



高等院校精品课程系列教材 ● 省级



“十二五”江苏省高等学校重点教材

江苏省高等学校精品教材

JINGPIN  
KECHENG

# 自动控制原理

## 学习辅导与习题解答

第②版

主 编	徐颖秦	潘 丰
副主编	熊伟丽	谢林柏
参 编	陶洪峰	陈 珺



机械工业出版社  
CHINA MACHINE PRESS

高等院校精品课程系列教材  
“十二五”江苏省高等学校重点教材  
江苏省高等学校精品教材

# 自动控制原理

学习辅导与习题解答

第2版

主 编 徐颖秦 潘 丰  
副主编 熊伟丽 谢林柏  
参 编 陶洪峰 陈 珺



机械工业出版社

本书是配合潘丰、徐颖秦主编的江苏省精品教材和“十二五”江苏省重点教材《自动控制原理》(第2版)(机械工业出版社2015年6月出版)的教学要求而编写的,主要用于教学/研究型大学学生学习辅导和考研复习,同时也兼顾了大多数高等工科院校硕士研究生入学考试的要求。本书系统而精炼地总结了经典控制理论的基本内容,每章精心提炼出了难点、重点和基本知识点,提供了典型例题精解,对主教材中的主要思考题和全部习题给予了精细的解答。本书一方面能使学生快速掌握自动控制原理的学习要点和精髓,便于进一步学习和复习;另一方面学生通过学习典型例题精解和习题详解,可以总结和掌握自动控制原理的基本理论和解题方法,提高学习能力。

本书内容取材广泛,重点突出,题目典型多样,可作为电气信息类各相关专业的学生学习自动控制原理课程及考研复习的参考书籍。

### 图书在版编目(CIP)数据

自动控制原理学习辅导与习题解答/徐颖秦,潘丰主编.—2版.—北京:机械工业出版社,2015.9

高等院校精品课程系列教材

ISBN 978-7-111-51578-4

I. ①自… II. ①徐… ②潘… III. ①自动控制理论—高等学校—教学参考资料 IV. ①TP13

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第216424号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)

策划编辑:时静 责任编辑:时静

版式设计:霍永明 责任校对:陈延翔

责任印制:李洋

三河市国英印务有限公司印刷

2015年11月第2版第1次印刷

184mm×260mm·11.25印张·273千字

0 001—3000册

标准书号:ISBN 978-7-111-51578-4

定价:29.80元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

网络服务

服务咨询热线:010-88379833

机工官网:www.cmpbook.com

读者购书热线:010-88379649

机工官博:weibo.com/cmp1952

教育服务网:www.cmpedu.com

封面防伪标均为盗版

金书网:www.golden-book.com

# 前 言

《自动控制原理学习辅导与习题解答（第2版）》是江苏省精品教材和“十二五”江苏省重点教材《自动控制原理（第2版）》（江南大学潘丰、徐颖秦主编，机械工业出版社2015年6月出版）的配套辅助教材，同时也可以作为一本辅助参考书独立使用。

本书结构简明，系统而精炼地总结了经典控制理论的基本内容，每章精心提炼出了应该掌握的基本知识点、难点和重点，并提供了部分典型例题详解，对《自动控制原理（第2版）》教材中全部的习题给予了精细的解答。一方面能使学生快速掌握自动控制原理课程的学习要点和精髓，便于学习和复习，提高学习能力；另一方面学生通过学习典型例题精解和习题详解，可以总结和掌握自动控制原理的基本理论和解题方法，提高分析和解决问题的能力。

本书主要用于学生学习辅导、作业辅导和解题辅导，目的是帮助读者更好地掌握控制系统的基本概念、基本的分析与设计方法。本书可以作为学生学习、理解和掌握自动控制原理基本知识的辅导教材，也可作为学生考取硕士研究生较好的参考书。

本书是由江南大学“自动控制原理”课程组编著而成的，由徐颖秦副教授、潘丰教授任主编，熊伟丽副教授、谢林柏教授任副主编，参加编写的还有陶洪峰副教授和陈珺副教授，全书由徐颖秦副教授和潘丰教授统稿。在编写过程中，上海大学邹斌教授、上海理工大学王亚刚教授、中国矿业大学伍小杰教授给予了精心指导，在此表示衷心的感谢！同时对于机械工业出版社的大力支持表示诚挚的谢意！

对于书中存在的错误和不妥之处，恳请广大读者不吝指正。

作者联系邮箱：[xyqwx@163.com](mailto:xyqwx@163.com)。

作者

# 目 录

前言		基本知识点	65
第1章 引论	1	重点与难点	71
基本知识点	1	典型例题精解	72
重点与难点	3	主教材中的习题解答	76
主教材中的习题解答	3	第6章 控制系统的校正	96
第2章 控制系统的数学模型	6	基本知识点	96
基本知识点	6	重点与难点	103
重点与难点	9	典型例题精解	105
典型例题精解	11	主教材中的习题解答	111
主教材中的习题解答	14	第7章 非线性系统分析	126
第3章 自动控制系统的时域分析	26	基本知识点	126
基本知识点	26	重点与难点	130
重点与难点	27	典型例题精解	133
典型例题精解	33	主教材中的习题解答	138
主教材中的习题解答	35	第8章 离散控制系统	153
第4章 控制系统的根轨迹分析法	44	基本知识点	153
基本知识点	44	重点与难点	158
重点与难点	46	典型例题精解	160
典型例题精解	49	主教材中的习题解答	162
主教材中的习题解答	53	参考文献	173
第5章 控制系统的频域分析	65		

