

初中数学教学指导

数 学

(初一分册)

主编 芮 滋

配合教材
同步练习
辅导自学
题型丰富

苏州大学出版社

初中数学教学指导

(初一分册)

主 编 芮 滋

苏州大学出版社

初中数学教学指导 (初一分册)

主编 芮 滋

苏州大学出版社出版发行

江苏省新华书店经销

宜兴市第二印刷厂印装

地址:宜兴市漕桥镇 邮编:214217

开本 787×1092 1/16 印张 16.5 字数 396 千

1996 年 12 月第 1 版 1997 年 3 月第 1 次印刷

印数 1-10000

ISBN 7-81037-273-4/G · 116 定价:16.00 元

苏州大学出版社出版的图书若有印刷装订错误可向承印厂调换

前 言

《初中数学教学指导》是以九年义务教育全日制初级中学数学教学大纲为依据,以人民教育出版社出版的初中数学教材为本编写的教学指导用书。

本书注重讲析重点难点,指导学习方法和拓宽知识面,同时辅以典型、精要的训练题,以切实有效地提高学生的能力,发展学生智力。它既是教师教学的参考用书,又是指导学生自学的“家庭教师”。这套书讲究科学性、系统性、新颖性,既体现知识体系,又符合教师教学和学生自学的实际,是减轻学生负担,全面提高教学质量的重要探索和尝试。

本书分册编写,每个年级一册,书末均附有参考答案,供学生翻检查对。

《初中数学教学指导》(初一分册)由芮滋设计并统稿,参加编写的有芮滋、王清华、胡青薇、徐凌云、徐跃。

编 者

1996年6月

目 录

代数部分

第一章 代数初步知识	(1)
1.1 代数式	(1)
1.2 列代数式	(3)
1.3 代数式的值	(6)
1.4 公式	(7)
1.5 简易方程	(10)
本章知识结构	(13)
本章复习题	(13)
本章自我检测题	(15)
第二章 有理数	(17)
一、有理数的意义	(17)
2.1 正数与负数	(17)
2.2 数轴	(20)
2.3 相反数	(23)
2.4 绝对值	(26)
二、有理数的运算	(29)
2.5 有理数的加法	(29)
2.6 有理数的减法	(32)
2.7 有理数的加减混合运算	(34)
2.8 有理数的乘法	(36)
2.9 有理数的除法	(39)
2.10 有理数的乘方	(42)
2.11 有理数的混合运算	(44)
2.12 近似数与有效数字	(46)
2.13 平方表与立方表	(48)
本章知识结构	(50)
本章复习题	(50)
本章自我检测题	(52)
第三章 整式的加减	(54)
3.1 整式	(54)
3.2 同类项	(57)
3.3 去括号和添括号	(61)
3.4 整式的加减	(65)
本章知识结构	(69)

本章复习题	(69)
本章自我检测题	(72)
第四章 一元一次方程	(74)
一、等式和方程	(74)
4.1 等式和它的性质	(74)
4.2 方程和它的解	(76)
二、一元一次方程的解法和应用	(78)
4.3 一元一次方程和它的解法	(78)
4.4 一元一次方程的应用	(82)
本章知识结构	(91)
本章复习题	(92)
本章自我检测题	(93)
第五章 二元一次方程组	(96)
5.1 二元一次方程组	(96)
5.2 用代入法解二元一次方程组	(99)
5.3 用加减法解二元一次方程组	(102)
5.4 三元一次方程组的解法举例	(105)
5.5 一次方程组的应用	(108)
本章知识结构	(113)
本章复习题	(114)
本章自我检测题	(116)
第六章 一元一次不等式和一元一次不等式组	(118)
6.1 不等式和它的基本性质	(118)
6.2 不等式的解集	(122)
6.3 一元一次不等式和它的解法	(125)
6.4 一元一次不等式组和它的解法	(129)
本章知识结构	(133)
本章复习题	(133)
本章自我检测题	(135)
第七章 整式的乘除	(138)
一、整式的乘法	(138)
7.1 同底数幂的乘法	(138)
7.2 幂的乘方与积的乘方	(140)
7.3 单项式的乘法	(144)
7.4 单项式与多项式相乘	(147)
7.5 多项式的乘法	(149)
二、乘法公式	(152)
7.6 平方差公式	(152)

(788)	7.7 完全平方公式	(155)
(182)	7.8 立方和与立方差公式	(158)
	三、整式的除法	(161)
	7.9 同底数幂的除法	(161)
(183)	7.10 单项式除以单项式	(164)
(183)	7.11 多项式除以单项式	(166)
	本章知识结构	(168)
	本章复习题	(169)
	本章自我检测题	(171)

