普通高等教育“十二五”规划教材

大学物理实验

唐贵平　何　兴　范志强　主编

科学出版社

普通高等教育“十二五”规划教材

大学物理实验

唐贵平　何　兴　范志强　主编

科学出版社

北　京

内 容 简 介

本书根据《非物理类理工科大学物理实验教学基本要求》编写，内容主要包括：第1章为测量不确定度与数据处理方法，第2章为常用物理实验仪器介绍，第3章为13个基础性实验，第4章为20个综合性实验，第5章为7个设计性实验．这样安排内容既可以培养学生扎实的物理实验基本技能，又可以训练学生活跃的物理创新思维，让学生既学会设计物理实验的基本方法，又掌握部分现代仪器的实验技术，为他们学习理工各类专业课程打下坚实的基础．

本书可作为高等学校理工各类专业开设物理实验课程的教材或参考书，也可作为从事实验教学的教师与技术人员的参考书．

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验/唐贵平，何兴，范志强主编．—北京：科学出版社，2015．8
普通高等教育"十二五"规划教材
ISBN 978-7-03-045461-4

Ⅰ．①大… Ⅱ．①唐… ②何… ③范… Ⅲ．①物理学-实验-高等学校-教材
Ⅳ．①O4-33

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第190403号

责任编辑：窦京涛　王　刚／责任校对：邹慧卿
责任印制：霍　兵／封面设计：迷底书装

科学出版社出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com
大厂书文印刷有限公司印刷
科学出版社发行　各地新华书店经销
*
2015年8月第　一　版　　开本：787×1092 1/16
2015年8月第一次印刷　　印张：18 3/4
字数：445 000
定价：38.00元
(如有印装质量问题，我社负责调换)

前　言

本书是根据教育部2004年版的《非物理类理工科大学物理实验教学基本要求》，结合长沙理工大学专业设置特点和实验仪器设备情况，在大学物理实验中心自编教材《大学物理实验》的基础上修改而成.

长沙理工大学是一所以工为主，工、理、文、经、管、法等多科协调发展，具有鲜明的交通、电力、水利和轻工等行业特色与学科优势的多科性大学. 在理、工、经各类专业开设大学物理实验课程已有近40年的历史，主要具有以下特点：①专业适应面广，本校开设专业多达50个；②仪器设备和实验内容新颖，学校持续加强实验室的建设投入，教学仪器设备的型号新颖、适用，教学内容也经过多次修改完善，已形成基础——综合——设计三级层次的实验体系；③体系完整、独立性强，既要以学生做过的中学物理实验为起点，又要与后续的实验课适当配合，因此，物理实验必须有较完整的体系，不依赖于同时开设的大学物理和各专业开设的理论课程，可以独立开设，但它由与各专业的有关课程紧密结合，为这些课程打下扎实的实践基础.

物理实验课程是教育部教学评估中确定的6门基础课程之一，是高等学校学生进行科学实验基本训练的一门独立必修课程. 作为教材，我们在编写时，既注意到它的系统性、科学性，也兼顾到了它的现代性、应用性. 为此，我们对一些实验进行了取舍和调整，同时加入了一些新实验.

实验教学是集体的事业，本书是长沙理工大学物理实验中心全体老师几年来工作的总结和教学改革成果的结晶. 参加编写的人员有唐贵平、何兴、范志强、王晓平、杨昌虎、廖家欣、邓小清、黄小青、邓敏、邹娟、蔡爱军、靳丽娟、孙琳、刘艺，每位人员所编写的实验在相应实验后注明. 唐立军教授对书稿进行了认真审读，提出了宝贵的指导意见，在此表示感谢.

本书已列为学校规划教材和精品教材，编写期间，我们参阅了许多兄弟院校的教材，学校教务处和科学出版社对本书的出版给予极大的关心与支持，在此表示衷心的感谢.

由于编者的知识水平和教学经验有限，再加上编写时间仓促，书中难免有疏漏和不妥之处，望读者批评指正.

编　者

2015年7月

目　录

绪　　论

1998 年 8 月，我国颁布了《中华人民共和国高等教育法》，其第一章总则的第五条中明确提出：“高等教育的任务是培养具有创新精神和实践能力的高级专门人才”. 学校的科学实验课在这两方面起着重要的作用.

一、实验在物理学发展中的作用

前苏联著名化学家涅斯米扬诺夫说过，科学是近代技术之基础，物理是现代科学之领袖. 物理学何以成为自然科学中的带头学科？何以成为推动科技革命的主要原动力呢？追根寻源，物理实验的作用功不可没.