# 第 1 章 引 论

## 【基本知识点】

### 1. 自动控制

所谓自动控制就是在没有人直接操作的情况下，通过控制器使一个装置或过程（统称为控制对象）自动地按照给定的规律运行，使被控变量能按照给定的规律变化。系统是指按照某些规律结合在一起的物体（元部件）的组合，它们互相作用、互相依存，并能完成一定的任务。能够实现自动控制的系统就称为自动控制系统。

自动控制的基本方式有 3 种：开环控制、闭环控制及将二者结合的复合控制。每种控制方式都有各自的特点及不同的适用场合。

1) 在开环控制中，信号由输入端到输出端的传递是单向的，没有形成一个闭环，故称为开环控制。按这种控制方式组成的系统称为开环控制系统。这类系统的特点是系统的输出量不会对输入量产生任何影响。开环控制系统可以按给定值控制方式组成，也可以按扰动控制方式组成。

图 1-1 所示为按给定值控制的开环控制系统框图的一般形式。这种控制比较简单。控制作用直接由系统的输入量产生。系统对于可能的干扰及工作过程中特性参数的变化都没有自动补偿的作用，因而控制的精度完全取决于元件及校准的精度。由于其结构简单，调整方便，在精度要求不高或扰动影响较小的场合还是适用的。一些自动化的流水线、数控机床、自动售货机等多为这类开环控制系统。

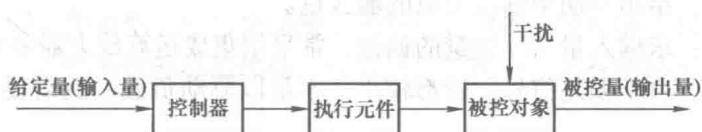


图 1-1 开环控制系统框图的一般形式

2) 闭环控制是自动控制系统最基本的控制方式，也是应用最广泛的控制方式。闭环控制原理的实质就是利用偏差来控制偏差。从系统结构来看，闭环控制系统是由负反馈形成了一个闭环，因此，闭环控制也称为反馈控制。

图 1-2 所示为闭环控制系统框图的一般形式。由输入到输出的通道称为前向通道，由输出经反馈到输入的通道称为反馈通道。

反馈控制方式是按偏差进行控制的，其特点是对反馈环内前向通道上的各种扰动都具有控制作用。但是，对于给定本身的误差及反馈通道上的扰动，系统不具有调节作用。从这一角度来说，反馈控制系统的精度取决于给定精度及检测元件的精度。

和开环控制系统比较，闭环控制系统有较高的精度，但是结构要复杂得多，系统的分析与设计也比较麻烦。可以说，闭环控制系统是以增加系统的复杂程度来换取系统某些方面性能的提高。在设计自动控制系统时，要根据具体的工艺要求，综合考虑技术与经济指标，不



图 1-2 闭环控制系统框图的一般形式

能一味追求性能上的高标准。在对系统的性能及成本都有一定要求时，可以考虑一种折中的方案——复合控制方式。

## 2. 闭环控制系统的基本组成

典型反馈控制系统的基本组成可以用图 1-3 所示框图表示。将组成系统的元件按在系统中的职能来划分，主要有以下几种：

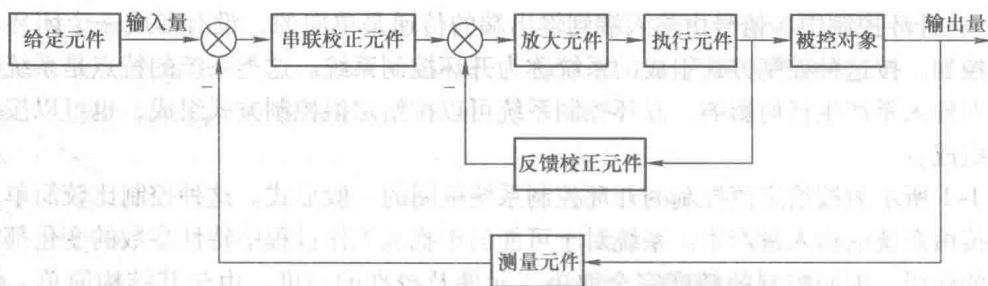


图 1-3 典型反馈控制系统的基本组成

- 1) 给定元件：给出与期望输出对应的输入量。
- 2) 比较元件：求输入量与反馈量的偏差，常采用集成运算放大器来实现。
- 3) 放大元件：由于偏差信号一般都较小，不足以驱动负载，故需要放大元件，包括电压放大及功率放大。
- 4) 执行元件：直接推动被控对象，使输出量发生变化。常用的有电动机、调节阀、液压马达等。
- 5) 测量元件：检测被控的物理量并转换为所需要的信号。在控制系统中常用的有：用于速度检测的测速发电机、光电编码盘等；用于位置与角度检测的旋转变压器、自整角机等；用于电流检测的互感器及用于温度检测的热电偶等。这些检测装置一般都将被检测的物理量转换为相应的连续或离散的电压信号。

