

最新 (三年级)

初中数学 方法·思维·训练

主 编 冯士腾



学习方法·思维·训练丛书

最新初中数学 方法·思维·训练 (三年级)

主编 冯士腾

编著 王占元 宗福衡

郭立昌 王春燕

光明日报出版社

(京)新登字101号

最新初中数学
方法·思维·训练
(三年级)

主编 冯士腾

编著 王占元 宗福衡

郭立昌 王春燕

*

光明日报出版社出版发行
(北京永安路106号)

邮政编码: 100050 电话: 3017733-225

新华书店北京发行所经销
北京通县向阳印刷厂印刷

*

787×1092 1/32 印张8.875 字数194千字

1992年4月第一版 1992年4月第一次印刷

印数: 1—22000册

ISBN 7-80091-260-4/G·524

定 价: 4.05元

学习方法·思维·训练丛书

主 编 余辛里

副主编 高 川

程 迟

张世鸿

前 言

《学习方法·思维·训练丛书》为中学各年级学生课外系列读物，旨在帮助学生理解教材重点、难点，掌握优良学习方法，提高思维、解题、分析、表达能力，开扩思路，将所学知识灵活运用于实际。

《丛书》各分册基本内容包括：重点难点解析、学习方法提示、典型例题精解、知识反馈和思维训练，并配有基础与疑难兼顾、典型与实用兼顾、一般与提高兼顾的适量的课外思考练习。各分册结合本学科特点和学生程度还会有独特的设计。

《丛书》的编者均系具有丰富教学经验和著述的特级或高级教师。他们遵循严格的科学性，严密的逻辑性、鲜明的典型性、启发性和实用性原则，在广泛参阅和认真钻研有关资料的基础上，集思广益，密切配合，协力编出了这套丛书。这里融进了撰稿人自己多年教学教改的心得，也汲取了本单位、本地区以及外省市中学教学研究的成果。

如何拓宽中学生的知识视野，帮助他们掌握正确的学习方法，有效地提高各种能力，是广大教育工作者和家长们十分关心的问题。本丛书的编撰同仁有志于在这方面作些探索。现在奉献给中学青少年朋友的这套丛书，是一个初步的尝试，疏漏不妥之处还望老师和同学们提出宝贵意见。

编 者

1991年9月

目 录

代 数

第十三章 函数及其图象

§1 直角坐标系 (3)

一 重点难点分析 (3)

二 典型例题选解 (4)

三 思维训练与课外思考 (8)

§2 函数 (10)

一 重点难点分析 (10)

二 典型例题选解 (11)

三 思维训练与课外思考 (14)

§3 正比例函数与反比例函数 (16)

一 重点难点分析 (16)

二 典型例题选解 (18)

三 思维训练与课外思考 (22)

§4 一次函数的图象和性质 (24)

一 重点难点分析 (24)

二 典型例题选解 (25)

三 思维训练与课外思考 (37)

§5 二次函数的图象和性质 (39)

一 重点难点分析 (39)

二 典型例题选解 (41)

三 思维训练与课外思考 (52)

§6 一元一次不等式组和一元二次不等式	(54)
一 重点难点分析	(54)
二 典型例题选解	(56)
三 思维训练与课外思考	(64)
数学思想方法介绍	(65)
答案与提示	(72)

第十四章 解三角形

§1 三角函数	(77)
一 重点难点分析	(77)
二 典型例题选解	(81)
三 思维训练与课外思考	(84)
§2 解直角三角形	(85)
一 重点难点分析	(85)
二 典型例题选解	(88)
三 思维训练与课外思考	(98)
§3 解斜三角形	(100)
一 重点难点分析	(100)
二 典型例题选解	(106)
三 思维训练与课外思考	(117)
数学思想方法介绍	(119)
答案与提示	(128)

第十五章 统计初步

一 重点难点分析	(130)
二 典型例题选解	(131)
三 思维训练与课外思考	(136)
答案与提示	(137)

平面几何

第十六章 相似形

§1 比例线段	(141)
---------------	-------

一 重点难点分析	(141)
----------------	-------

二 典型例题选解	(144)
----------------	-------

三 思维训练与课外思考	(157)
-------------------	-------

△ §2 相似三角形	(162)
------------------	-------

一 重点难点分析	(162)
----------------	-------

二 典型例题选解	(164)
----------------	-------

三 思维训练与课外思考	(176)
-------------------	-------

数学思想方法介绍	(184)
----------------	-------

答案与提示	(192)
-------------	-------

第十七章 圆

§1 圆的有关性质	(193)
-----------------	-------

一 重点难点分析	(193)
----------------	-------

二 典型例题选解	(194)
----------------	-------

三 思维训练与课外思考	(208)
-------------------	-------

§2 直线和圆的位置关系	(212)
--------------------	-------

一 重点难点分析	(212)
----------------	-------

二 典型例题选解	(213)
----------------	-------

三 思维训练与课外思考	(229)
-------------------	-------

§3 圆和圆的位置关系	(233)
-------------------	-------

一 重点难点分析	(233)
----------------	-------

二 典型例题选解	(234)
----------------	-------

三 思维训练与课外思考	(245)
-------------------	-------

§4 正多边形和圆	(247)
-----------------	-------

一 重点难点分析	(247)
----------------	-------

二 典型例题选解	(248)
----------------	-------

三 思维训练与课外思考	(258)
§5 点的轨迹	(260)
一 重点难点分析	(260)
二 典型例题选解	(260)
三 思维训练与课外思考	(263)
数学思想方法介绍	(264)
答案与提示	(270)