科学实验是整个自然科学的基础，而物理实验在整个自然科学中起着极其重要的作用. 回顾物理学的发展史，可以看到，实验和理论是物理学的两大支柱. 实验—理论—再实验……的模式是物理学发展所遵循的基本规律，即以某些物理现象或实验事实为基础(或起点)，或在受到某些事物的启发下，提出物理模型，用来解释过去已有的实验事实，然后再用实验来验证这个模型的正确与否，并根据不断发展的实验技术和实验方法及实验结果来进一步修正和完善它. 若新的实验事实与原有的模型不符，或新的实验结果推翻原有理论的某些结论或推论，这个实验模型便促使新的物理模型和新理论的诞生……实验和理论相互依赖，相互促进，共同缔造着物理王国，并不断向其他学科辐射、渗透，成为发展新学科的源泉和推动科学技术革命的动力. 第一次产业革命如此，第二次产业革命亦如此，今后的发展还将如此. 物理实验的思想方法、仪器和技术已被普遍地应用到自然科学以外的各个学科，并且日益广泛地向生产和生活的各个领域渗透、发展和推广应用.

例如，1831 年法拉第的电磁感应现象的发现和 1887 年赫兹的电磁波实验，就是麦克斯韦电磁场理论的实验基础和理论验证中最关键的两个实验；1800 年杨氏的双缝干涉实验，证明了光的波动学说；赫兹的光电效应的发现，是爱因斯坦光量子假设的实验依据，并最终证明了光的波粒二象性；卢瑟福的 α 粒子散射实验，揭开了原子秘密；吴健雄的实验验证了李政道和杨振宁的宇称不守恒定律. 对科学技术正在起到巨大作用的新器件、新材料、新技术等(如晶体管、激光器、低温超导、可控热核反应)，也都是首先在实验室中研究出来的. 事实证明，实验工作在物理学各个领域的发展中起着重大的作用，实验室从来就是历史上许多重大技术革命的发源地.

二、物理实验教学的目的和任务

理工科高等院校的物理实验已发展成为一门独立的科学实验课程，是学生在大学期间进行科学实验的入门课，是学生受到系统的实验思想方法和技能训练的开端，也是后续实验课程的基础. 物理实验课程教学的目的和任务如下.

(1) 通过实验要求学生做到：弄懂实验原理，了解一些物理量的测量方法；熟悉常用仪器

的基本原理和技术性能，正确选择和使用常用仪器；能够正确记录及处理实验数据，分析判断实验结果；能写出完备的实验报告.

(2) 培养并逐步提高学生观察和分析实验现象的能力，进行综合设计实验的能力，独立进行研究工作的能力. 为此，要加强对实验的观察、测量和分析的训练，加深对物理概念、规律和理论的理解和应用，并力求逐步提高.

(3) 培养及提高学生的科学素质，即严谨的工作作风，严肃认真、实事求是的科学态度，遵守纪律及爱护国家财产的优良品德，刻苦钻研、勇于探索和创新的开拓精神等.

三、物理实验的基本程序

物理实验虽然有多种类型，但都是在教师指导下，独立进行实验的实践活动，因此，在实验过程中应当发挥学生的主观能动性，有意识地培养他们的独立工作能力和严谨的工作作风. 物理实验课的基本程序，可分为如下三个阶段.

1. 实验前预习

仔细阅读实验教材，了解本次实验的原理和方法，并基本了解有关测量仪器的使用方法，在此基础上写出预习报告. 预习报告包括：实验名称、目的要求、实验仪器、原理简述（主要原理、有关定律或公式、电路图或光路图等）、数据记录表格. 如果是设计性实验，还需写出设计概要或有关计算结果. 预习时，应以理解原理为主，了解实验中的待测物理量，可能出现的现象，要达到什么目的（要求什么或验证什么），以求在实验中主动地、有目的地操作，克服机械而呆板的操作方式.

2. 进行实验

实验时应遵守实验室规章制度，先要阅读有关仪器使用的注意事项或说明书，熟悉仪器，了解原理和用法，调整好仪器或接好电路，经教师检查后再开始做实验.

实验过程中按步骤进行，仔细测量和读数，正确记录数据并填入数据表格中. 数据记录中，如发现有错，可以重新记录，并对原来数据加上特殊符号（如“—”或“×”）. 未重新测量绝不允许修改实验数据.