6) 校正元件：也叫补偿元件，是结构与参数便于调整的元件，以串联或反馈的方式连接在系统中，完成所需的运算功能，用以改善系统的性能。根据在系统中所处位置不同，可以分为串联校正元件和反馈校正元件。

## 3. 自动控制系统的类型

自动控制系统的分类方法繁多，主要根据数学模型的差异来划分不同的系统，具体如下：

- 1) 按信号流向划分：可以将系统分为开环控制系统、闭环控制系统及复合控制系统。

2) 按输入信号变化规律划分: 可以将系统划分为恒值控制系统及随动控制系统。

3) 线性系统和非线性系统: 同时满足叠加性与均匀性(又称为齐次性)的系统称为线性系统。对于线性连续控制系统, 可以用线性的微分方程来表示。不满足叠加性与均匀性的系统即为非线性控制系统。显然, 系统中只要有一个元件的特性是非线性的, 该系统即为非线性的控制系统。其特性要用非线性的微分或差分方程来描述。

4) 定常系统和时变系统: 如果系统的参数不随时间而变化, 则称此类系统为定常系统(或称为时不变系统); 反之, 若系统的参数随时间改变, 则称为时变系统。

5) 连续系统和离散系统: 如果系统中的各变量都是连续信号, 则称该系统为连续(时间)系统; 如果在系统的一处或几处存在离散信号, 则称该系统为离散(时间)系统。计算机控制系统和采样控制系统即为典型的离散系统。连续系统常用微分方程来描述, 离散系统则采用差分方程来描述。

6) 单输入单输出系统与多输入多输出系统: 单输入单输出系统(SISO)也称为单变量系统, 系统的输入量与输出量各为一个。经典控制理论主要研究这一类系统。多输入多输出系统(MIMO)也称为多变量系统, 系统的输入量与输出量多于一个。现代控制理论适用于这类系统的分析与综合。其数学工具为建立在线性代数基础上的状态空间法, 这种方法是在时间域内进行的, 而时域分析法对控制过程来说是最直接的。

#### 4. 控制系统性能的基本要求

对控制系统性能的基本要求是由控制系统所需完成的任务决定的。从各种具体的要求中可以抽象出对控制系统的一般要求, 归结为3个字: 稳、快、准。

稳即指稳定性, 是自动控制系统首要考虑的问题。如系统输出偏离了预期值, 随着时间的推移, 偏差逐渐减小并趋于零, 这种系统则为稳定的系统。

快即指过渡过程的快速性。若过渡过程持续的时间很长, 将使系统长时间处于大偏差的情况, 会降低系统的工作效率。稳与快反映了系统过渡过程中的性能, 属于动态性能指标。

准即指准确性, 反映系统的稳态性能。过渡过程结束后, 系统的输出值与期望值的差值称为稳态误差。

整个自动控制原理课程主要内容分为建立数学模型、系统分析和系统设计三个方面。

### 【重点与难点】

- ◇ 掌握负反馈的概念, 能对开环控制和闭环控制过程进行简单分析。
- ◇ 掌握闭环控制系统的基本组成和各环节的作用。
- ◇ 正确理解自动控制系统的基本要求。

### 【主教材中的习题解答】

1-4 图 1-4 是液位控制系统的原理图, 要求在干扰影响下, 系统都能够保持液位恒定。

(1) 指出系统的被控对象及被控量、输入量与干扰量。

(2) 说明系统工作原理并画出框图。

解: 本题研究液位自动控制系统的工作原理, 并绘制相应的系统框图。

当电位器电刷位于中点位置时, 电动机不动, 控制阀有一定的开度, 使水箱中流入水量



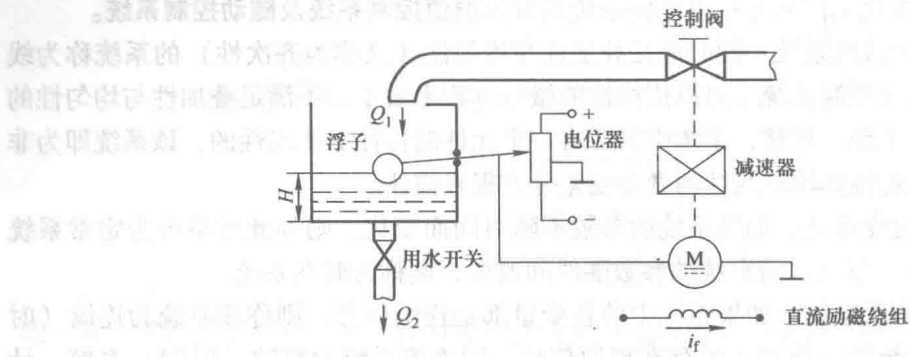


图 1-4 习题 1-4 液位控制系统原理图

与流出水量相等，从而液面保持在希望高度上。一旦流入水量或流出水量发生变化，水箱液面高度便相应变化。例如，当液面升高时，浮子位置相应升高，杠杆作用使电位器电刷从中点位置下移，从而给电动机提供一定的控制电压，驱动电动机通过减速器减小阀门开度，使进入水箱的流量减少。随着水箱液面下降，浮子位置相应下降，直到电位器电刷回到中点位置，系统重新处于平衡状态，液面恢复给定高度。反之，若水箱液位下降，则系统会自动增大阀门开度，加大流入水量，使液位升到给定高度。