代 数

幾 升

第十三章 函数及其图象

§1 直角坐标系

一、重点难点分析

(一)重点：平面直角坐标系和平面内任意两点间的距离公式。

(二)难点：平面内任意两点间的距离公式。

(三)重点、难点知识分析：

建立平面直角坐标系，使平面内的点与有序的实数对构成了一一对应的关系，把“数”和“形”密切联系在一起。

平面内的点： $P \xleftrightarrow{\text{一一对应}}$ 有序实数对： (x, y)

由坐标平面上的点求它的坐标，由点的坐标找出对应点，是应当熟练掌握的基本功。还要注意掌握平面内各个位置上点坐标的特征。比如，各个象限内的点、 x 轴、 y 轴上的点、各象

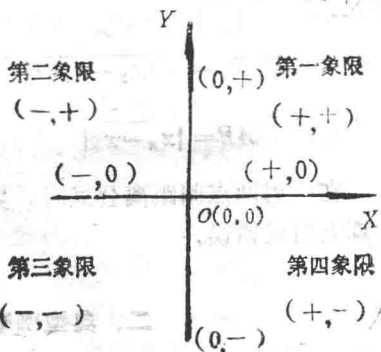


图1

限角平分线上的点、与 x 轴平行、与 y 轴平行直线上点坐标的特征，如图1. 对于平面上一点 $P(a, b)$ ，关于 x 轴、 y 轴、原点的对称点坐标的特征也应当了解，如图2.

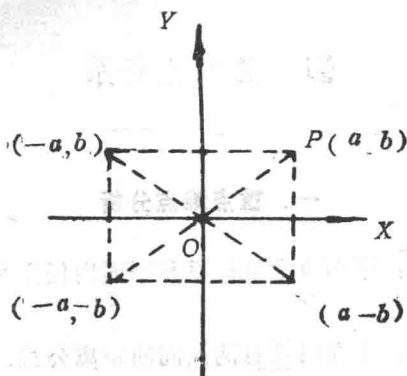


图2

两点间距离公式是用坐标法研究几何图形的最简单问题. 数轴上任意两点间的距离公式和坐标原点到平面内任意点的距离公式，可以看作是平面内任意两点距离公式的特殊情况.

$$P_1P_2 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$AB = |x_B - x_A|$$

$$OP = \sqrt{x^2 + y^2}$$

在使用两点间距离公式时，要注意坐标的符号，防止在计算上出现错误.

二、典型例题选解

例1 在直角坐标系内，已知 $A(4, y_1)$ ， $B(x_2, 6)$ ，根

据下列条件，求出 y_1, x_2 的值。

(1) A, B 关于 x 轴对称；(2) A, B 关于 y 轴对称；(3) A, B 关于原点对称；(4) AB 平行于 x 轴；(5) AB 平行于 y 轴。

分析 前3个小题需从关于 x 轴、 y 轴、原点对称点的坐标关系入手，后两个小题可从平行于 x 轴直线上的点纵坐标相同，平行于 y 轴直线上的点横坐标相同的特征出发来解，也可以画草图帮助理解。

解 (1) $y_1 = -6, x_2 = 4$ 。

(2) $y_1 = 6, x_2 = -4$ 。

(3) $y_1 = -6, x_2 = -4$ 。

(4) $y_1 = 6, x_2$ 为一切实数。

(5) y_1 为一切实数， $x_2 = 4$ 。

例2 已知 $A(4, -1)$ ， $AB=5$ ，且满足下列条件之一，求 B 点坐标。

(1) 点 B 在 y 轴上；(2) 点 B 在一、三象限的角平分线上。

分析 要抓住在 y 轴上点的坐标特点是横坐标为零，在一、三象限角平分线上点的横坐标等于纵坐标的隐含条件，并加以利用。

解 (1) 由点 B 在 y 轴上，设 $B(0, y)$ 。

由题意有 $\sqrt{4^2 + (y+1)^2} = 5$ ，

解得 $y_1 = 2, y_2 = -4$ 。

经检验， $y_1 = 2, y_2 = -4$ 是原方程的根。

所以，点 B 的坐标为 $(0, 2)$ 或 $(0, -4)$ 。

(2) 由点 B 在一、三象限的角平分线上，设 $B(a, a)$ 。

由题意有 $\sqrt{(a-4)^2 + (a+1)^2} = 5$ 。

解得 $a_1 = -1, a_2 = 4$.

经检验, $a_1 = -1, a_2 = 4$ 是原方程的根.