将实验记录交教师审核签字后，整理好实验仪器，方能离开实验室. 整个过程要求保持实验室的整洁、安静、有序.

3. 实验报告

实验报告是实验工作的全面总结，要用简明扼要的形式，将实验结果完整而又真实地表达出来，这是进行科学素质培养的必要内容之一.

书写实验报告时，要求文字通顺，字迹端正，图表规范，结果表示正确（包括误差的表示）；认真讨论，按自己思路来写. 实验报告的格式包括下列几部分：

(1) 实验名称；

(2) 实验目的；

(3) 实验仪器；

(4) 简要原理(或定律)及计算公式(光学、电学等实验应有光路图或电路图);实验简要步骤和实验数据记录;

(5) 数据处理(包括计算、图表、误差分析等);

(6) 实验结果(结论);

(7) 讨论(或问题回答).

实验报告要用正规的实验报告纸书写,原始记录必须附在后面一并交给老师.

第 1 章　测量不确定度与数据处理方法

本章将具体介绍大学物理实验所必需的基础知识，它包括测量误差与不确定度的基本概念，实验数据的常用处理方法，以及物理实验的基本测量方法.

1.1　测量误差

误差理论是物理实验的重要数学工具. 在物理实验中经常要遇到许多综合的实验，为了获得准确的测量结果，需要理解实验设计的原理，掌握好误差理论，才能有效地进行实验测量和数据处理，并最终对实验结果做出正确的评价和分析. 本节将介绍测量误差和不确定度的一些基本概念.

1. 测量

物理实验离不开各种测量. 物理测量的内容很多，大到日月星辰，小到分子、原子、粒子. 可以说，测量是进行科学实验必不可少且极其重要的一环.

测量分为直接测量和间接测量. 直接测量是将待测物理量直接与认定为计量标准的同类量进行比较，如用米尺测量长度、用天平称质量、用万用表测量电压等. 而间接测量则是指按照一定的函数关系由一个或多个直接测量计算出另一个物理量. 例如，测量气垫导轨上滑块滑行的速度，要先测出滑块滑行的时间和距离，再用公式计算出滑块滑行的速度，这就属于间接测量. 物理实验中的大多数测量是间接测量.

测量的数据不同于普通的数值，它是由数值和单位两部分组成的. 数值有了单位，才具有特定的物理意义，因此测量所得的值应含数值和单位，两者缺一不可.

2. 误差

对某一物理量进行测量时，由于受到测量环境、方法、仪器以及不同观测者等诸多因素的影响，测量结果与被测量的客观真实值（真值）存在一定的偏离，也就是说存在误差（error）. 测量误差可以用绝对误差，也可以用相对误差来表示.

$$\text{绝对误差} = \text{测量结果} - \text{真值} \tag{1.1.1}$$

$$\text{相对误差} = \frac{\text{绝对误差}}{\text{真值}} \tag{1.1.2}$$

真值（true value）是指被观测的量在实验条件下所具有的确定值. 一个量的真值是一个理想的概念，一般情况下是不知道的，但在某些特定的情况下，真值又是可知的. 例如，三角形的三个内角和为 180°，一个圆周角为 360°等.

由于测量总存在一定的误差，为此，必须分析测量中可能产生的各种误差因素，尽可能消除其影响，并对测量结果中未能消除的误差给予正确的评价. 一个优秀的实验者，应该根据实

验的具体要求和误差限度来确定合理的测量方案以及合适的测量仪器，从而能够在实验的要求下，以最低的代价来取得最佳的实验结果.

3. 误差的分类

按照误差的基本性质和特点，可以把它分为三大类：系统误差、随机误差和粗大误差.

(1) 系统误差(systematic error).

系统误差指的是在重复条件下，多次测量同一物理量时，测量结果对真值的偏离总是相同的，即误差的大小和符号始终保持恒定或按照一定的规律变化. 系统误差的特征是它的确定性.

(2) 随机误差(random error).

随机误差是指在重复条件下，对同一被测量进行足够多次测量时，误差的大小、符号的正负是随机的. 随机误差的特点是单个具有随机性，而总体服从统计分布规律，常见的统计分布有正态分布、t 分布、均匀分布等.

(3) 粗大误差.

粗大误差结果实际上是一种测量过程中的人为过失，并不属于误差的范畴. 对于这种由于测量过程中人为过失而产生的错误数据应当予以剔除.

4. 测量结果的评价

评价测量结果，反映测量误差大小，常用到精密度、正确度和准确度三个概念.