几何部分

第一章 线段、角	(173)
一、直线、射线、线段	(173)
1.1 直线	(173)
1.2 射线、线段	(175)
1.3 线段的比较和画法	(178)
二、角	(182)
1.4 角	(182)
1.5 角的比较	(184)
1.6 角的度量	(187)
1.7 角的画法	(191)
本章知识结构	(194)
本章复习题	(194)
本章自我检测题	(197)
第二章 相交线、平行线	(199)
一、相交线	(199)
2.1 相交线、对顶角	(199)
2.2 垂线	(202)
2.3 同位角、内错角、同旁内角	(206)
二、平行线	(210)
2.4 平行线及平行公理	(210)
2.5 平行线的判定	(212)
2.6 平行线的性质	(216)
2.7 空间里的平行关系	(219)
三、命题、定理、证明	(220)
2.8 命题	(220)
2.9 定理与证明	(224)
本章知识结构	(227)

(187)	本章复习题	(227)
(188)	本章自我检测题	(231)

参考答案

(189)	代数部分	(234)
(190)	几何部分	(250)
(191)		
(192)		
(193)		
(194)		
(195)		
(196)		
(197)		
(198)		
(199)		
(200)		
(201)		
(202)		
(203)		
(204)		
(205)		
(206)		
(207)		
(208)		
(209)		
(210)		
(211)		
(212)		
(213)		
(214)		
(215)		
(216)		
(217)		
(218)		
(219)		
(220)		
(221)		
(222)		
(223)		
(224)		
(225)		
(226)		
(227)		
(228)		
(229)		
(230)		
(231)		
(232)		
(233)		
(234)		
(235)		
(236)		
(237)		
(238)		
(239)		
(240)		
(241)		
(242)		
(243)		
(244)		
(245)		
(246)		
(247)		
(248)		
(249)		
(250)		

附录

(178)	附录一	
(179)	附录二	
(180)	附录三	
(181)	附录四	
(182)	附录五	
(183)	附录六	
(184)	附录七	
(185)	附录八	
(186)	附录九	
(187)	附录十	
(188)	附录十一	
(189)	附录十二	
(190)	附录十三	
(191)	附录十四	
(192)	附录十五	
(193)	附录十六	
(194)	附录十七	
(195)	附录十八	
(196)	附录十九	
(197)	附录二十	
(198)	附录二十一	
(199)	附录二十二	
(200)	附录二十三	
(201)	附录二十四	
(202)	附录二十五	
(203)	附录二十六	
(204)	附录二十七	
(205)	附录二十八	
(206)	附录二十九	
(207)	附录三十	
(208)	附录三十一	
(209)	附录三十二	
(210)	附录三十三	
(211)	附录三十四	
(212)	附录三十五	
(213)	附录三十六	
(214)	附录三十七	
(215)	附录三十八	
(216)	附录三十九	
(217)	附录四十	
(218)	附录四十一	
(219)	附录四十二	
(220)	附录四十三	
(221)	附录四十四	
(222)	附录四十五	
(223)	附录四十六	
(224)	附录四十七	
(225)	附录四十八	
(226)	附录四十九	
(227)	附录五十	
(228)	附录五十一	
(229)	附录五十二	
(230)	附录五十三	
(231)	附录五十四	
(232)	附录五十五	
(233)	附录五十六	
(234)	附录五十七	
(235)	附录五十八	
(236)	附录五十九	
(237)	附录六十	
(238)	附录六十一	
(239)	附录六十二	
(240)	附录六十三	
(241)	附录六十四	
(242)	附录六十五	
(243)	附录六十六	
(244)	附录六十七	
(245)	附录六十八	
(246)	附录六十九	
(247)	附录七十	
(248)	附录七十一	
(249)	附录七十二	
(250)	附录七十三	

代数部分

第一章 代数初步知识

1.1 代数式

【学习要点】

1. 本节是学习代数的开始,通过已接触过的用字母表示数,引入了代数式的概念.

(1) 代数式是指用基本的运算符号(如加、减、乘、除以及以后要学的乘方、开方)把数和表示数的字母连接而成的式子.单独的一个数或一个字母也是代数式.

(2) 代数要研究数量之间的关系,用字母表示数可以给这种研究带来方便.要简明地表示数量之间的关系,常常会用到代数式.所以本章是学习代数的基础.

