $\Delta\boldsymbol{v}$ 的方向一致.

在直线运动中，如果选 Ox 轴沿着质点运动的直线，在确定 Ox 轴的正方向以后，若 $x>0$，表示质点位于 Ox 轴的正方向；$x<0$，质点位于 Ox 轴的负方向.$v>0$，表示质点向 Ox 轴正方向运动；$v<0$，质点向 Ox 轴负方向运动.$a>0$，表示 $\boldsymbol{a}$ 的方向沿 Ox 轴正向；$a<0$，$\boldsymbol{a}$ 沿 Ox 轴负向.a 与 v 同号，表示质点作加速运动；a 与 v 异号，作减速运动.需注意：在这里经常会发生的错误是认为 $a>0$ 作加速运动；$a<0$ 作减速运动.

二、运动方程

质点的位矢随时间变化的函数关系式 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$，称为质点的运动方程.运动学的重要任务之一，就是找出各种具体运动所遵循的运动方程.因为知道了运动方程，就可以按它和速度、加速度的关系式

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1-4}$$

---

① 请注意本书中，凡矢量皆印成斜黑体字，如矢量 $\vec{r}$ 印成 $\boldsymbol{r}$，而普通字体则表示标量或矢量的值，所以 $|\boldsymbol{r}|=r$.

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} \tag{1-5}$$

求出速度和加速度随时间变化的规律以及任意特定时刻质点的运动状态.在平面直角坐标系中，有

$$\boldsymbol{r}(t)=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j} \tag{1-6}$$

式中 $x(t)$ 和 $y(t)$ 是运动方程的分量式.

$$\boldsymbol{v}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} \tag{1-7}$$

$$\boldsymbol{a}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j} \tag{1-8}$$

反之，已知质点的 $\boldsymbol{a}(t)$ 和初始条件 $\boldsymbol{r}_0$ 和 $\boldsymbol{v}_0$，可通过积分求得其速度和运动方程.

质点运动时在空间所经历的路径，称为轨迹，轨迹的数学表达式，称为轨迹方程.在平面直角坐标系中，从运动方程分量式 $x(t)$ 和 $y(t)$ 中消去时间 t，即可得到轨迹方程.例如，平抛运动的运动方程分量式为

$$x=v_0t,\quad y=\frac{1}{2}gt^2$$

从两式中消去 t，得平抛运动的轨迹方程：

$$y=\frac{1}{2}\,\frac{g}{v_0^2}x^2$$

例 1 已知质点沿 Ox 轴运动，其速度大小为 $v=6t-6t^2$，式中 v 和 t 的单位分别为 $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 和 s.当 $t=0$ 时，质点位于坐标原点右方 5 m 处，求：(1) 在 $t=2$ s 时的速度、加速度和所在位置；(2) 在 0~2 s 内平均速度的大小；(3) 作 $x-t$、$v-t$ 和 $a-t$ 图线，从图线上说明质点在什么时间内向 Ox 轴正方向运动；在什么时间内向 Ox 轴负方向运动；在什么时间内作加速运动；在什么时间内作减速运动？

解 (1) 由题意知

$$v=6t-6t^2 \tag{1}$$

将 $t=2$ s 代入式(1)，得

$$v=-12\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

又

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=6-12t \tag{2}$$

将 $t=2$ s 代入式(2)，得

$$a=-18\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

由于 $v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$，$\mathrm{d}x=v\mathrm{d}t$，将式(1)代入，并两边积分

得 $\int_{x_0}^{x} \mathrm{d}x = \int_0^t v\mathrm{d}t = \int_0^t (6t-6t^2)\,\mathrm{d}t = 3t^2-2t^3$

故
$$x = x_0 + 3t^2 - 2t^3 \tag{3}$$

由题意知 $x_0 = 5$ m，将 $t = 2$ s 代入式(3)，得 $x = 1$ m.