精密度反映随机误差大小的程度，它是对测量结果的重复性的评价. 精密度高是指测量的重复性好，各次测量值的分布密集或接近，随机误差小. 但是，精密度不能反映系统误差的大小.

正确度反映系统误差大小的程度. 正确度高是指测量数据的算术平均值偏离真值较小，测量的系统误差小. 但是正确度不能确定数据分散的情况，即不能反映随机误差的大小.

准确度反映系统误差与随机误差综合大小的程度. 准确度高是指测量结果既精密又正确，即随机误差与系统误差均小.

现以射击打靶的结果为例说明以上三个术语的意义，如图 1.1.1 所示.

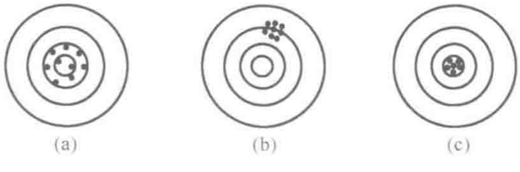

图 1.1.1　正确度、精密度和准确度

(a)正确度好而精密度低，即系统误差小，而随机误差大；(b)精密度高而正确度低，即系统误差大而随机误差小；(c)准确度高，系统误差和随机误差都小

5. 发现和消除系统误差

1)如何发现系统误差

物理实验中的系统误差通常是很难发现的，但通过长期的实践和经验的积累，已总结出一些发现系统误差的办法，归纳如下.

(1) 理论分析法.

分析实验所依据的理论和实验方法是否有不完善的地方,检查理论公式所要求的条件是否满足,所用仪器是否存在缺陷,通过分析得到有关系统误差是否存在的信息.

(2) 实验对比法.

采用不同的方法测量同一物理量,让不同的人员测量同样的物理量或使用不同的仪器测量同一物理量,通过对比测量结果的数值,来发现系统误差的存在.

(3) 数据分析法.

分析测量结果,若结果不服从统计分布,则说明测量存在系统误差.

2)消除系统误差的方法

在实验条件稳定,同时系统误差可以掌握时,常用三种方法消除已知系统误差,即加修正值、消去误差源或采用适当测量方法. 下面分别介绍这三种方法.

(1) 测量结果加修正值.

由仪器、仪表不准确产生的误差,可以通过与更高级别的仪器、仪表做比较,从而得到相应的修正值;由理论上、公式上的近似性而产生的误差,可以通过理论分析,导出修正公式.

(2) 消去误差源.

包括仪表使用前零点的校准,仪表使用环境温度的调节,以及保证仪器装置及测量环境满足规定的条件等.

(3) 采用适当的测量方法.

采用适当的测量方法,对消除实际测量中的系统误差具有重要的现实意义. 常用的测量方法有异号法、交换法、替代法、对称法. 如天平横梁不等臂系统误差,就可以用交换法来消除. 将具有质量 x 的被测物体放在天平的左、右托盘各称一次,分别称衡为 m_1 和 m_2,根据力学原理,可以算出物体的实际质量为 $\sqrt{m_1 m_2}$. 对称法常用来消除线性系统误差,半周期偶数法则可以消除周期性的系统误差.

6. 随机误差的统计处理

随机误差的分布服从统计规律. 由误差理论得知,物理实验中相当多的随机误差满足正态分布,如图 1.1.2 所示.

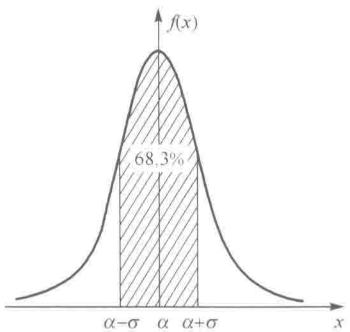

图 1.1.2　正态分布曲线

下面讨论正态分布的一些特性. 正态分布的概率密度函数为

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\mathrm{e}^{\frac{-(x-\alpha)^2}{2\sigma^2}},$$

$$\alpha=\lim_{n\to\infty}\frac{\sum x_i}{n},$$

$$\sigma=\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{\sum\,(x_i-\alpha)^2}{n}} \tag{1.1.3}$$

其中,α 和 σ 是反映测量值 x 这个随机变量分布特征的重要参数. α 表示 x 出现概率最大的值,是测量次数趋向无穷时被测量的算术平均值. 在消除系统误差后,α 为真值. σ 称为标准差,是反映测量值离散程度的参

数，σ 小，测量值精密度高，随机误差小；σ 大，测量值精密度低，随机误差大. 服从正态分布的随机误差具有下列特点：

(1) 单峰性——绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的概率大；

(2) 对称性——大小相等而符号相反的误差出现的概率相同；

(3) 有界性——在一定的测量条件下，误差的绝对值不超过一定的限度；

(4) 抵偿性——误差的算术平均值随测量次数 n 的增加而趋于零.

