近代農業調查資料

27

南開大學中國社會史研究中心資料叢刊

鳳凰出版社

南開大學中國社會史研究中心資料叢刊

近代農業調查資料

27

鳳凰出版社

第二十七册

福建省農業改進處 研究報告第一號

多品種比較試驗之理論與實際

汪厥明 編

民國三十年

福建省農業改進處

研究報告第一號 ★ Research Bulletin No. 1 ★ 民國三十年七月 ★ July 1941

多品種比較試驗之理論與實際

汪厥明

THE PRINCIPLES AND PRACTICE OF MULTI-VARIETAL TRIALS

BY C. M. WANG

THE DEPARTMENT OF AGRICULTURE

FUKIEN PROVINCIAL GOVERNMENT

YUNGAN FUKIEN CHINA

福建省農業改進處印行

福建 永安

目　　次

多品種比較試驗之理論與實際

汪厥明

一 緒言

自Fisher教授發表變量分析法以來，應用於農業試驗，其貢獻極爲巨大。農業試驗所必需之圃場技術因此得以合理而明朗化。變量分析法之具體的應用於農事試驗，實始於1930年Fisher教授及耶適博士兩氏之著作(1)。其方法因此得以完善。邇來普遍於世界各地。所謂逢機區集法，與拉丁方格法，已爲農學界諸人所知。惟該兩法同有一種限制，所試驗之處理種數不宜過多，如其超過十個以上，則區集過大，土異混入誤差，效率低減。有違變量分析法之初衷。所幸普通農業處理，爲數不多，故普通場合，尙可應付。

然而作物品種比較試驗，尤在初年之比較試驗，品種之數往往數十乃至數百千。十個以上之品種比較試驗，毋寧爲通常之事。此時是否亦可應用逢機區集或拉丁方格法，實屬疑問。至少有若干困難。爲應付此種需要，英國Rothamsted農事試驗場Yates氏(6)於1936年發表多品種比較試驗法之後，坎拿大銹病研究所Goulden氏，更加以詳細說明而簡易化。於1937年發行單行本。並記於其著書公表於世(2)。兩氏所說之基礎理論當然相同。惟前者偏於理論。而後者則注重實際而已。故兩氏所說，可謂出於一轍。Yates氏將若干品種組爲一組，作爲因子，而以因子試驗方法說明之。故有擬似因子試驗（Pseudo-Factorial Experiment）之名。Yates氏之所以如此，或由說明之便利而起。惟對於未習因子試驗者，亦不免有難解之苦。故Yates氏之~~用意，未必常~~能達到。有時反爲人所敬而畏之。其實所謂擬似因子試驗，純用變量分析法亦可充分說明之。作者秉此方針，將Yates及Goulden兩氏之擬似因子試驗，加以分析，並將其不合理之處指出而糾正之，如農事試驗，庶幾因此而獲得正確之理論與方法，則作者幸甚矣。

再者，本文所用資料及符號，多數取材於Goulden氏著書(2)，一部分取法於Yates氏著書(6)。其餘一部出於自創，作者特於此對兩氏表示敬謝之意。

二　原理

變異之近代統計研究法，整個的根據於兩個前提，所有理論與方法，均由下列兩個前提出發：

（一）數個不同變異原因同時作用時，其所引起之效果，有代數的累加性。

（二）數個不同變異原因同時作用時，其所引起之效果，相互間毫無干涉。

根據上述前提，以分析統計資料，則分析過程，得因此而簡易。1931年 Irwin 氏(3)解釋變量分析之理論及應用，完全根據於上述兩個前提。1931年及 1936 年 Tippett氏(4)說明變量分析時，亦使用同一前提。1934年筆者亦曾根據上述前提著文(5)，查變量分析法，固爲 Fisher 氏之所創始。但對於其理論之說明，不若上述兩氏之平易而詳也。

今設有A及B兩變因，其作用之效果分別爲α，β。兩者同時作用之結果，實測得X；X之內容，除A，B變因之效果外，尚受誤差之影響。其效果以ξ表之。根據前提(一)，則 X有下列之內容：

$$X=\alpha+\beta+\xi \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

吾人測定多數個之X，其任何一個之內容組成，均與(1)式相合，今將每個X自乘總計之，則得：

$$S(X^2)=S(\alpha+\beta+\xi)^2=S(\alpha^2)+S(\beta^2)+S(\xi^2)+2S(\alpha\beta)+2S(\alpha\xi)+2S(\beta\xi)$$