(3) 小学算术中数与数之间的关系是具体数字之间的关系.用字母表示数之后,则从这种特殊的、具体的数变为一般的、抽象的数.这样就能简明、扼要地表达出数量之间的关系.

2. 学习了本节,应学会用代数式表示一些简单的数量关系,并能说出一个代数式所表示的数量关系.

【学习指导】

1. 用字母表示数有什么好处?

(1) 用字母表示数可以把学过的运算律简明地表示出来.例如: $3+4=4+3$, $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}=\frac{2}{3}+\frac{1}{2}$.如果用两个字母 a 、 b 分别表示任意两个数,则上面的式子可以概括为 $a+b=b+a$,这就把加法交换律简明地表示出来了.

(2) 用字母表示数能把数量关系普遍、简明地表示出来.例如:长方形的长是4米,宽是2米,面积是 $4\times 2=8$ 平方米;长方形的长是 $\frac{1}{2}$ 米,宽是0.2米,面积是 $\frac{1}{2}\times 0.2=0.1$ 平方米.如果用 a 、 b 、 s 分别表示长方形的长、宽和面积,就有 $s=a\cdot b$,这就是计算长方形的面积公式.

2. 用字母表示数,应该注意哪些问题?

(1) 数与字母相乘或字母与字母相乘时,通常把乘号简写成“ $\cdot$ ”,或者省略不写.如 $3\times a$ 可写成 $3\cdot a$ 或 $3a$.数字因数写在字母因数的前面.如 $b\times 2$ 写成 $2b$,而不写面 $b\cdot 2$ 或 $b2$.数字与数字相乘一般仍用“ $\times$ ”号,不能简写作“ $\cdot$ ”或省略不写.

(2) 相同字母的积,如 $a\times a$ 写成 a^2 , $a\times a\times a$ 写成 a^3 .

(3) 除法运算的结果一般写成分数的形式,如 $a\div 2$ 写成 $\frac{a}{2}$.

(4) 在同一问题中,不同意义的量(量指有单位的数),要用不同的字母表示.如长方形的长和宽的意义不同,就应当用不同的字母表示,长用 a 表示,宽就用 b 表示,以示区别.

【例题解析】

例1 填空题:

(1) 某校每班有40个学生,10个班共有400人, n 个班级共有 $40n$ 人.

(2) 圆的半径是 $R\text{cm}$, 则圆的周长是 _____ cm .

(3) 甲、乙两地相距 100 公里, 乘车每小时行 v 公里, 则需 _____ 小时可以到达目的地.

(4) a 元人民币存入银行, 年利率为 10%, 则一年后本息共有 _____ 元.

解 (1) $40 \times 10, 40n$ (2) $2\pi R$ (3) $\frac{100}{v}$ (4) $a(1+10\%)$

注 用代数式表示给出的数量关系时, 要注意:

(1) 正确处理乘号的简写与略写. 数与字母相乘、字母与数相乘, 乘号“ $\times$ ”可以写作“ $\cdot$ ”或者省略不写. 如第(1)题写成 $40 \cdot n$ (或 $40n$), 第(2)题写成 $2\pi R$. 但数字与数字相乘, 乘号仍应写成“ $\times$ ”, 以免误解.

(2) 数与字母相除、字母与字母相除, 最后结果应当用分数线代替除号, 写成分数形式. 如第(3)题写成 $\frac{100}{v}$, 而不写成 $100 \div v$.

(3) 括号能改变运算顺序, 应注意第(4)小题的正确表示法.

例 2 说出下列代数式的意义

(1) $5x+1$ (2) $5(x+1)$ (3) $(a-b)^2$ (4) a^2-b^2 (5) $\frac{n-1}{n+1}$

解 (1) $5x+1$ 的意义是 x 的 5 倍与 1 的和. (2) $5(x+1)$ 的意义是 x 与 1 的和的 5 倍或说成 5 与 $(x+1)$ 的积. (3) $(a-b)^2$ 的意义是 a 与 b 的差的平方. (4) a^2-b^2 的意义是 a 与 b 的平方差. (5) $\frac{n-1}{n+1}$ 的意义是 $(n-1)$ 除以 $(n+1)$ 的商, 或 $(n-1)$ 比 $(n+1)$.

注 1. 代数式的读法没有统一规定, 只要能正确表达出其意义, 简明而又不会引起误会. 如“ $5x+1$ ”可以读成“ x 的 5 倍与 1 的和”, 也可以读成“ x 的 5 倍加上 1”.

2. 对有括号的代数式也可读出括号来, 如 $5(x+1)$ 可以读成“5 乘以括号 $x+1$ ”.