液位自动控制系统原理框图如图 1-5 所示。

被控对象：水箱

被控量：实际液位

输入量：给定液位

干扰量：出水量

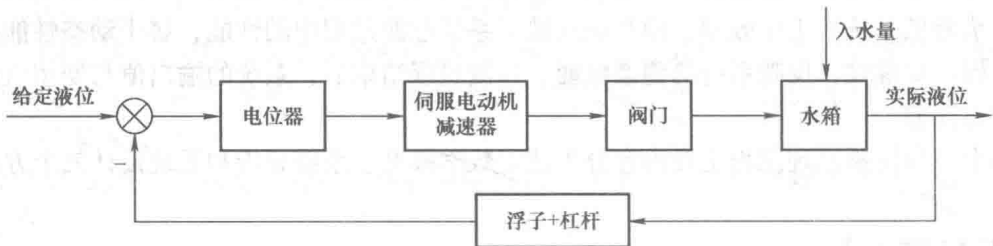


图 1-5 液位自动控制系统框图

1-5 图 1-6 是直流稳压电源的原理图。

(1) 指出系统的给定元件、比较元件、执行元件、被控对象和反馈元件。

(2) 根据稳压原理画出框图，并指出其控制方式。

解：(1) 给定元件：稳压管  $VS$ ；

比较元件： $VT_1$ ；

执行元件： $VT_2$ ；

被控对象：负载  $R_5$ ；

反馈元件： $R_3$  和  $R_4$ ；

(2) 负反馈控制

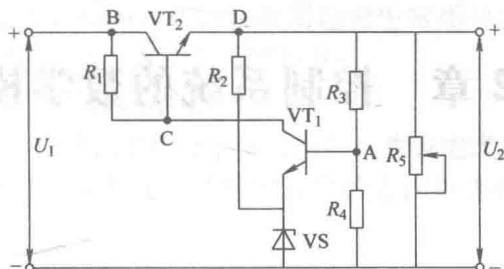


图 1-6 习题 1-5 直流稳压电源原理图

1-6 反馈控制系统在引入负反馈时，如果将极性接反了，会产生什么后果？试结合直流电动机调速系统加以说明。

解：反馈控制系统变成正反馈，控制系统将不稳定。

直流电动机调速系统如负反馈极性接反，则电动机将飞转。

1-7 在反馈控制系统中，如果测量元件的参数发生了变化，会对系统产生什么样的影响？对于这种扰动系统，有没有调节作用？

解：在反馈控制系统中，如果测量元件的参数发生了变化，系统的稳定性、动态特性、稳态特性都将受到影响。对于这种扰动，系统没有调节作用。

1-8 判断下列系统分别是线性定常系统、线性时变系统还是非线性系统？

$$(1) c(t) = 2 + 3 \frac{dr(t)}{dt} + \frac{d^2r(t)}{dt^2}$$

$$(2) c(t) = 4 + 5r(t)$$

$$(3) c(t) = r^2(t)$$

$$(4) c(t) = 3r(t) + 5 \int_{-\infty}^t r(\tau) d\tau$$

$$(5) \frac{d^2c(t)}{dt^2} + 3 \frac{dc(t)}{dt} + 2c(t) = r(t)$$

$$(6) c(t) = 5 + r(t) + t \frac{dr(t)}{dt}$$

解：(1) 非线性定常系统。

(2) 非线性定常系统。

(3) 非线性定常系统。

(4) 线性定常系统。

(5) 线性定常系统。

(6) 非线性时变系统。

## 第2章 控制系统的数学模型

### 【基本知识点】

#### 1. 数学模型

系统的数学模型是描述系统内部各物理量之间动态关系的数学表达式。在控制系统的分析和设计中，首先要建立系统的数学模型。常用的数学模型有微（差）分方程、传递函数、结构图、信号流图、频率特性及状态空间描述等多种。本章主要介绍微分方程、传递函数、结构图和信号流图。

控制系统数学模型的建立方法有解析法和实验法。用解析法建立系统的数学模型时，应根据元件及系统的特点和连接关系，按照它们所遵循的物理、化学规律，列写各物理量之间关系的数学表达式；用实验法建立控制系统的数学模型时，要对系统施加典型测试信号（阶跃、脉冲和正弦信号等），记录系统的时间响应曲线或频率响应曲线，从而获得系统的传递函数或频率特性。