根據前提(二)上式右邊之相乘積均等於零，所以

$$S(X^2)=S(\alpha^2)+S(\beta^2)+S(\xi^2) \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

由此可知，如 X 由 α，β 及 ξ 三項累加而成，則其平方之和，亦有相同之關係，即累加性是也。

(2)式之左右兩邊，再同以自由度N 除之則得：

$$\frac{S(X^2)}{N}=\frac{S(\alpha^2)}{N}+\frac{S(\beta^2)}{N}+\frac{S(\xi^2)}{N} \cdots\cdots\cdots\cdots (3a)$$

上式各項爲各個變因之變量，分別以Vx，Va，Vb及Vc代之，則得：

$$Vx=Va+Vb+Vc \cdots\cdots\cdots\cdots (3b)$$

由此又可知各變因有累加性，則其變量亦有相同之性質。如今吾人已明瞭變異性質及其統計的分析，再就多品種比較試驗之分析論之。爲簡便計，從最簡單的二元二霉擬似因子試驗說起。

三 多品種比較試驗

多品種比較試驗方法，約分三四種：

(一)二元二羣擬似因子試驗(Two Dimensional pseudo--Factorial Experiment with two Groups of Sets)

(二)二元三羣擬似因子試驗(Two Dimensional pseudo--Factorial Experiment with three Groups of Sets)

(三)三元三羣擬似因子試驗(Three Dimensional pseudo--Factorial Experiment with three Groups of Sets)等

爲其主要者，因一區集所包括一部分之品種，與普通區集包括全體品種者不同，前者名曰不完全區集(Incomplete Blocks)，後者名曰完全區集(Complete Blocks)。爲便於說明計，自簡單進至複雜，故先述二元二羣擬似因子試驗，吾人有正當理由將擬似因子試驗，改稱爲多品種比較試驗。

(一)二元二羣多品種比較試驗(The two dimensional Multi--varietal trials with two groups)

品種數適爲2,3,4,5,6……等之自乘數如4,9,16,25,36……等，一般說品種數爲 P^2，今設有9品種，本可用普通逢機區集法或拉丁方格法試驗之；但爲便利於說明計，以品種數爲9，各品種自第一號至第九號各記號數，將其分爲三組(Sets)，1,2,3;4,5,6;及7,8,9各爲一組，共三組，成爲一羣，名爲X羣；現又由X羣(Group X)各組取一品種共三品種，成爲一組，可得三組，另成一羣，名爲Y羣(Group Y)。

例如：

	GroupX	GroupY
	第一組 1, 2, 3	第一組 1, 4, 7
	第二組 4, 5, 6	第二組 2, 5, 8
	第三組 7, 8, 9	第三組 3, 6, 9

換言之，如3×3 Latin Squares之各行(Rows)爲X羣之各組，則其各列(Columns)爲Y羣之各組。現對各品種用二重記號法來區別，而在X羣之各試區以X，在Y羣者以Y表示之，則第一號品種在X羣之第一組，同時又屬於Y羣之第一組，則其記號爲11；前數字表示品種在X羣之組位次，後數字表示在Y羣之組位次，由此推論，第四品種屬於X羣之第二組，Y羣之第一組，故可以21表示之；全品種之排列如次：

	Group X				Group Y		
	(1)	(2)	(3)		(1)	(4)	(7)
第一組	11	12	13	第一組	11	21	31
	(4)	(5)	(6)		(2)	(5)	(8)
第二組	21	22	23	第二組	12	22	32
	(7)	(8)	(9)		(3)	(6)	(9)
第三組	31	32	33	第三組	13	23	33

一般之二重記號法，用uv表示之，u表示 Group X 之組位次，v 表示 Group Y 之組位次，(u=1,2,3 ·····P；v=1,2,3 ·····P)。各組之品種試區各設一區集。上述之例，一組有三品種，每品種植於一區，故一區集有三品種，即有三試區也。此等區集內之品種試區以及各區集在試驗地上之排列，均以逢機分布爲宜。今復以 9 品種爲例，各羣重複一次，列如表一：

各品種及各區集之逢機排列

1X	1Y	3Y	2X	3Y	3X	2Y	3X	2X	2Y	1X	1Y
(12)	(31)	(23)	(23)	(13)	(33)	(12)	(31)	(23)	(22)	(12)	(21)
(11)	(21)	(13)	(21)	(33)	(31)	(22)	(33)	(22)	(12)	(11)	(31)
(13)	(11)	(33)	(22)	(23)	(32)	(32)	(32)	(21)	(32)	(13)	(11)