(2) 平均速度的大小为

$$|\bar{\boldsymbol{v}}| = \left|\frac{\Delta x}{\Delta t}\right| = \left|\frac{x-x_0}{t-t_0}\right|$$

从题意知，$t=0$ 时，$x_0 = 5$ m，而 $t=2$ s 时，$x=1$ m，由此得在 0~2 s 内的平均速度的大小为

$$|\bar{\boldsymbol{v}}| = \frac{|1-5|\ \mathrm{m}}{|2-0|\ \mathrm{s}} = 2\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

(3) 由式(3)、式(1)和式(2)作 $x-t$、$v-t$ 和 $a-t$ 图线，如图 1-4 所示，从图线可以看出：

在 $t=0\sim1$ s 内，$v>0$，质点向 Ox 轴正方向运动；

$t>1$ s，$v<0$，质点向 Ox 轴负方向运动；

在 $t=0\sim0.5$ s 内，$v>0$，$a>0$，质点向 Ox 轴正方向作加速运动；

在 $t=0.5\sim1$ s 内，$v>0$，$a<0$，质点向 Ox 轴正方向作减速运动；

$t=1$ s 时，$v=0$，质点离开坐标原点的距离最远；

$t>1$ s 以后，$v<0$，$a<0$，质点向 Ox 轴负方向作加速运动.

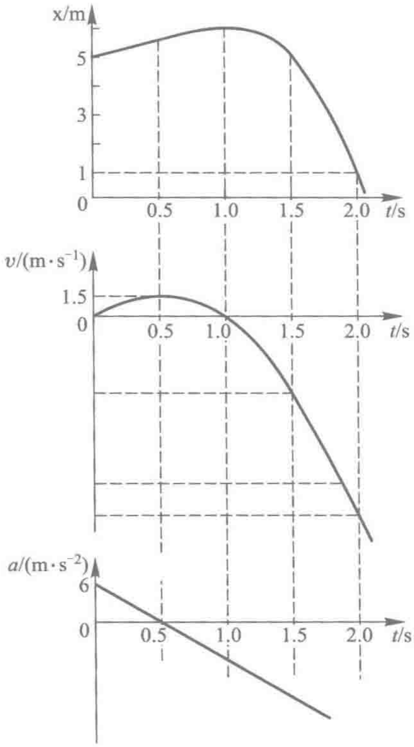

图 1-4

三、圆周运动

质点作圆周运动时，由于它离开圆心的距离始终不变，以圆心为坐标原点，选定 Ox 轴的正方向后，用径矢 $\boldsymbol{r}$ 与 Ox 轴间的夹角 θ 就能完全确定质点在空间的位置，θ 称为角坐标（见图 1-5），θ 随时间变化的函数式 $\theta(t)$，也称为运动方程.需注意 θ 也是有正负的，若选定沿逆时针方向转动的 θ 为正，顺时针方向则为负.

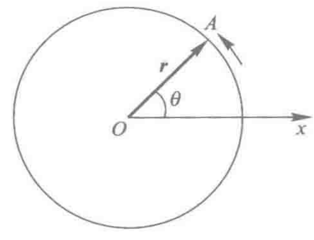

图 1-5

角坐标随时间的变化率，叫角速度，用 ω 表示：

$$\omega = \frac{\mathrm{d}\theta(t)}{\mathrm{d}t} \tag{1-9}$$

角速度与线速度的关系是

$$v = r\omega \tag{1-10}$$

式中 r 是圆的半径.

角速度随时间的变化率,叫角加速度,用 α 表示:

$$\alpha=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} \tag{1-11}$$

质点作圆周运动的加速度常用自然坐标系表示:

$$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_{\mathrm{t}}+\boldsymbol{a}_{\mathrm{n}}=a_{\mathrm{t}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{t}}+a_{\mathrm{n}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{n}} \tag{1-12}$$

式中 $\boldsymbol{e}_{\mathrm{t}}$ 和 $\boldsymbol{e}_{\mathrm{n}}$ 分别是自然坐标系中的切向单位矢量和法向单位矢量.切向加速度 $\boldsymbol{a}_{\mathrm{t}}$ 是由速度大小变化而产生的加速度,其值为

$$a_{\mathrm{t}}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=r\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=r\alpha \tag{1-13}$$