建立系统数学模型的主要目的，是为了分析系统的性能。求取系统性能指标的主要途径如图2-1所示。

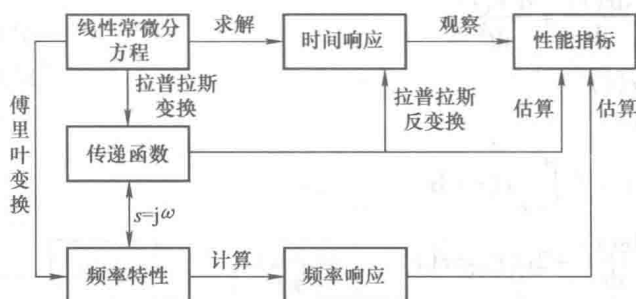


图 2-1 求取系统性能指标的主要途径

#### 2. 系统的微分方程

微分方程是描述连续控制系统动态性能的一种时域数学模型。建立系统或元件微分方程的一般步骤如下：

- 1) 根据实际工作情况，确定系统和各元件的输入量和输出量。
- 2) 根据物理或化学定律（注意考虑负载效应），列出系统各组成元件的原始方程。
- 3) 在可能条件下，对各元件的原始方程进行适当简化，略去一些次要因素或进行线性化处理。
- 4) 从系统输入端开始，依照信号的传递顺序，在所有元件的方程中消去中间变量，最后得到描述系统输入和输出关系的微分方程。

5) 对求出的系统微分方程进行标准化处理，即将与输出有关的各项放在等号左侧，而将与输入有关的各项置于等号右侧；等号左、右侧各项均按降幂排列。

求解线性微分方程的方法有很多，在自动控制理论中常用拉普拉斯变换法求解微分方程，其解即是系统的时间响应函数，方法和步骤如下：

- 1) 对微分方程的各项进行拉普拉斯变换。
- 2) 对变换后的方程进行整理，求出待求变量的象函数表达式。
- 3) 对象函数进行拉普拉斯反变换，可得到对应的原函数表达式，即系统的时间响应函数。

### 3. 传递函数

#### (1) 传递函数的定义

对于线性定常连续系统，在零初始条件下，输出的拉普拉斯变换与输入的拉普拉斯变换之比称为系统的**传递函数**。传递函数是为方便进行系统分析所引出的数学模型的另外一种形式。由它的定义可知，传递函数只适合于线性定常连续系统。

#### (2) 传递函数的性质

传递函数的性质如下：

- 1) 传递函数是复变量  $s$  的有理真分式函数，即  $m \leq n$ ，且所有系数均为实数。
- 2) 传递函数是系统输入输出关系的表达式，它只取决于系统的结构参数，与系统的输入信号的具体形式无关，但与系统输入输出信号的位置有关。
- 3) 传递函数与微分方程是一一对应的，可相互转换。
- 4) 传递函数的拉普拉斯反变换是系统在单位脉冲作用下的响应，其脉冲响应反映了系统的固有特性。

#### (3) 传递函数的局限性

传递函数的局限性如下：

- 1) 传递函数只能表示一个输入对一个输出的关系，对于多输入多输出系统，则应采用传递函数矩阵表示系统各变量之间的关系。
- 2) 传递函数原则上只反映零初始条件下的动态特性。

#### (4) 传递函数的求取

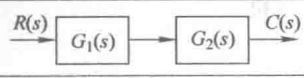
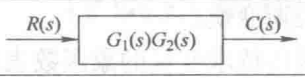
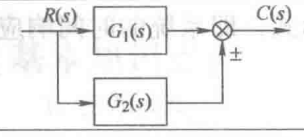
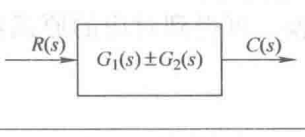
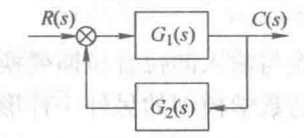
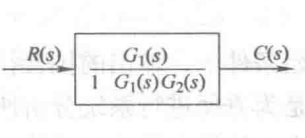
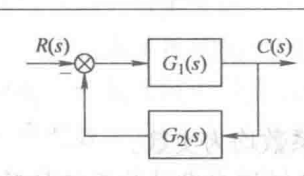
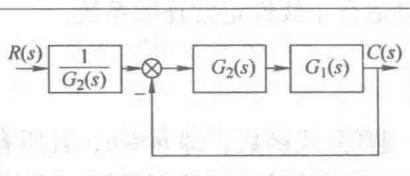
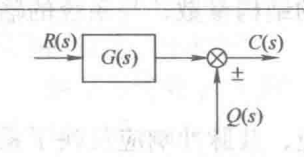
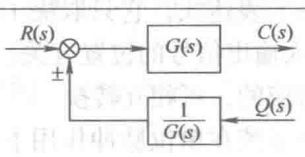
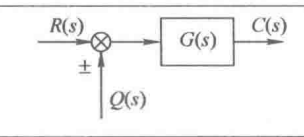
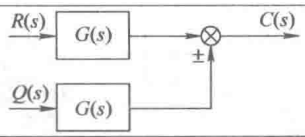
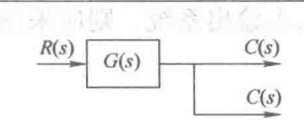
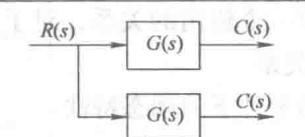
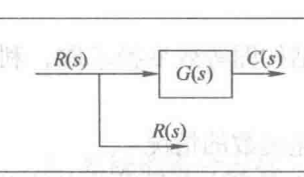
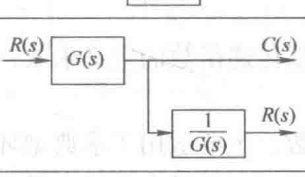
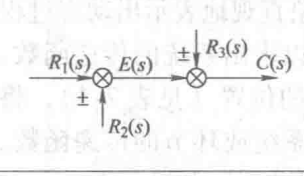
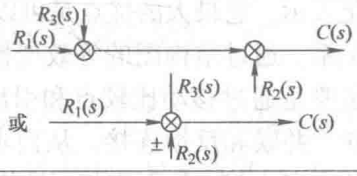
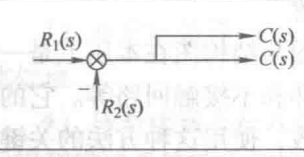
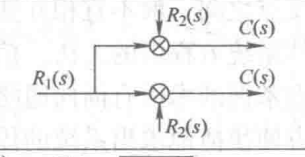
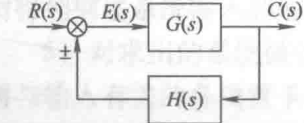
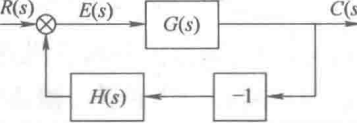
传递函数的求取方法有 3 种：根据传递函数的定义求取；通过结构图等效变换求取；利用信号流图及梅森公式求取。