由概率密度的定义可知，$p=\int_{x_1}^{x_2} f(x)\mathrm{d}x$ 表示随机变量 x 在区间 $[x_1,x_2]$ 出现的概率，称为置信概率. 可证明任意量 x 出现在 $[\alpha-\sigma,\alpha+\sigma]$ 之间的概率为

$$p=\int_{\alpha-\sigma}^{\alpha+\sigma} f(x)\mathrm{d}x=0.683 \tag{1.1.4}$$

这个结果说明，对满足正态分布的物理量作任何一次测量，其结果有 68.3% 的可能性落在区间 $[\alpha-\sigma,\alpha+\sigma]$ 内. 我们把置信概率对应的区间称为置信区间. 如果扩大置信区间，置信概率也将提高. 如果置信区间扩大到 $[\alpha-2\sigma,\alpha+2\sigma]$ 和 $[\alpha-3\sigma,\alpha+3\sigma]$，可以分别得到置信概率：

$$p=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int_{\alpha-2\sigma}^{\alpha+2\sigma} \mathrm{e}\frac{-(x-\alpha)^2}{2\sigma^2}\mathrm{d}x=0.954,\quad p=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int_{\alpha-3\sigma}^{\alpha+3\sigma} \mathrm{e}\frac{-(x-\alpha)^2}{2\sigma^2}\mathrm{d}x=0.997$$

物理实验中常将 3σ 作为判定数据异常的标准，3σ 称为极限误差. 如果某测量值 $|x-\alpha|\geqslant 3\sigma$，则需要考虑测量过程是否存在异常，并将该数据从实验结果中剔除.

7. 多次测量的算术平均值

尽管一个物理量的真值是客观存在的，但要得到真值是不现实的. 由随机误差的统计分析可以证明，当测量次数 n 趋近于无穷时，算术平均值 $\bar{x}$ 是接近于真值的最佳值. 假设对物理量 x 进行一系列等精度测量得到的结果为 $x_1,x_2,x_3,x_4,\cdots,x_n$，则 x 的算术平均值可以表示为

$$\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \tag{1.1.5}$$

由于每次测量的误差为 $\Delta x_i=x_i-a$，因此误差和可以表示为

$$\sum_{i=1}^{n}\Delta x_i=\sum_{i=1}^{n}(x_i-a)=\sum_{i=1}^{n}x_i-na \tag{1.1.6}$$

若将公式两边同除以 n，则当 $n\to\infty$ 时，式(1.1.6)等号的左边趋近于零(根据正态分布的特点(4))，因此有

$$\bar{x}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i=a \tag{1.1.7}$$

该式说明当测量次数无穷多时，测量结果的算术平均值可以认为是最接近真值的. 在实际测量中，由于只能进行有限次的测量，因此将算术平均值作为测量结果的近似值，即测量结果的最佳值.

8. 标准偏差

在物理实验中，测量次数总是有限的，而且真值也不可知，因此不能利用式(1.1.3)计算出标准差 σ，只能用其他方法对 σ 的大小进行估算. 假设共进行了 n 次测量，测量值 $x_1,\cdots,x_n$ 称

为一个测量列,每一次测量值与平均值之差称为残差,即

$$V_i = x_i - \bar{x}, \quad i = 1,2,3,\cdots,n$$

显然,这些残差有正有负,有大有小.常用“方均根”法对它们进行统计,得到的结果就是该测量列的标准偏差,用 $\sigma(x)$ 表示为

$$\sigma(x) = \sqrt{\frac{\sum V_i{}^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \tag{1.1.8}$$

这个公式又称为贝塞尔公式.标准偏差 $\sigma(x)$ 是反映该测量列离散性的参数,可以用它表示测量值的精密度. $\sigma(x)$ 小表示精密度高,测量值的分布密集,随机误差小;$\sigma(x)$ 大表示精密度低,测量值的分布分散,随机误差大.注意,$\sigma(x)$ 并不是严格意义的标准差 σ,而是它的估计值.其统计意义为:被测量真值落在区间 $(x-\sigma(x), x+\sigma(x))$ 的概率应小于 68.3%,只有测量次数较多时,这一概率才接近 68.3%.