表　一

現將各品種試區收量整理分別歸屬於其羣組如下：

各羣組及各品種收量整理之結果

				總計 $X_{u\cdot}$					總計 $Y_{u\cdot}$
	X_{11}	X_{12}	X_{13}	$X_{1\cdot}$		Y_{11}	Y_{12}	Y_{13}	$Y_{1\cdot}$
	X_{21}	X_{22}	X_{23}	$X_{2\cdot}$		Y_{21}	Y_{22}	Y_{23}	$Y_{2\cdot}$
	X_{31}	X_{32}	X_{33}	$X_{3\cdot}$		Y_{31}	Y_{32}	Y_{33}	$Y_{3\cdot}$
$X_{\cdot v}$	$X_{\cdot 1}$	$X_{\cdot 2}$	$X_{\cdot 3}$	$X_{\cdot\cdot}$	$Y_{\cdot v}$	$Y_{\cdot 1}$	$Y_{\cdot 2}$	$Y_{\cdot 3}$	$Y_{\cdot\cdot}$

				總計 $T_{u\cdot}$
	T_{11}	T_{12}	T_{13}	$T_{1\cdot}$
	T_{21}	T_{22}	T_{23}	$T_{2\cdot}$
	T_{31}	T_{32}	T_{33}	$T_{3\cdot}$
$T_{\cdot v}$	$T_{\cdot 1}$	$T_{\cdot 2}$	$T_{\cdot 3}$	$T_{\cdot\cdot}$

表　二

每個 Xuv 爲同品種之在X泵中之n個試區總收量。Yuv爲同一品種之在Y泵中之n個試區總收量。Tuv 爲兩泵中之同一品種總收量。

各泵之一個重複中之各區集，因所有品種各不相同。故區集地力與在其中之品種產力混合一處，互不對等（non-orthogonal）。又泵與泵對照，區集既相異，區集中所有品種亦非全同。品種之總收量，如不加以改正，因所處環境之差異，不能作兩品種產力之公平的比較。於是Yates氏提倡改正法。其改正法沿用Goulden氏之符號，則如次：

$$2ntuv = Tuv + \frac{1}{p}(X{\cdot}v - Y{\cdot}v) + \frac{1}{p}(Yu{\cdot} - Xu{\cdot}) \qquad (4)$$

式中符號大部分已經說明，n爲重複所到之次數。tuv爲改正後之品種產量。

變量分析祇有區集，品種及誤差之三種，如總平方和，區集平方和及品種平方和均經算出，則誤差平方和亦可估出。其自由度如次：

變異原因	自由度之公式	設n=2，p=3	設n=2，p=5
區集（Blocks）	$2np-1$	11	19
品種（Varieties）	P^2-1	8	24
誤差（Error）	$(P-1)(2np-p-1)$	16	56
總計（Total）	$2np^2-1$	35	99

表　三

區集平方和之估算：Yates及Goulden兩氏之法如次：

$$\text{區集：}\frac{1}{p}\left\{\sum({}_1Xu{\cdot}^2+\cdots+{}_nXu{\cdot}^2)+\sum({}_1Y{\cdot}v^2+\cdots+{}_nY{\cdot}v^2)\right\}$$

$$-\sum({}_1Xu{\cdot}+\cdots+{}_nXu{\cdot}+{}_1Y{\cdot}v+\cdots+{}_nY{\cdot}v)^2/2np^2 \qquad (5)$$

Yates 氏用$\bar{X}u{\cdot}$及$\bar{y}{\cdot}v$，Goulden氏用$Xu{\cdot}$及$Y{\cdot}v$表示，而筆者則用${}_1Xu{\cdot}\cdots{}_nXu{\cdot}$；${}_1Y{\cdot}v\cdots{}_nY{\cdot}v$，以其最爲便利故也。左脚註1，2…n 所以表各泵之第一，第二…第n重複，所用符號雖不相同，而計算原理與結果則全相同。

品種平方和之估算：Yates及Goulden兩氏所用公式，外觀不同而其原理則一。其屬於Goulden氏方面者則如次：

$$\text{品種：}\sum(Tuv^2)/2n+\sum(Xu{\cdot}-Yu{\cdot})^2/2np+\sum(X{\cdot}v-Y{\cdot}v)^2/2np$$

$$-(X_{\cdot\cdot}-Y_{\cdot\cdot})^2/2np^2-\left\{\sum(Xu{\cdot}^2)+\sum(Y{\cdot}u^2)\right\}/np \qquad (6)$$