利用传递函数的定义求解传递函数，主要适用于求典型环节传递函数的情况。

结构图是系统传递函数的图形化表示。它最大的优点是可以形象直观地表示出动态过程中系统各环节的数学模型及其相互关系。通过结构图的等效变换可以求出系统的传递函数。由结构图等效变换求解传递函数，主要是通过移动比较点和引出点的位置（见表 2-1），将其化为 3 种典型的连接形式，即串联、并联和反馈连接，从而求得系统或环节的传递函数。应注意的是，变换过程中相加点和分支点之间一般不宜相互变换位置。

信号流图也是一种用图形表示线性系统方程组的方法。信号流图与结构图在本质上是一样的，只是形式上不同，其中需要重点掌握的术语有前向通路、回环和不接触回路等。它的最大优点是可以通过梅森增益公式可以很方便快捷地求出系统的传递函数，使用这种方法的关键在于对系统回环的判断是否正确。

表 2-1 系统结构框图等效变换基本规则

原框图	等效框图	说明
		串联等效 $C(s) = G_1(s)G_2(s)R(s)$
		并联等效 $C(s) = [G_1(s) \pm G_2(s)]R(s)$
		反馈等效 $C(s) = \frac{G_1(s)}{1 \pm G_1(s)G_2(s)}R(s)$
		单位负反馈等效 $C(s) = \frac{G_1(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)}R(s) = \frac{1}{G_2(s)} \cdot \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)}R(s)$
		比较点前移 $C(s) = G(s)R(s) \pm Q(s) = G(s)[R(s) \pm \frac{1}{G(s)}Q(s)]$
		比较点后移 $C(s) = G(s)R(s) \pm G(s)Q(s) = G(s)[R(s) \pm Q(s)]$
		引出点前移 $C(s) = G(s)R(s)$
		引出点后移 $C(s) = G(s)R(s)$ $R(s) = G(s)\frac{1}{G(s)}R(s)$
		交换或合并比较点 $C(s) = E(s) \pm R_3(s) = R_1(s) \pm R_2(s) \pm R_3(s)$
		交换比较点和引出点 $C(s) = R_1(s) - R_2(s)$ (一般不用)
		负号在支路上移动 $E(s) = R(s) - H(s)C(s) = R(s) + H(s) \times (-1)C(s)$