3. 要弄清一些习惯的读法. 如“ a 与 b 的差的平方”与“ a 与 b 的平方差”分别表示两个运算顺序不同的式子: $(a-b)^2$ 和 a^2-b^2 , 不能混淆.

例 3 下列各式中, 符合代数式书写要求的是

(A) $2\frac{1}{3}ab^2$ (B) $a \cdot b \div c^2$ (C) $\frac{y}{x}$ (D) $mn \cdot 2$

分析 带分数与字母相乘时, 应把带分数化成假分数, 如(A)应写成 $\frac{7}{3}ab^2$; 含有除法的式子, 应该用分数线代替除号, 所以(B)应写成 $\frac{ab}{c^2}$; 数字与字母相乘, 数字因数应该写在前面, 所以(D)应写成 $2mn$; 只有(C)是符合代数式的书写要求的.

【练习与思考】

(A 组)

1. 填空题:

(1) 甲组人数比乙组人数多 5 人, 若甲组有 a 人, 则乙组有 _____ 人.

(2) 长 m 米, 宽 n 米的房间面积是 _____ 平方米.

(3) 浓度为 10% 的盐水溶液 a 克, 其中含盐 _____ 克, 含水 _____ 克.

(4) 长方形的宽为 20cm, 宽比长少 8cm, 这个长方形的长是 _____ cm, 周长是 _____.

(5) a 千克面粉的售价为 x 元, 5 千克面粉的售价是 _____ 元.

(6) 一种稻谷碾成米以后重量要减少 25%, 则 m 千克稻谷碾成米后米的重量是 _____ 千克.

(7) 一艘船在静水中的速度是 12 千米/小时, 水流的速度是 3 千米/小时, 该船逆水航行 t 小时, 共行了 _____ 千米. 这段路程如顺水航行则需用 _____ 小时.

(8) 某班级有女同学 b 人, 女生比男生多 5 人, 则该班共有 _____ 人.

2. 选择题:

(1) 在式子 $3, \frac{1}{2}ab, s=vt, 3k+2, b^2$ 中, 代数式的个数是 _____ ()

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

(2) 下列各式中符合代数式的书写要求的是 _____ ()

(A) $m \cdot 2n$ (B) $6a \div bc$ (C) $3a \cdot 5$ (D) $\frac{b}{a}$

(3) 用代数式表示: “ a, b 两数之积与 c 的和的平方”应为 _____ ()

(A) $(ab+c)^2$ (B) $ab+b^2$ (C) $(a+b)c^2$ (D) $[(a+b)c]^2$

(4) 用代数式表示: “ a 与 5 的差的一半”是 _____ ()

(A) $a-5 \times \frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{2}a-5$ (C) $\frac{1}{2}(a-5)$ (D) $a-5 \frac{1}{2}$

3. 说出下列代数式的意义

(1) a^2-1 : _____

(2) $3x+5$: _____

(3) $x(x-2)$: _____

(4) $\frac{a}{b}+c$: _____

(5) $(2a)^2$: _____

(6) $\frac{a}{2b}$: _____

(B 组)

1. 用字母表示乘法对于加法的分配律.

2. 说出下列各题中两个代数的不同意义:

(1) x^3+y^3 和 $(x+y)^3$ (2) $a+b^2$ 和 $(a+b)^2$

3. 三个连续整数的中间一个是 n , 写出其余两个整数.

4. 三个连续偶数的中间一个是 $2n$, 写出其他两个偶数.

1.2 列代数式

【学习要点】

本节主要学习如何把实际问题中的数量关系用代数式表示出来.

【学习指导】

列代数式是本章的一个重点, 也是以后进一步学习公式、方程、不等式、函数等代数知识的基础, 必须认真学习掌握.

那么怎么样才能正确地列代数式呢?

(1) 要弄清一些概念. 怎么用代数式来表示, 如“和”、“差”、“积”、“商”、“倍”、“几分之

几”、“除”、“除以”等等.

(2) 要掌握一些简单的数量关系的表示法. 如“比一个数大多少”用“加”, “一个数的几倍”用“乘”等等.

(3) 要弄清几种规定的记法. 如 a 的平方记作 a^2 , $b(b \neq 0)$ 的倒数记作 $\frac{1}{b}$.

(4) 要注意运算顺序, 正确使用括号.

(5) 严格按照用字母表示数的几点要求办.