原理的檢討：多品種比較試驗中所包括之變因，並不甚複雜．僅有品種（τ）地力（b）及誤差（ξ）等三種而已．故產量之變異值（X），根據（一）及（二）前提則

$$\left.\begin{aligned} &X=\tau+b+\xi \cdots\cdots (a)\\ &\sum(X^2)=\sum(\tau^2+b^2+\xi^2)=\sum(\tau^2)+\sum(b^2)+\sum(\xi^2)\cdots\cdots (b)\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(7)$$

各個因子可以分別提出討論，今關於上述試驗，單就品種及地力，而對於誤差可暫置不說．

品種產量改正：先就品種產量改正論之．於式（4）中任何一品種產量Tuv其內容如次：

$$Tuv={}_1Xuv+\cdots+{}_nXuv+{}_1Yuv+\cdots+{}_nYuv$$

$$=2n\tau uv+{}_1xbu\cdot+\cdots+{}_nxbu\cdot+{}_1yb\cdot v+\cdots+{}_nyb\cdot v+\sum(E.T.)\cdots\cdots(8)$$

式中τuv為第uv個品種真正產力；${}_1xbu\cdot\cdots\cdots{}_nxbu\cdot$ 及 ${}_1yb\cdot v\cdots\cdots{}_nyb\cdot v$等分別為X羣之第一乃至第n重複之第u·區集地力，及Y羣之第一乃至第n重複之第·v區集地力（X,Y 之左邊脚註1,2…,n即指第一，第二……第n重複也）．$\sum$(E.T.)（=Error terms）指有關之誤差也．

$$(X\cdot v-Y\cdot v)=\sum_1^p({}_1xbu\cdot+\cdots+{}_nxbu\cdot)-p({}_1yb\cdot v+\cdots+{}_nyb\cdot v)+\sum(E.T.)$$

$$(Yu\cdot-Xu\cdot)=\sum_1^p({}_1yb\cdot v+\cdots+{}_nyb\cdot v)-p({}_1xbu\cdot+\cdots+{}_nxbu\cdot)+\sum(E.T.)$$

$$\because\ gx=\frac{1}{np}\sum_1^p({}_1xbu\cdot+\cdots+{}_nxbu\cdot);\quad gy=\frac{1}{np}\sum_1^p({}_1yb\cdot v+\cdots+{}_nyb\cdot v)$$

$$\sum_1^p({}_1xbu\cdot+\cdots+{}_nxbu\cdot)=npgx;\quad \sum_1^p({}_1yb\cdot v+\cdots+{}_nyb\cdot v)=npgy$$

$$\therefore\ \frac{1}{p}\left\{(X\cdot v-Y\cdot v)+(Yu\cdot-Xu\cdot)\right\}=n(gx+gy)-({}_1xbu\cdot+\cdots+{}_nxbu\cdot+{}_1yb\cdot v+\cdots+{}_nyb\cdot v)+\sum(E.T.)$$

$gx+gy=2\bar{g}$，則　$n(gx+gy)=2n\bar{g}$（$\bar{g}$為全試驗地力之平均）

$$2ntuv=2n(\tau uv+\bar{g})+\sum(E.T.)\cdots\cdots(9)$$

觀（9）式經改正之品種產量內容，除自身產力（τuv）之外，尚有全試驗地之平均地力（$\bar{g}$）及誤差兩項．誤差有標差可以處理之，可暫置不說．其全試驗平均地力，在該試驗範圍內爲恆定之數，故經改正之品種產量比較，已將各品種置於同一水平上，比較其真正實力．其情形與鬥拳師之比賽，必須以等身重量者爲比賽對手者無異．其改正方法不能不說已甚巧妙之能事矣．此種改正之結果與普通逢機區集法及拉丁方格法者相同，惟手續較煩耳．在普通逢機區集法與拉丁方格法．當將各區集內之同一品種試區收量相加，即得改正之效果故也．