#### 4. 结构图与信号流图

控制系统的结构图和信号流图都是描述系统中各种信号传递关系的数学图形。应用结构图和信号流图，可以简化复杂控制系统的分析和设计。但是，信号流图只适用于线性系统。

##### (1) 结构图

系统结构图是系统中各个环节的函数功能和信号流向的图形表示，由环节（方框）、信号线、引出点和比较点组成。系统结构图可以按如下步骤绘出：

1) 考虑负载效应，建立控制系统各元部件的微分方程。

2) 对各元部件的微分方程进行拉普拉斯变换，写出其传递函数并画出相应的环节单元和比较点单元。

3) 从与系统输入量有关的比较点开始，依据信号流向，把各元部件的结构图连接起来，置系统输出量于右端，便得到系统结构图。

##### (2) 信号流图

信号流图是一种表达线性代数方程组结构的信号传递网络，由节点和支路组成，其与结构图本质一样，只是形式不同。为了便于描述信号流图的特征，常用的名词术语有：

1) 源节点：只有输出支路的节点。

2) 汇节点：只有输入支路的节点。

3) 混合节点：既有输入支路，又有输出支路的节点。

4) 前向通道：从源节点到汇节点之间，与每个节点仅相交一次的通路。

5) 回路：起于并终于同一节点，且与其他任何节点相交不多于一次的闭合通路。

6) 不接触回路：相互之间无公共节点的回路。

信号流图可以根据系统微分方程绘制，也可以从系统的结构图按照一定的对应关系得到：

1) 由系统微分方程绘制信号流图时，要先进行拉普拉斯变换，并转换为因果关系；然后，对系统的每个变量指定一个节点，按实际系统中变量的因果关系从左到右顺序排列；最后，根据代数方程用标明支路增益的支路将各节点连接起来即可。

2) 由系统结构图绘制信号流图时，要把结构图中的输入量等效为源节点，输出量等效为汇节点，比较点、引出点等其他中间变量等效为混合节点，方框为支路，方框中的传递函数则取为相应的支路增益，这样，结构图就变换为相应的信号流图了。

### 【重点与难点】

#### 1. 传递函数

线性系统的传递函数是在零初始条件下，系统输出量的拉普拉斯变换与输入量的拉普拉斯变换之比。零初始条件是指当  $t \leq 0$  时，系统输入量  $r(t)$ 、输出量  $c(t)$  以及它们的各阶导数均为零。

设线性定常系统的微分方程一般形式为

$$\begin{aligned} \frac{d^n}{dt^n}c(t) + a_{n-1} \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}}c(t) + \cdots + a_1 \frac{dc(t)}{dt} + a_0c(t) \\ = b_m r(t) + b_{m-1} \frac{d^{m-1}}{dt^{m-1}}r(t) + \cdots + b_1 \frac{dr(t)}{dt} + b_0r(t), \quad n \geq m \end{aligned} \quad (2-1)$$

式中,  $c(t)$  为系统输出量;  $r(t)$  为系统输入量。当初始条件为零时, 对上式等号两端进行拉普拉斯变换, 并根据传递函数的定义, 得系统的传递函数为

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_0}, \quad n \geq m \quad (2-2)$$

这是传递函数的一般表达式。

## 2. 典型环节及其传递函数

自动控制系统通常是由若干个典型环节有机组合而成的, 典型环节的传递函数一般表达式分别如下:

1) 比例环节:  $G(s) = K$ 。

2) 惯性环节:  $G(s) = \frac{1}{Ts + 1}$ 。

3) 积分环节:  $G(s) = \frac{1}{Ts}$ 。

4) 理想微分环节:  $G(s) = \tau s$ 。

5) 振荡环节:  $G(s) = \frac{1}{T^2 s^2 + 2\zeta Ts + 1} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$ 。

6) 一阶微分环节:  $G(s) = \tau s + 1$ 。

7) 二阶微分环节:  $G(s) = \tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1$ 。

8) 延迟环节:  $G(s) = e^{-\tau s}$ 。

## 3. 控制系统的传递函数

图 2-2 为闭环控制系统的典型结构图。

### (1) 系统开环传递函数

开环传递函数是指闭环系统中反馈信号的拉普拉斯变换与误差信号的拉普拉斯变换之比, 即使反馈回路断开。

$$G_k(s) = \frac{B(s)}{E(s)} = G_1(s) G_2(s) H(s) \quad (2-3)$$

### (2) 系统的闭环传递函数

输入信号作用下的闭环传递函数是指系统输出、输入信号的拉普拉斯变换之比。

$$\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1(s) G_2(s)}{1 + G_1(s) G_2(s) H(s)} \quad (2-4)$$

当  $H(s) = 1$  时, 称为单位负反馈, 此时

$$\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1(s) G_2(s)}{1 + G_1(s) G_2(s)} = \frac{G_k(s)}{1 + G_k(s)} \quad (2-5)$$

### (3) 系统的误差传递函数

$$\Phi_{er}(s) = \frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + G_1(s) G_2(s) H(s)} \quad (2-6)$$

### (4) 扰动信号作用下系统的闭环传递函数

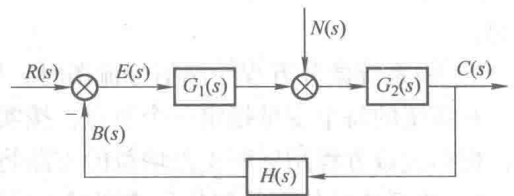


图 2-2 闭环控制系统的典型结构图

$$\Phi_d(s) = \frac{C(s)}{N(s)} = \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} \quad (2-7)$$

(5) 扰动信号作用下系统的误差传递函数

$$\Phi_{ed}(s) = \frac{E(s)}{N(s)} = \frac{-G_2(s)H(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} \quad (2-8)$$