【例题解析】

例 1 用代数式表示

(1) a 的 $\frac{1}{2}$ 与 b 的和的 3 倍; (2) a, b 两数和的 2 倍; (3) a 的倒数与 b 的平方的差; (4) a, b 两数和的 $1\frac{1}{2}$ 倍除以比 a, b 的积少 1 的数.

分析 (1) 这个句子中有 3 个“的”字, 把句子分成三段, 其中“ a 的 $\frac{1}{2}$ ”, 记作 $\frac{1}{2}a$, 它“与 b 的和”记作“ $\frac{1}{2}a + b$ ”, 这个“和的 3 倍”记作 $3(\frac{1}{2}a + b)$, 故全句可表为 $3(\frac{1}{2}a + b)$. 其他各句可仿此表出.

解 (1) $3(\frac{1}{2}a + b)$ (2) $2(a + b)$ (3) $\frac{1}{a} - b^2$ (4) $\frac{\frac{3}{2}(a + b)}{ab - 1}$

注 (1) 列代数式, 一般可按题中语言叙述的顺序按先读先写列出代数式, 如 (2) 可先写出 a 与 b 的和: $a + b$, 再写成 2 倍, 即 $2(a + b)$.

(2) 用通常语言表达问题中的数量关系时, 句子中常常会出现一些“的”字. 列代数式时, 可抓住这些“的”字, 把全句分成几个层次, 逐层分析, 一步步列出代数式.

例 2 三个连续整数, 中间一个为 m , 试用代数式表示另外两个整数.

解 另两个整数, 一个比 m 小 1, 一个比 m 大 1, 故可分别用代数式表示为: $m - 1$ 和 $m + 1$.

例 3 用代数式表示

(1) 两数之和等于 15, 若其中一个数为 x , 求这两数的积;

(2) 被 7 除商 m 余 2 的数; (3) 被 2 整除得 n 的数.

解 (1) $x(15 - x)$ (2) $7m + 2$ (3) $2n$

注 (1) 本例的各小题需考虑加法与减法、乘法与除法的逆运算关系, 并从整除的意义出发, 才能列出代数式.

(2) 小学里学习过偶数和奇数, 偶数可以表示为 $2n$, 奇数可以表示为 $2n + 1$ (其中 n 为任何整数). 这种表示法今后经常要用到.

例 4 一个两位数, 其十位上的数字是个位上的数字的 3 倍. 如果十位上的数字是 x , 则这个两位数可表示为

(A) $3x + x$ (B) $x + \frac{1}{3}x$ (C) $10x + \frac{x}{3}$ (D) $30x + x$

分析 在十进制数中, 一个两位数等于十位上的数字 $\times 10$ 加个位上的数字. 题中的十位数字是 x , 是个位数字的 3 倍, 所以个位数字是 $\frac{x}{3}$, 因此这个数字可以表示为 $10x + \frac{x}{3}$.

解 应选(C).

【练习与思考】

(A组)

1. 用代数式表示:

(1) x 的平方的 2 倍与 x 的倒数的和; (2) a, b 两数之和乘以这两数之差; (3) x 与 y 的差除以 a 的商; (4) x 的 $1\frac{4}{5}$ 倍与 $\frac{1}{2}$ 的差.

2. 选择题:

(1) 数 a 的 $\frac{3}{5}$ 的倒数可表示为

(A) $\frac{3}{5a}$ (B) $\frac{5}{3a}$ (C) $\frac{5}{3}a$ (D) $\frac{3}{5}a$

(2) 两个数的积为 $x+1$, 其中一个数为 x , 则另一个数是

(A) 1 (B) x (C) $x(x+1)$ (D) $\frac{x+1}{x}$

(3) “比 x 的平方的 $\frac{3}{4}$ 小 100 的数”用代数式表示是

(A) $\frac{3}{4}x^2+100$ (B) $100-\frac{3}{4}x^2$ (C) $\frac{3}{4}x^2-100$ (D) $x^2-\frac{3}{4}\times 100$

(4) 代数式 $\frac{a-3}{b}$ 表示

(A) a 减去 3 除以 b 所得的商 (B) a 除以 b 减去 3 所得的商
(C) a 与 3 的差除以 b 所得的商 (D) b 除 a 减去 3 所得的商

(B组)

1. 一件工作, 甲单独做 x 天完成, 乙单独做 y 天完成. 甲、乙合作一天可完成多少? 合作几天可以完成这件工作?

2. 食堂共储煤 x 吨, 计划每天用煤 y 吨, 可烧多少天? 实际每天比原计划节省 2 吨, 可多烧多少天?