$$2ntuv=Tuv=2n(\tau uv+\bar{g})+\sum(E.T.) \quad \cdots\cdots(10)$$

區集平方和之內容：式（5）中根據上述二前提則爲

$$\frac{1}{p}\sum({}_1Xu\cdot^2+\cdots+{}_nXu\cdot^2)=\left\{n\sum_1^p\Big(\sum_{u1}^{up}\tau uv\Big)^2+p^2\Big(\sum_1^p{}_1xbu\cdot+\cdots+\sum_1^p{}_nxbu\cdot\Big)^2\right\}/p+\sum(E.^2T.)$$

$$=np\sum_1^p\bar{\tau}\cdot u^2+p\Big(\sum_1^p{}_1xbu\cdot^2+\cdots+\sum_1^p{}_nxbu\cdot^2\Big)+\sum(E.^2T.)$$

$$\frac{1}{p}\sum({}_1Y\cdot v^2+\cdots+{}_nY\cdot v^2)=\left\{n\sum_1^p\Big(\sum_{1v}^{pv}\tau nv\Big)^2+p^2\sum_1^p{}_1yb\cdot v^2+\cdots+\sum_1^p{}_nyb\cdot v^2)\right\}/p+\sum(E.^2T.)$$

$$=np\sum_1^p\bar{\tau}\cdot v^2+p\Big(\sum_1^p{}_1yb\cdot v^2+\cdots+\sum_1^p{}_nyb\cdot v^2\Big)+\sum(E.^2T.)$$

$$\because \sum_{u1}^{up}\tau uv=p\bar{\tau}u\cdot\ ; \quad \sum_{1v}^{pv}\tau uv=p\bar{\tau}\cdot v\ ;$$

$$\frac{1}{p}\Big(\sum_{1p}^{up}\tau uv\Big)^2=p\bar{\tau}u\cdot^2\ ; \quad \frac{1}{p}\Big(\sum_{1v}^{pv}\tau uv\Big)^2=p\bar{\tau}\cdot v^2$$

式內$\bar{\tau}u\cdot$及$\bar{\tau}\cdot v$分別爲第u區集及第v區集內p個品種之平均產力。

$$\Big(\sum{}_1Xu\cdot+\cdots+\sum{}_nXu\cdot+\sum{}_1Y\cdot v+\cdots+\sum{}_nY\cdot v\Big)^2/2np^2=2np^2(\bar{\tau}^2+\bar{g}^2)+\sum(E.^2T.)$$

$$\therefore \left\{\sum({}_1Xu\cdot^2+\cdots+{}_nXu\cdot^2)+\sum({}_1Y\cdot v^2+\cdots+{}_nY\cdot v^2)\right\}/p$$

$$-\Big(\sum{}_1Xu\cdot+\cdots+\sum{}_nXu\cdot+\sum{}_1Y\cdot v+\cdots+\sum{}_nY\cdot v\Big)^2/2np^2$$

$$=\left\{\Big(np\sum_1^p\bar{\tau}u\cdot^2+np\sum_1^p\bar{\tau}\cdot v^2\Big)-2np^2\bar{\tau}^2\right\}$$

$$+\left\{p\Big(\sum_1^p{}_1xbu\cdot^2+\cdots+\sum_1^p{}_nxbu\cdot^2+\sum_1^p{}_1yb\cdot v^2+\cdots+\sum_1^p{}_nyb\cdot v^2\Big)-2np^2g^2\right\}$$

$$+\sum(E.^2T.) \quad \cdots\cdots(11)$$

觀（11）式除第二大括弧內之純土異平方和之外，尚有第一大括弧內之品種區集平均對總平均之平方和。該平方和實係品種平方和之一部份。蓋因

$$S(\tau uv-\bar{\tau}_{..})^2=\left\{S(\tau uv-\bar{\tau}\cdot v)^2\right\}+\left\{S(\bar{\tau}u\cdot-\bar{\tau}_{..})^2+S(\bar{\tau}\cdot v-\bar{\tau}_{..})^2\right\}$$

$$=2n\sum_{11}^{pp}(\tau uv-\bar{\tau}_{..})^2=\left\{n\sum_{u=1}^{u=p}\sum_{u1}^{up}(\tau uv-\bar{\tau}u\cdot)^2+n\sum_{v=1}^{v=p}\sum_{1v}^{pv}(\tau uv-\bar{\tau}\cdot v)^2\right\}$$

$$+\left\{np\sum_1^p(\bar{\tau}u\cdot-\bar{\tau}_{..})^2+np\sum_1^p(\bar{\tau}\cdot v-\bar{\tau}_{..})^2\right\} \quad \cdots\cdots(12)$$