法向加速度 $\boldsymbol{a}_{\mathrm{n}}$ 是由速度方向变化而产生的加速度,其值为

$$a_{\mathrm{n}}=\frac{v^2}{r}=r\omega^2 \tag{1-14}$$

一般曲线运动的加速度也可用自然坐标表示:

$$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_{\mathrm{t}}+\boldsymbol{a}_{\mathrm{n}}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_{\mathrm{t}}+\frac{v^2}{\rho}\boldsymbol{e}_{\mathrm{n}} \tag{1-15}$$

式中 ρ 是质点运动轨迹上某点的曲率半径.$\boldsymbol{a}_{\mathrm{n}}$ 的方向总是指向轨迹曲线的凹侧.例如斜抛运动时质点的加速度是重力加速度 $\boldsymbol{g}$,如图 1-6 所示,它可以分解为切向加速度 $\boldsymbol{a}_{\mathrm{t}}$ 和法向加速度 $\boldsymbol{a}_{\mathrm{n}}$.在上升过程中 $\boldsymbol{a}_{\mathrm{t}}$ 与速度 $\boldsymbol{v}$ 方向相反,质点作减速运动;在抛物线的最高点,切向加速度为零,$\boldsymbol{a}_{\mathrm{t}}=0$,$\boldsymbol{g}=\boldsymbol{a}_{\mathrm{n}}$;在下落过程中 $\boldsymbol{a}_{\mathrm{t}}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 方向相同,质点作加速运动.

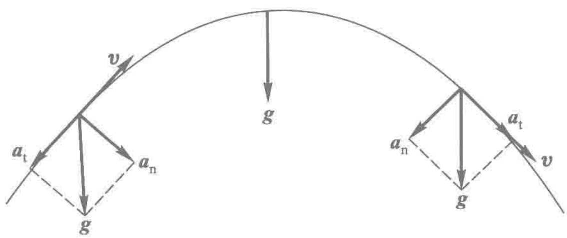

图 1-6

例 2 圆盘形飞轮作转动时,轮边缘上一点的运动方程为 $s=0.1t^3$(SI 单位).飞轮半径为 2 m,当此点的速率 $v=30\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 时,其切向加速度为多大?法向加速度为多大?

解 飞轮边缘一点作圆周运动,其速率为

$$v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=0.3t^2$$

当 $v=30\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 时,求得 $t=10\ \mathrm{s}$.

故切向加速度大小为

$$a_t=\frac{dv}{dt}=0.6t=6\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

法向加速度大小为

$$a_n=\frac{v^2}{R}=450\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

四、相对运动

不同参考系对同一个物体运动的描述是不同的.图 1-7 中,S′系(即 $O'x'y'$ 坐标系)相对于 S 系(即 Oxy 坐标系)沿 Ox 轴正向以速度 $\boldsymbol{u}$ 运动,在 Δt 时间内,质点跟随 S′系从空间点 A 移到点 A',$\overrightarrow{AA'}=\Delta\boldsymbol{r}_0$是 S′系相对于 S 系的位移,在 S′系内,该质点又从点 A'移到点 B,那么,此质点相对 S′系的位移是 $\Delta\boldsymbol{r}'$,相对 S 系的位移是 $\Delta\boldsymbol{r}$,它们之间的关系是

$$\Delta\boldsymbol{r}=\Delta\boldsymbol{r}'+\Delta\boldsymbol{r}_0 \tag{1-16}$$

显然 $\Delta\boldsymbol{r}\neq\Delta\boldsymbol{r}'$.