#### 4. 梅森增益公式

梅森增益公式的一般形式为

$$G(s) = \frac{1}{\Delta} \sum_{k=1}^n P_k \Delta_k \quad (2-9)$$

$$\Delta = 1 - \sum L_1 + \sum L_2 - \sum L_3 + \dots \quad (2-10)$$

式中,  $n$  为前向通道的个数;  $\Delta$  为信号流图的特征式;  $\sum L_1$  为所有单独回路增益之和;  $\sum L_2$  为所有每两个互不接触回路增益乘积之和;  $\sum L_3$  为所有每 3 个互不接触回路增益乘积之和;  $P_k$  为从输入到输出的第  $k$  条通路的增益;  $\Delta_k$  为余子式, 在特征式中除去与第  $k$  条通路相接触的回路增益之后剩余的部分。

### 【典型例题精解】

**【例 2-1】** 设无源网络如图 2-3 所示, 求传递函数  $G(s) = \frac{U_o(s)}{U_i(s)}$ 。

解: 本题有两种解法。

解法一: 根据基尔霍夫定律列写微分方程

$$i = i_1 + i_2$$

$$u_i = i_1 R_1 + i R_2$$

$$i_1 R_1 = \frac{1}{C} \int i_2 dt$$

$$u_o = i R_2$$

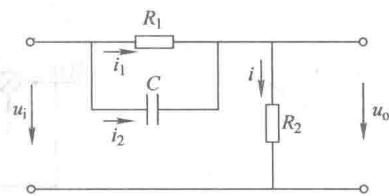


图 2-3 例 2-1 无源网络

对上式取拉普拉斯变换, 得

$$I(s) = I_1(s) + I_2(s)$$

$$U_i(s) = I_1(s)R_1 + I(s)R_2$$

$$I_1(s)R_1 = \frac{1}{Cs} I_2(s)$$

$$U_o(s) = I(s)R_2$$

解得

$$U_o(s) = I(s)R_2 = [I_1(s) + I_2(s)]R_2 = [I_1(s) + CR_1 s I_1(s)]R_2$$

$$U_i(s) = I_1(s)R_1 + I(s)R_2 = I_1(s)R_1 + [I_1(s) + CR_1 s I_1(s)]R_2$$

所以电路的传递函数为

$$G(s) = \frac{U_o(s)}{U_i(s)} = \frac{R_2 + CR_1 R_2 s}{R_1 + R_2 + CR_1 R_2 s}$$

解法二: 对于由电阻、电感和电容元件组成的电气网络, 一般采用运算复阻抗的方法求



传递函数。因此可直接写出如下结果：

$$G(s) = \frac{U_o(s)}{U_i(s)} = \frac{R_2}{R_2 + \frac{R_1 \times 1/(Cs)}{R_1 + 1/(Cs)}} = \frac{R_2 + CR_1 R_2 s}{R_1 + R_2 + CR_1 R_2 s}$$

两种解法的结果相同，但第二种解法的计算量小很多，因此在求解传递函数时要根据实际的问题选择合适的方法。

【例 2-2】 试求图 2-4 所示系统的传递函数  $C(s)/R(s)$ 。

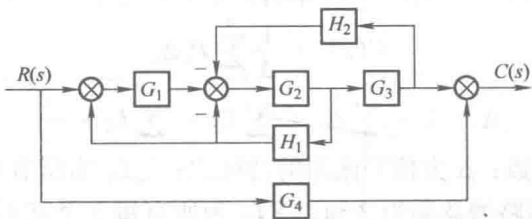


图 2-4 例 2-2 系统结构图

解：按如下步骤简化结构图：

- 1) 将环节  $G_3$  输出端的引出点前移，并将反馈环节合并，得图 2-5a。
- 2) 利用环节的反馈联接和串联简化，得图 2-5b。
- 3) 进行环节的反馈联接与串联简化，得图 2-5c。

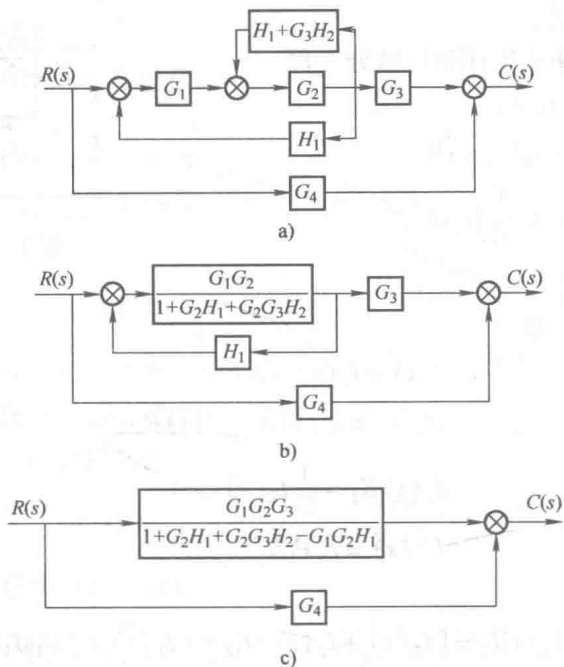


图 2-5 结构图简化

4) 根据图 2-5c 做并接运算得

$$\frac{C(s)}{R(s)} = G_4 + \frac{G_1 G_2 G_3}{1 + G_2 H_1 + G_2 G_3 H_2 - G_1 G_2 H_1}$$