如果在完全相同的条件下,多次多组进行重复测量,可以得到许多个测量列,每个测量列的算术值不尽相同,于是就可以得到一组平均值 $(\bar{x})_1, (\bar{x})_2, \cdots, (\bar{x})_j$,这表明算术平均值也是一个随机变量,算术平均值本身也具有离散性,且仍然服从正态分布.由误差理论可以证明:平均值 $\bar{x}$ 的标准偏差 $\sigma(\bar{x})$ 是测量列的 n 次测量中任意一次测量值标准偏差的 $1/\sqrt{n}$ 倍,即

$$\sigma(\bar{x}) = \frac{\sigma(x)}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \tag{1.1.9}$$

由此可见,平均值的标准偏差可以通过 n 次测量中任意一次测量值的标准偏差计算得出,显然 $\sigma(\bar{x})$ 小于 $\sigma(x)$,说明平均值的离散程度要小于单个测量值的离散程度.增加测量次数可以减少平均值的标准偏差 $\sigma(\bar{x})$,提高测量的精密度,但是单纯凭增加测量次数来提高精密度的作用是有限的. $\sigma(\bar{x})$ 的统计意义为:被测量真值落在区间 $(\bar{x}-\sigma(\bar{x}), \bar{x}+\sigma(\bar{x}))$ 的概率约为 68.3%.

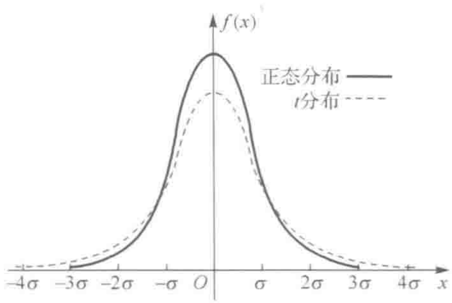

图 1.1.3 t 分布与正态分布曲线

当测量次数无穷多或足够多时,测量值的误差分布才接近正态分布,但是当测量次数较少时(如少于 10 次,物理实验教学中一般取 $n=6\sim10$),测量值的误差分布,将明显偏离正态分布,而将遵从 t 分布(又称为学生分布). t 分布曲线与正态分布曲线的形状类似,但是 t 分布曲线的峰值低于正态分布,而且 t 分布曲线上部较窄,下部较宽,如图 1.1.3 所示. t 分布时,置信区间 $(\bar{x}-\sigma(\bar{x}), \bar{x}+\sigma(\bar{x}))$ 对应的置信概率达不到 0.683,若保持置信概率不变,则应当扩大置信区间.在这种情况下;如果置信概率是 p,其对应的置信区间一般为 $(\bar{x}-t_p\sigma(\bar{x}), \bar{x}+t_p\sigma(\bar{x}))$,其中系数 t_p 称为 t 因子,其数值既与测量次数 n 有关,又与置信概率 p 有关.表 1.1.1 给出了在不同置信概率下 t 与测量次数 n 的关系.

表 1.1.1　t_p因子与测量次数 n 的关系

n	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	∞
$t_{0.683}$	1.32	1.20	1.14	1.11	1.09	1.08	1.07	1.06	1.04	1.03	1.00
$t_{0.900}$	2.92	2.35	2.13	2.02	1.94	1.89	1.86	1.83	1.76	1.73	1.65
$t_{0.955}$	4.30	3.18	2.78	2.56	2.45	2.37	2.31	2.26	2.15	2.09	1.96
$t_{0.977}$	9.93	5.84	4.60	4.03	3.71	3.50	3.36	3.25	2.98	2.86	2.58

1.2　测量的不确定度和结果的表达

不确定度是建立在误差理论基础上，用来定量评定测量结果可信赖程度的一个重要指标.

1. 不确定度的分类

不确定度按照测量者处理数据时采用方式的不同分为 A 类和 B 类不确定度. 测量者采用统计方法评定的不确定度称为 A 类不确定度；而测量者采用非统计方法评定的不确定度称为 B 类不确定度. 下面分别介绍 A 类和 B 类不确定度.