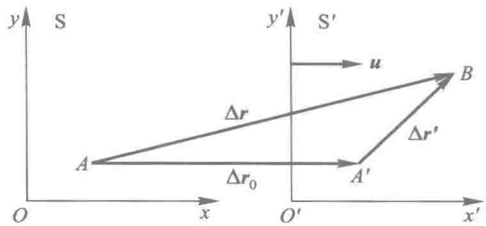

图 1-7

在不同的坐标系中,速度也有类似的关系,即

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}'+\boldsymbol{u} \tag{1-17}$$

上式称为伽利略速度变换式,式中 $\boldsymbol{v}$ 是质点相对于静止坐标系 S 的速度,称为绝对速度;$\boldsymbol{v}'$是质点相对于运动坐标系 S′的速度,称为相对速度;$\boldsymbol{u}$ 是 S′系相对 S 系的速度,称为牵连速度.

难点讨论

本章的难点之一是描述质点运动的四个物理量:位矢、位移、速度、加速度的矢量性,及其相互关系的矢量运算.解决这个问题的关键是要时刻牢记这四个物理量的矢量性,不能混乱,同时对矢量运算也要求较熟练.

讨论题 1 一运动质点,在某一时刻其位矢为 $\boldsymbol{r}$,下列各式中,哪个表示其速度?哪个表示其速率?

(A) $\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$　(B) $\frac{\mathrm{d}|\boldsymbol{r}|}{\mathrm{d}t}$　(C) $\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$　(D) $\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|$

分析讨论

速度是矢量,它等于位置矢量对时间的一阶导数,而速率是速度矢量的大小即速度矢量的模.所以,速度是(C),而速率是(D).(A)和(B)在此无物理意义.

讨论题 2　一作曲线运动的质点,某一时刻速度为 $\boldsymbol{v}$,下列各式各表示什么?

(A) $\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$　(B) $\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\right|$　(C) $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$

分析讨论

加速度是矢量,它等于速度矢量对时间的一阶导数.所以(A)是该质点在这一时刻的加速度,(B)是加速度的大小.

曲线运动的加速度也可用自然坐标表示,$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_{\mathrm{t}}+\frac{v^2}{\rho}\boldsymbol{e}_{\mathrm{n}}$,所以,(C)是这一时刻加速度的切向分量,即切向加速度大小,若质点作直线运动,法向加速度为零,$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$就是加速度大小.

另外,本章是大学物理的起点,大学物理与中学物理相比,一个显著的特点是微积分的运用.对一个初学者来说,熟练运用微积分解决物理问题也是一个难点,克服这个困难,要靠扎实的高等数学基础.

讨论题 3　一艘正在沿一直线行驶的电艇,在关闭发动机后,其加速度方向与速度方向相反,大小与速度大小的平方成正比,比例系数为 k,求电艇关闭发动机后又行驶 x 距离时的速率 v.(已知电艇关闭发动机时的速率为 v_0.)

分析讨论

这是已知加速度与速度的关系求速度与位移关系的问题,需根据加速度、速度、位移的相互关系,运用微积分运算进行求解.并要抓住直线运动的特点.

以关闭发动机时电艇位置为原点,行驶方向为 x 轴正方向,建立坐标.根据题意

$$a=-kv^2$$

由直线运动有

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

所以

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-kv^2 \tag{1}$$

要求的是 v 与 x 的关系,需对上式进行变换.

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\cdot\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x} \tag{2}$$

其中用到直线运动 $v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$的关系式,将式(2)代入式(1)得

$$\frac{\mathrm{d}v}{v}=-k\mathrm{d}x$$

两边积分,且已知 $x=0$ 时,$v=v_0$,即

$$\int_{v_0}^{v}\frac{\mathrm{d}v}{v}=\int_0^x -k\mathrm{d}x$$

得

$$v=v_0\mathrm{e}^{-kx}$$

自　测　题

1-1　一质点沿 x 轴运动,其运动方程为 $x=5t^2-3t^3$,式中时间 t 以 s 为单位.当 $t=2$ s时,该质点正在

(A) 加速　(B) 减速　(C) 匀速　(D) 静止　(　　)

1-2　某人骑自行车以速率 v 向西行驶.今有风以相同的速率从北偏东 30° 方向吹来,如图 1-8 所示.试问人感到风从哪个方向吹来?