3. 某班有学生 50 人, 其中男生 m 人, 女生有多少人? 若男生平均成绩为 82 分, 女生的平均成绩为 80 分, 求全班的平均成绩是多少.

4. 三个连续整数, 中间一个能被 3 整除, 试用代数式表这三个整数, 并说明这三个数的和能否被 3 整除.

5. 选择题:

(1) “与 a 的差是 b 的数”用代数式表示是

(A) $a+b$ (B) $a-b$ (C) $b-a$ (D) $2b$

(2) “与 $x-1$ 的积是 25 的数”用代数式表示是

(A) $25(1-x)$ (B) $25(x+1)$ (C) $25(x-1)$ (D) $\frac{25}{x-1}$

(3) 三个连续偶数, 如果中间一个是 k , 则另两个用 k 的代数式表示是

(A) $k-1, k+1$ (B) $2k-1, 2k+1$ (C) $k-2, k+2$ (D) $2k-2, 2k+2$

(4) 某工厂有煤 m 吨, 计划每天用煤 n 吨, 实际每天节约用煤 b 吨, 节煤后可以多用

(A) $(\frac{m}{n+b}-\frac{m}{n})$ 天 (B) $(\frac{m}{n}-\frac{m}{n-b})$ 天

(C) $(\frac{m}{n} - \frac{m}{n+b})$ 天

(D) $(\frac{m}{n-b} - \frac{m}{n})$ 天

1.3 代数式的值

【学习要点】

1. 本节的主要内容是代数式的值的有关概念及求代数式的值的方法.

(1) 代数式的值是指用指定数值代替代数式里的字母,并按照代数式指定的运算计算出的结果.

(2) 求代数式的值分两步进行;

一“代入”(即用指定的数值代替代数式中相应的字母)

二“计算”(即按照代数式中指定的运算,计算出结果)

2. 学习本节以后,要会正确求代数式的值.

【学习指导】

1. 怎样才能正确地求代数式的值呢?

要正确地求出代数式的值,必须把握好求值的两步要求.在“代入”时,必须用指定的数值去代替代数式中相应的字母.千万不能代错.尤其当代数式里有多个字母,不能混淆代错.在“计算”时,要注意按代数式指明的运算进行,既要分清运算的种类,又要注意运算顺序.

2. 一个代数式的值是由代数式里字母所取的值确定的.代数式里字母的值变了,那么代数式的值也就随之而变.

【例题解析】

例1 求 $x = \frac{1}{2}, y = 3$ 时,代数式 $\frac{x+y}{xy-1}$ 的值.

解 当 $x = \frac{1}{2}, y = 3$ 时, $\frac{x+y}{xy-1} = \frac{\frac{1}{2}+3}{\frac{1}{2} \times 3 - 1} = \frac{\frac{7}{2}}{\frac{3}{2} - 1} = \frac{\frac{7}{2}}{\frac{1}{2}} = 7$

注 代入计算时要注意:(1)代数式中省写的乘号,当字母用数值代入时,要补上.(2)代入时,数字与运算符号都不变.

例2 当 $a = \frac{4}{3}, b = 5$ 时,求下列代数式的值.

(1) $a^2 + b$ (2) $(a+b)^2$ (3) $\frac{1}{a} + b^2$

解 当 $a = \frac{4}{3}, b = 5$ 时

(1) $a^2 + b = (\frac{4}{3})^2 + 5 = \frac{16}{9} + 5 = \frac{61}{9}$

(2) $(a+b)^2 = (\frac{4}{3} + 5)^2 = (\frac{19}{3})^2 = \frac{361}{9}$

(3) $\frac{1}{a} + b^2 = \frac{3}{4} + 25 = \frac{103}{4}$

注 求代数式的值时,必须按代数式指定的运算顺序进行计算.如第(1)小题中应先计算 a^2 ,并且代入的值是分数时,要加括号,再与 b 相加.而第(2)小题中应先求 a 与 b 的和,再平方.

【练习与思考】

(A组)

1. 填表:

x	0	$\frac{2}{3}$	1	$1\frac{1}{3}$	2	a
x^2						
x^2+1						
$(x+1)^2$						

2. 当 $x=3, y=\frac{1}{2}, z=2$ 时, 求下列各代数式的值.

(1) $x+y-z$ (2) $x^2+y^2+z^2-xyz$ (3) $\frac{x}{y+z}$

3. x 取下列各值时, 求代数式 x^2-3x+4 的值.