之故也。上式中，右邊第二大括弧內之項，與（11）式中右側第一大括弧者，完全相等。由此可

知，按 Yates 及Goulden 兩氏之方法，所求得之區集平方和，實則包含真正土異平方和及品種平方和之一部份。常較以適當方法所求得者為大，不足以代表土異平方和也。

品種平方和之內容：Yates及Goulden之公式可分為五部。今逐一分析如下：

$$\sum(Tuv^2)/2n=2n\sum\tau uv^2+P\sum({}_1xbu\cdot+\cdots+{}_nxbu\cdot+{}_1yb\cdot v+\cdots+{}_nyb\cdot v)^2/2n+\sum(E.^2T.)$$

$$=2n\sum\tau^2uv+P\sum({}_1xbu\cdot+\cdots+{}_nxbu\cdot+{}_1yb\cdot v+\cdots+{}_nyb\cdot v)+\sum(E.^2T.)\cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

$$\sum(Xu\cdot-Yu\cdot)^2/2np=P^2\sum({}_1xbu\cdot+\cdots+{}_nxbu\cdot)^2/2np+np^2g^2y/2np$$

$$+\sum(E.^2T\cdot)=P\sum({}_1xbu\cdot^2+\cdots+{}_nxbu\cdot^2)/2n+np^2g^2x/2+\sum(E.^2T.)$$

$$\sum(X\cdot v-Y\cdot v)^2/2np=P\sum({}_1yb\cdot u^2+\cdots {}_nyb\cdot v^2)/2n+np^2g^2x/2+\sum(E.^2T.)$$

$$\sum(Xu\cdot-Yu\cdot)^2/2np+\sum(X\cdot v-Y\cdot v)^2/2np=\frac{1}{2np}\{\sum(Xu\cdot-Yu\cdot)+\sum(X\cdot v-Y\cdot v)\}^2$$

$$=\frac{P}{2n}\sum({}_1xbu\cdot^2+\cdots+{}_nxbu\cdot^2+{}_1yb\cdot v^2+\cdots+{}_nyb\cdot v^2)$$

$$+\frac{np^2}{2}(g^2x+g^2y)+\sum(E.^2T.)\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

$$(X..-Y..)^2/2np^2=(np^2g^2x-np^2g^2y)/2np^2+\sum(E.^2T.)$$

$$=n^2p^4(g^2x+g^2y)/2np^2+\sum(E.^2T)$$

$$=\frac{1}{2}np^2(g^2x+g^2y)+\sum(E.^2T.)\cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

$$\{\sum(Xu\cdot^2)+\sum(Y\cdot v^2)\}/np=n^2p^2\sum_1^p\bar{\tau}u\cdot^2/np+n^2p^2\sum_1^p\bar{\tau}v\cdot^2/np$$

$$+\frac{1}{np}\sum_1^p\{p^2({}_1xbu\cdot+\cdots+{}_nxbu\cdot)^2\}+\frac{1}{np}\sum_1^p\{p^2({}_1yb\cdot v+\cdots+{}_nyb\cdot v)^2\}$$

$$=np\sum_1^p(\bar{\tau}u\cdot^2+\bar{\tau}\cdot v^2)+\frac{1}{n}P\sum_1^p({}_1xbu\cdot^2+\cdots+{}_nxbu\cdot^2+{}_1yb\cdot v^2+\cdots+{}_nyb\cdot v^2)+\sum(E.^2T.)\cdots$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots(16)$$

$$\therefore\ \sum(Tuv^2)/2n+\{\sum(Xu\cdot-Yu\cdot)^2+\sum(X\cdot v-Y\cdot v)^2/2np-(X..-Y..)^2/2np^2$$

$$-\{\sum(Xu\cdot^2)+\sum(Y\cdot v^2)\}/np=n\sum\sum(\tau uv-\bar{\tau}u\cdot)^2+n\sum\sum(\tau uv-\bar{\tau}\cdot v)^2$$

$$+\sum(E.^2T.)=S(\tau uv-\bar{\tau}u\cdot^2)+S(\tau uv-\bar{\tau}\cdot v)^2+S(E.^2T.)\cdots\cdots\cdots\cdots(17)$$

觀(17)式之內容，與(12)式右邊第一大括弧內者相同。由此可知，按Yates 及 Goulden 兩氏之方法所求得之品種平方和，實為該平方和之一部份。常較以適當方法所求得者為小，而不足以代表品種平方和也。