(A) 北偏东 30°　(B) 北偏西 30°

(C) 西偏南 30°　(D) 南偏东 30°　(　　)

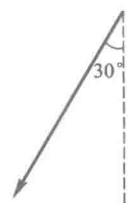

图 1-8

1-3　质点作半径为 R 的变速圆周运动,某一时刻该质点的速率为 v,则其加速度大小为

(A) $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$　(B) $\frac{v^2}{R}$

(C) $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}+\frac{v^2}{R}$　(D) $\left[\left(\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\frac{v^4}{R^2}\right)\right]^{\frac{1}{2}}$　(　　)

1-4　一质点沿 x 轴正方向运动,其加速度大小 $a=kt$,式中 k 为常量.当 $t=0$ 时,$v=v_0$,$x=x_0$,则质点的速率 $v=$________,质点的运动方程 $x=$________.

1-5　质点的运动方程是 $\boldsymbol{r}(t)=R\cos\omega t\boldsymbol{i}+R\sin\omega t\boldsymbol{j}$,式中 R 和 ω 是正的常量.从 $t=\pi/\omega$ 到 $t=2\pi/\omega$ 时间内,该质点的位移是________;该质点所经过的路程是________.

1-6　灯距地面高度为 h_1,一个人身高为 h_2,在灯下以匀速率 v 沿水平直线行走,如图 1-9 所示.他的头顶在地上的影子 M 点沿地面移动的速率为 $v_M=$________.

1-7　如图 1-10 所示,一质点以初速度 $\boldsymbol{v}_0$ 与水平方向成 θ_0 角抛出,不计空气阻力,在________点的曲率半径最小,其值为________.在________点曲率半径最大,其值为________.

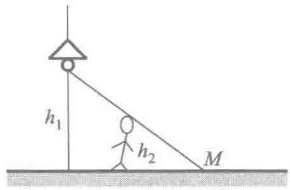

图 1-9

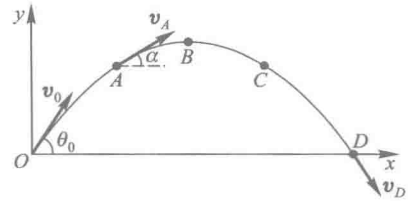

图 1-10

1-8　一匀质圆盘,半径 $R=1\ \mathrm{m}$,绕通过圆心垂直盘面的固定竖直轴转动.$t=0$ 时,$\omega_0=0$,其角加速度按 $\alpha=t/2$(以 $\mathrm{rad\cdot s^{-2}}$ 为单位)的规律变化.问何时($t=0$ 除外)圆盘边缘某点的线加速度 $\boldsymbol{a}$ 与半径成 45°角?

1-9　一质点在 Oxy 平面上运动.已知 $t=0$ 时,$x_0=5\ \mathrm{m}$,$v_x=3\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$,$y=\left(\dfrac{1}{2}t^2+3t-4\right)$($y$ 以 m 为单位,t 以 s 为单位).(1) 写出该质点运动方程的矢量表示式;(2) 描绘质点的运动轨迹;(3) 求质点在 $t=1\ \mathrm{s}$ 和 $t=2\ \mathrm{s}$ 时的位置矢量和这 1 s 内的位移;(4) 求 $t=4\ \mathrm{s}$ 时的速度和加速度的大小和方向.

第二章 牛顿定律

基本要求

1. 理解牛顿三定律的基本内容,了解其适用范围.

2. 熟练掌握运用牛顿定律分析问题的思路和解决问题的方法.能以微积分为工具,求解变力作用下的质点动力学基本问题.

思路与联系

上一章我们讨论了如何描述物体(质点)的运动状态和运动状态的变化,但没有讨论维持物体恒定运动和物体运动状态变化的原因.本章讨论质点动力学,研究物体间的相互作用引起物体运动状态变化的规律.以牛顿三定律为主体,阐述了力对物体的瞬时作用规律.