(1) $x=5$ (2) $x=1$ (3) $x=\frac{3}{2}$ (4) $x=0.6$

4. 浓度为 15% 的盐水 m 克与浓度为 20% 的盐水 n 克混合以后, (1) 用代数式表示总共含盐多少克? (2) 当 $m=200$ 克, $n=300$ 克时, 含有多少克盐?

5. 一个两位数的十位数字是 a , 个位数字比十位数字小 5, (1) 用代数式表示这个两位数. (2) 当 $a=7$ 时, 求这个两位数.

(B组)

1. 已知 $y=x^2-x$, 求当 $x=3$ 时, 代数式 $y^2-\frac{y}{x}$ 的值.

2. 已知 x 是最小的质数, y 是 x 的倒数, 求代数式 x^2-xy+y^2 的值.

3. 某车间第一个月产量为 a 册书, 每月平均增产 $x\%$.

(1) 用代数式表示三个月的总产量; (2) 当 $a=6000$ 册, $x=10$ 时, 求三个月的总产量.

4. 当 $x=$ 时, $30-(x-1)^2$ 有最大值, 最大值是.

5. 某车间一月份生产零件 m 个, 二月份的产量比一月份增加 25%, 三月份的产量是二月份的 $\frac{2}{3}$ 多 10 个.

(1) 用代数式表示该车间一季度的产量; (2) 当 $m=60$ 时, 求一季度的产量.

1.4 公式

【学习要点】

1. 本节是用字母表示数的具体应用. 在小学里已经学过不少有关面积、体积、工程、行程等实际问题的公式. 学了用字母表示数以后, 可以把公式用字母表示出来. 通过求代数式的值的方法来进行计算.

2. 学习本节要能解决两类问题. (1) 能利用公式解决某些具体计算问题; (2) 能利用学过的知识和已有的公式, 推导出一些新的简单公式. 如由路程公式 $s=vt$ 推导出时间公式 $t=\frac{s}{v}$; 由圆面积公式 $s=\pi R^2$, 推导出圆环面积公式 $s=\pi R^2-\pi r^2$.

【学习指导】

公式是用字母表示数的一类重要应用. 不仅在数学学科中, 而且将来在物理、化学学科中, 很多实际问题都要用到公式. (题 A)

那么公式和代数式有什么联系? 又有什么区别呢? 公式可以看成用等号联接起来的两个代数式. 如公式 $s=vt$, 它的左边和右边都是代数式. 公式和代数式的区别在于公式是一个等式, 而代数式则不是等式.

【例题解析】

例 1 梯形上底为 a , 下底为 b , 高为 h , 面积为 S .

(1) 写出梯形面积公式;

(2) 当 $a=10\text{cm}$, $b=20\text{cm}$, $h=6\text{cm}$ 时, 求梯形的面积;

(3) 把梯形面积公式变形. 用含 b, h, S 的代数式表示 a ;

(4) 当 $b=30\text{cm}$, $h=2.5\text{cm}$, $S=50\text{cm}^2$ 时, 求 a 的值.

解 (1) 梯形面积公式 $S = \frac{(a+b)h}{2}$;

(2) 当 $a=10\text{cm}$, $b=20\text{cm}$, $h=6\text{cm}$ 时, $S = \frac{(10+20) \times 6}{2} = 90(\text{cm}^2)$;

(3) 由公式 $S = \frac{(a+b) \cdot h}{2}$ 得 $2S = (a+b) \cdot h$, $a+b = \frac{2S}{h}$, $\therefore a = \frac{2S}{h} - b$;

(4) 当 $b=30\text{cm}$, $h=2.5\text{cm}$, $S=50\text{cm}^2$ 时, $a = \frac{2 \times 50}{2.5} - 30 = 10(\text{cm})$.

注 梯形面积公式小学时已经学过. 第(2)小题在已知 a, b, h 的值时, 求代数式 $\frac{(a+b)h}{2}$ 的值, 即梯形面积 S ; 第(3)小题利用加与减、乘与除互为逆运算, 进行公式变形, 得到一个新的公式 $a = \frac{2S}{h} - b$, 这时如果知道 S, b, h 的值, 就可以求得上底 a 的值.

例 2 汽车离站 1.5 千米以后, 以每小时 v 千米的速度向前继续行驶.

(1) 写出汽车继续行驶 t 小时以后离开汽车站的距离公式.

(2) 利用公式, 求出当 $t=3$ 小时, $v=40$ 千米/小时时离开汽车站的距离.

解 (1) $s=vt+1.5$;

(2) 当 $t=3$ 小时, $v=40$ 千米/小时, $s=40 \times 3 + 1.5 = 121.5(\text{千米})$.