1) 采用统计方法评定的 A 类不确定度

不确定度的 A 类分量用 $u_A(x)$表示. 物理实验中，$u_A(x)$一般用多次测量平均值的标准偏差 $\sigma(\bar{x})$与 t 因子 t_p的乘积来估算，即

$$u_A(x) = t_p\sigma(\bar{x}) \tag{1.2.1}$$

其中，t 因子与测量次数 n 和对应的置信概率 p 有关，当置信概率 $p=0.95$，测量次数 $n=6$ 时，从表 1.1.1 中可以查到 $t_{0.95}/\sqrt{n}\approx 1$，则有

$$u_A(x) = \sigma(x) \tag{1.2.2}$$

即在置信概率为 0.95 的前提下，测量次数 $n=6$，A 类不确定度可以直接用测量值的标准偏差 $\sigma(x)$估算，本教材 t 因子均按 $p=0.95$ 取值，即查 $t_{0.95}$的取值.

2) 采用非统计方法评定的 B 类不确定度

B 类不确定度的评定分析法，可以来自多方面的信息，但在物理实验中 B 类不确定度主要由仪器误差引起，因此 B 类不确定度常采用仪器的最大误差限 $\Delta_{仪}$来估算. $\Delta_{仪}$是指在正确使用仪器的条件下，仪器示值和被测量的真值之间可能产生的最大误差，实验室某些常用仪器的最大误差限 $\Delta_{仪}$在表 1.2.1 给出. 有些测量中，由于条件限制，实际误差远大于铭牌给出的仪器最大误差限，这时应由实验室根据经验给出 $\Delta_{仪}$. 不确定度的 B 类分量，用 $u_B(x)$表示，即

$$u_B(x) = \Delta_{仪} \tag{1.2.3}$$

表 1.2.1　某些常用仪器的最大误差限 $\Delta_{仪}$

仪器名称	量程	最小分度值	最大误差限
螺旋测微器	25mm	0.01mm	±0.005mm
钢卷尺	1m	1mm	±0.5mm
	2m	1mm	±0.5mm
游标卡尺	125mm	0.02mm	±0.02mm
	300mm	0.05mm	±0.05mm
电表(0.5)级			0.5%×量程
电表(0.2)级			0.2%×量程

2. 合成不确定度与测量结果的表达

合成不确定度用 $u(x)$ 表示，$u(x)$ 由 A 类不确定度 $u_A(x)$ 和 B 类不确定度 $u_B(x)$ 采用方和根合成方式得到

$$u(x) = \sqrt{u_A^2(x) + u_B^2(x)} \tag{1.2.4}$$

完整的测量结果应给出被测量的最佳估计值，同时还要给出测量的合成不确定度，测量结果应写成如下的标准形式

$$x = \bar{x} \pm u(x) \tag{1.2.5}$$

式中，$\bar{x}$ 为多次测量的平均值，$u(x)$ 为合成不确定度. 上述结果表示被测量的真值落在区间 $(\bar{x}-u(x), \bar{x}+u(x))$ 范围内的概率应在 0.95，也就是说真值落在上述区间范围以外的概率极小(本教材按 $p=0.95$ 估算).

3. 不确定度的求解

1) 直接测量不确定度的求解过程

(1) 单次测量.

实验中，如果实验条件符合下列三种情况可以考虑进行单次测量.

① 仪器精度较低，偶然误差很小.

② 对测量准确度要求不高.

③ 因测量条件限制，不可能进行多次测量.

当用式(1.2.4)和式(1.2.5)表示单次测量结果时，只有 $u_B(x)$ 这一项. 根据前面的介绍，它的取法或者是仪器标定的最大误差限，或者是实验室给出的最大允许误差，$u(x)=u_B(x)=\Delta_{仪}$，一般取两者中的较大者.

(2) 多次测量.

多次测量时，不确定度一般按照下列过程进行计算.

① 求多次测量数据的平均值：$\bar{x} = \dfrac{\sum x_i}{n}$.

② 修正已知系统误差，得到测量值. 例如，已知螺旋测微器的零点误差为 d_0，修正后的测量结果 $d=d_{测}-d_0$.

③ 用贝塞尔公式计算标准偏差

$$\sigma(x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

④ 评估 A 类不确定度用标准差乘以置信参数 $t_{0.95}/\sqrt{n}$，若测量次数 $n=6$，$t_{0.95}/\sqrt{n} \approx 1$，则 $u_A(x)=t_{0.95}\sigma(\bar{x})=\sigma(x)$.

⑤ 根据仪器标定的最大误差限或实验室给出的最大允许误差，确定 $u_B(x)$.

⑥ 根据 $u_A(x)$ 和 $u_B(x)$ 求合成不确定度 $u(x) = \sqrt{u_A^2(x) + u_B^2(x)}$.

⑦ 给出测量结果：$x=\bar{x}\pm u(x)$(单位).