牛顿定律是整个经典力学的基础.下一章将在此基础上进一步研究力的时间积累作用和空间积累作用,下一章和第四章还将运用牛顿定律导出质点系和刚体的运动规律,从而建立起整个经典力学体系.在以后学习热力学、电磁学等物理学的其他内容时,也常需用到牛顿定律的知识.可见,牛顿定律在整个物理学中占有重要地位.

学习指导

一、牛顿定律

1. 第一定律

第一定律的内容是:任何物体都要保持静止或匀速直线运动状态,直到外力迫使它改变运动状态为止.它包含了两个重要概念:① 指出了任何物体都具有一种保持其原有的运动状态不变的特性——惯性.② 指出力是物体之间的一种相互作用,它是改变物体运动状态的原因.

需注意,第一定律并不是对任何参考系都适用,我们把第一定律成立的参考系称为惯性系.相反,第一定律不成立的参考系称为非惯性系,例如加速前进的火车,就是非惯性系.确定一个参考系是否是惯性系,只能根据观察和实验.太阳可看作是惯性系.由于地球绕太阳公转和绕地轴自转,所以它不是精确的惯性系,但在运动经历时间较短和精确度要求不太高的情况下,地球仍可近似看作惯性系.

第一定律不能用实验直接验证,因为自然界中不存在完全不受其他物体作用的绝对孤立的物体.因此,第一定律是在大量观察与经验的基础上,经过抽象思维和逻辑推理而得到的结果.这种由伽利略首先采用的思想实验的方法,对物理学的发展起了巨大的作用.爱因斯坦即运用思想实验方法建立了相对论.

2. 第二定律

第二定律的数学表达式为

$$\boldsymbol{F}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}(m\boldsymbol{v})}{\mathrm{d}t} \tag{2-1a}$$

式中 $\boldsymbol{p}$ 为质点的动量,在质点的速度 v 远小于光速 c 的情况下,质量 m 可视为常量,上式可写成

$$\boldsymbol{F}=m\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=m\boldsymbol{a} \tag{2-1b}$$

式中 $\boldsymbol{F}$ 为作用在物体上的合外力,$\boldsymbol{a}$ 为物体的加速度.第二定律定量地确定了受力物体的加速度与其质量及合外力之间的关系.

学习第二定律时需注意以下几点:

(1) 第二定律只适用于质点(或可理想化为质点的物体).如果忽略了这一点,就会导致以下错误.例如:有一质量可略去不计的定滑轮,两侧各用轻绳悬挂质量分别为 m_1 和 m_2 的重物(见图2-1),已知 $m_1>m_2$,求重物的加速度.有人这样求:根据牛顿第二定律,物体所受合外力为 $m_1\boldsymbol{g}-m_2\boldsymbol{g}$ 因此有

$$m_1\boldsymbol{g}-m_2\boldsymbol{g}=(m_1+m_2)\boldsymbol{a}$$

你能说出它错在什么地方吗?想一想正确的解法应如何?

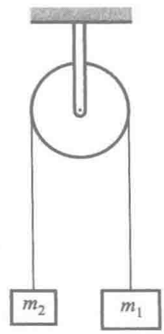

图 2-1

(2) 第二定律表述的是力的瞬时作用规律,加速度 $\boldsymbol{a}$ 和所受合外力 $\boldsymbol{F}$ 必须是同一时刻的瞬时量.

(3) 第二定律的数学表达式(2-1b)是矢量式.实际应用此定律解题时,往往需要把它投影到坐标轴上,用其分量式,如在平面直角坐标系中,有

$$\begin{cases}F_x=ma_x\\F_y=ma_y\end{cases} \tag{2-2}$$

在自然坐标系中,有

$$\begin{cases}F_\mathrm{t}=ma_\mathrm{t}=m\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\\[2ex]F_\mathrm{n}=ma_\mathrm{n}=m\dfrac{v^2}{\rho}\end{cases} \tag{2-3}$$