所以, 点 B 的坐标为 $(-1, -1), (4, 4)$

例3 求一点 A , 使它到两坐标轴的距离等于它到点 $(-3, 6)$ 的距离.

分析 由题意点 A 到两个坐标轴的距离相等, 这样它应在一、三象限或二、四象限的角平分线上. 又由于点 A 到两坐标轴的距离还等于到点 $(-3, 6)$ 的距离, 故点 A 只能在二、四象限的角平分线上, 这条直线上的点横纵坐标互为相反数, 所以可设点 A 的坐标为 $(x, -x)$.

解 设点 A 的坐标为 $(x, -x)$, 由题意有

$$\sqrt{(x+3)^2 + (-x-6)^2} = |x|$$

解这个方程, 得

$$x_1 = -3, x_2 = -15.$$

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(-3, 3)$ 或 $(-15, 15)$.

小结 解方程得两解. 它们都符合题意, 所以全应当保留. 为了更好地分析题目, 可以通过草图先作出大致的判断.

例4 等边三角形的边长为 $2a$, 一顶点为 $(0, 0)$, 且一边在 x 轴的正方向上, 求其余两顶点的坐标.

分析 由一边在 x 轴正方向上, 且边长为 $2a$, 可知第二个顶点的坐标为 $(2a, 0)$. 但第三个顶点在哪里呢? 首先要考虑它可能在第一或第四象限的两种情况, 不可把在第四象限的情况丢掉. 然后由勾股定理求出等边三角形的高. 从而确定第三个顶点的坐标.

解 其余两个顶点的坐标是 $(2a, 0)$ 和 $(a, \sqrt{3}a)$ 或 $(a, -\sqrt{3}a)$.

例5 已知两点 $M(2, 2)$, $N(5, -2)$, 在 x 轴上找一点 P , 使 $\angle MPN$ 为直角, 求 P 点的坐标.

分析 由 P 点在 x 轴上, 所以坐标可设为 $(x, 0)$, 由 $\angle MPN$ 为直角, 可知 $\triangle MPN$ 为直角三角形. 通过两点间距离公式, 求出三边之长, 利用勾股定理确定 x 值.

$$\text{解 } \because MN = \sqrt{(5-2)^2 + (-2-2)^2} = 5$$

$$\because MP = \sqrt{(2-x)^2 + 2^2}$$

$$NP = \sqrt{(5-x)^2 + (-2)^2}$$

$$\text{在} \triangle MPN \text{中, } MP^2 + NP^2 = MN^2$$

$$\therefore (2-x)^2 + 4 + (5-x)^2 + 4 = 25$$

$$\text{化简得 } x^2 - 7x + 6 = 0,$$

$$\text{解得 } x_1 = 1, x_2 = 6.$$

$$\therefore \text{点} P \text{的坐标为}(1, 0) \text{或}(6, 0).$$

小结 注意两解都符合题意, 不要丢掉一种情况.

例6 已知: $A(3, -1)$, $B(-1, -4)$, $C(-4, 0)$.
试判断 $\triangle ABC$ 的形状.

分析 分别求出 AB 、 BC 、 AC 线段的长, 由三角形边长关系判断 $\triangle ABC$ 的形状.

$$\text{解 由} A(3, -1), B(-1, -4), C(-4, 0)$$

$$\text{得 } AB = \sqrt{(3+1)^2 + (-1+4)^2} = 5,$$

$$BC = \sqrt{(-1+4)^2 + (-4)^2} = 5,$$

$$AC = \sqrt{(3+4)^2 + (-1-0)^2} = \sqrt{50}.$$

$$\text{又 } AB^2 + BC^2 = 25 + 25 = 50,$$

$$AC^2 = (\sqrt{50})^2 = 50.$$

$$\text{由 } AB^2 + BC^2 = AC^2, \text{可知 } \angle B = 90^\circ.$$

因此, $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形.

小结 判断三角形的形状, 当得出是等腰三角形以后, 还要继续判断是否为等边三角形或等腰直角三角形, 防止半途而废.

三、思维训练与课外思考

(一) 选择题

1. 点 $P(x, y)$ 的坐标满足 $xy=0$, 那么点 P 在()

(A) 纵轴上 (B) 横轴上

(C) 纵轴或横轴上

(D) 第一、三象限的角平分线上

2. 在第二、四象限的角平分线上的点的横坐标与纵坐标()

(A) 相等 (B) 互为相反数

(C) 互为倒数

(D) 两者之和为非零的定值

3. 在 x 轴上与原点 O 及点 $A(5, -3)$ 等距离的点 M 坐标是()

(A) $(1, 0)$ (B) $(1.5, 0)$

(C) $(3.4, 0)$ (D) $(0, -\frac{17}{3})$

4. 连结 $A(1, 2)$, $B(-2, -1)$, $C(1, -1)$ 三点所成的三角形是()

(A) 等腰三角形 (B) 等边三角形

(C) 直角三角形 (D) 等腰直角三角形

(二) 填空题