注 本题应借助于路程公式, 再根据题中给出的数量关系推导出距离公式. 实质上还是利用数量关系列代数式.

例 3 一个弹簧原来长度为 15cm. 当弹簧受到拉力 F 时(F 在一定范围内), 测得弹簧的长度 L 如下表:

拉力 $F(\text{kg})$	弹簧的长度 $L(\text{cm})$
1	15.5
2	16
3	16.5
4	17
.....	

(1) 写出用拉力 F 表示弹簧长度的公式;

(2) 利用上述公式, 求当弹簧受到 8 千克拉力时, 弹簧的长度 L .

分析 怎样用含拉力 F 的代数式来表示弹簧的长度 L 呢? 从表中数据看, 受到拉力后,

弹簧的长度都伸长了. 当拉力分别为 $1, 2, 3, 4 \cdots kg$ 时, 弹簧分别伸长 $0.5, 1, 1.5, 2 \cdots cm$, 即 $0.5 \times 1, 0.5 \times 2, 0.5 \times 3, 0.5 \times 4 \cdots cm$, 所以伸长的长度与 F 的关系是 $0.5F cm$, 再加上弹簧原有长度 $15cm$, 就得到公式 $L = 15 + 0.5F$

解 (1) $L = 15 + 0.5F$;

(2) 当 $F = 8kg$ 时, $L = 15 + 0.5 \times 8 = 19(cm)$. 答 (略)

注 本题和课本第 20 页的例 3 都是从一组数据中找出规律, 归纳成公式.

【练习与思考】

(A 组)

1. 填空题:

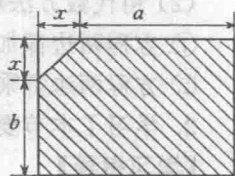
(1) 1993 年我国发行的三年期国库券的年利率为 12.52% . 买 a 元这种国库券, 一年后利息为 _____ 元.

(2) 三个连续整数的中间一个数是 $2n+1$, 则前面一个数是 _____, 后面一个数是 _____, 这三个数的平方和是 _____.

(3) 某项工程被一建筑队承包, 预计 10 天完成, 那么每天完成该工程的 _____; x 天完成了 _____; x 天后还剩下的工程量是 _____.

(4) 含铁 56% 的铁矿石 a 吨, 其中含铁 _____ 吨, 含杂质 _____ 吨, 当 $a = 200$ 时, 含铁 _____ 吨, 含杂质 _____ 吨.

2. 写出右图中阴影部分的面积公式, 并求出当 $a = 5, b = 3, x = 2$ 时阴影部分的面积.



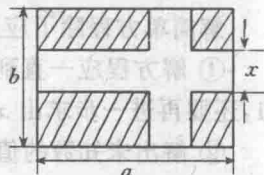
(第2题)

3. 工厂第一个月的产量为 a 吨化肥, 平均每月增产 $x\%$, 写出第二个月的产量 a_2 和第三个月的产量 a_3 的公式, 并指出当 $a = 500, x = 2$ 时, 第二个月和第三个月的产量.

4. 甲、乙两人分别以 a 千米/时和 b 千米/时的速度从相距 36 千米的两地同时相向而行. 写出表示 t 小时后两人之间距离 s 的公式, 并求出当 $a = 5$ 千米/时, $b = 4.5$ 千米/时, $t = 2$ 小时时两人之间的距离是多少千米?

(B 组)

1. 如右图, 在长方形的草坪上修筑一纵一横两条水泥路, 已知长方形的长为 a 米, 宽为 b 米, 水泥路的宽都是 x 米, 试写出修筑水泥路以后剩下的草坪面积 S 的公式, 并求出当 $a = 200$ 米, $b = 80$ 米, $x = 3$ 米时, 剩下的草坪面积 S 是多少平方米?



(第1题)

2. 已知公式 $a_n = a_1 + (n-1)d$.

(1) 试把公式变形, 写出表示 d 的公式;

(2) 当 $a_1 = 10, a_n = 30, n = 5$ 时, 求 d .

3. 汽车的油箱装满汽油 50 公升, 汽车每小时耗油 8 公升. 试写出汽车行驶 t 小时以后油箱内的剩油量 Q 的公式, 并求当 $t = 4$ 小时时, 剩油 Q 是多少公升?

4. 一个石子从高处由静止落下, 它落下的距离与时间有下面的关系:

时间 t (秒)	1	2	3	4	5	...
下落距离 h (米)	4.9×1	4.9×2^2	4.9×3^2	4.9×4^2	4.9×5^2	...