例 1　用量程为 0～25mm 的螺旋测微器($\Delta_{仪}=0.005$mm 且无零点误差)对一铁板的厚度进行了 6 次重复测量，以 mm 为单位，测量数据分别为 3.784，3.779，3.786，3.781，3.778，3.782，给出测量结果.

解　求得测量结果的平均值为 $\bar{x}=3.782$mm，标准偏差为 $\sigma(x)=0.003$mm，由于测量次数为 6 次，因此 $u_A(x)=\sigma(x)=0.003$mm. 而 B 类的不确定度为 $u_B(x)=\Delta_{仪}=0.005$mm，最后可以得到合成不确定度 $u(x)=\sqrt{u_A^2(x)+u_B^2(x)}=0.006$(mm). 可以将测量结果表示为

$$x=\bar{x}\pm u(x)=(3.782\pm 0.006)(\text{mm})$$

2)间接测量的不确定度

在实际测量中，遇到的往往是间接测量，因此间接测量具有十分重要的意义. 假设物理量 F 是 n 个独立的直接测量量 $x,y,z,\cdots$ 的函数，即 $F=f(x,y,z,\cdots)$，如果它们相互独立，则 F 不确定度可由各直接测量量的不确定度合成，即

$$u(F)=\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 u^2(x)+\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 u^2(y)+\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 u^2(z)+\cdots} \tag{1.2.6}$$

式中，$u(x)$，$u(y)$，$u(z)$ 为各直接测量量 $x,y,z,\cdots$ 的不确定度. 式(1.2.6)源于数学中的全微分公式

$$\mathrm{d}F=\frac{\partial f}{\partial x}\mathrm{d}x+\frac{\partial f}{\partial y}\mathrm{d}y+\frac{\partial f}{\partial z}\mathrm{d}z+\cdots \tag{1.2.7}$$

由于不确定度与被测量相比是微小的，它们相当于数学中的增量式“微分”，因此可以用 $u(F)$，$u(x)$，$u(y)$，$u(z)$，…分别代替全微分公式中的 $\mathrm{d}F,\mathrm{d}x,\mathrm{d}y,\mathrm{d}z,\cdots$，并且在考虑不确定度的传递时，采用方和根的公式进行合成，就可以得到不确定度的传递公式. 当 $F=f(x,y,z,\cdots)$ 中各观测量之间的关系是乘、除或方幂时，采用相对不确定度的表达方式，可以大大简化合成不确定度的运算. 方法是先取自然对数，然后进行不确定度的合成，即

$$\frac{u(F)}{F}=\sqrt{\left(\frac{\partial \ln f}{\partial x}\right)^2 u^2(x)+\left(\frac{\partial \ln f}{\partial y}\right)^2 u^2(y)+\left(\frac{\partial \ln f}{\partial z}\right)^2 u^2(z)+\cdots} \tag{1.2.8}$$

例 2　用流体静力称衡法测量固体的密度. 使用的公式为 $\rho=\dfrac{m}{m-m_1}\rho_0$，求密度 ρ 的合成不确定度.

解　由于式中包含了乘除运算，因此简便的做法是求 ρ 的相对不确定度. 首先对 ρ 的公式两边求自然对数，再求全微分得

$$\frac{\mathrm{d}\rho}{\rho}=\frac{\mathrm{d}m}{m}-\frac{\mathrm{d}(m-m_1)}{(m-m_1)}+\frac{\mathrm{d}\rho_0}{\rho_0} \tag{1.2.9}$$

在用不确定度代换各微分量之前，一定要先合并上式中同一微分量的系数，合并后有

$$\frac{\mathrm{d}\rho}{\rho}=\frac{\mathrm{d}m_1}{m-m_1}-\frac{m_1\mathrm{d}m}{m(m-m_1)}+\frac{\mathrm{d}\rho_0}{\rho_0} \tag{1.2.10}$$

最终采用方和根的公式进行合成，得到 ρ 的相对不确定度为

$$\frac{u(\rho)}{\rho}=\sqrt{\left[\frac{u(m_1)}{m-m_1}\right]^2+\left[\frac{m_1u(m)}{m(m-m_1)}\right]^2+\left[\frac{u(\rho_0)}{\rho_0}\right]^2} \tag{1.2.11}$$

需要说明的是，式中的 $u(m)$，$u(m_1)$，$u(\rho_0)$ 分别为 m,m_1,ρ_0 这三个直接测量值的不确定度，在实际的应用中可以包含 A 类和 B 类不确定度分量.