

第3版

主编 吴传生

微积分

经济数学 / calculus



『十一五』普通高等教育本科国家级规划教材

高等教育出版社

“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材

经济数学

——微积分

Jingji Shuxue

——Weijifen

(第3版)

主编 吴传生

编者 吴传生 陈盛双 管典安
王卫华 黄小为

高等教育出版社·北京

内容提要

本书是“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材，是在第2版（普通高等教育“十一五”国家级规划教材、2009年度普通高等教育精品教材）的基础上修订而成的，它是经济数学首门国家级精品课程和中国大学资源共享课的主讲教材。

本书的主要内容共十一章和三个附录，包括：一元微积分、多元微积分、向量代数与空间解析几何、微分方程与差分方程、无穷级数等，内容的深广度符合“经济和管理类本科数学基础课程教学基本要求”。

经过几次修订，本书集科学性、先进性、适用性于一体，较好地处理了数学与经济、经典与现代、理论与应用、知识与素质、教与学诸种复杂关系，具有“问题驱动、线条鲜明，窗口适当，系统完整，内容丰富”的鲜明特色。

本书结构严谨，逻辑清晰，叙述清楚，说明到位，行文流畅，例题典型，习题配备合理，可读性强，可作为高等学校经济、管理类专业的教材或硕士研究生入学统一考试的参考书，也可供工科类专业学生选用或参考。

图书在版编目(CIP)数据

经济数学·微积分/吴传生主编.--3 版.--北京：
高等教育出版社,2015.11

ISBN 978 - 7 - 04 - 043824 - 6

I . ①经… II . ①吴… III . ①经济数学 - 高等学校 -
教材 ②微积分 - 高等学校 - 教材 IV . ①F224.0 ②O172

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 224359 号

策划编辑 张彦云

责任编辑 张彦云

特约编辑 马兆海

封面设计 张申申

版式设计 王艳红

插图绘制 尹文军

责任校对 陈旭颖

责任印制 韩刚

出版发行 高等教育出版社

网 址 <http://www.hep.edu.cn>

社 址 北京市西城区德外大街 4 号

<http://www.hep.com.cn>

邮政编码 100120

网上订购 <http://www.landraco.com>

印 刷 保定市中画美凯印刷有限公司

<http://www.landraco.com.cn>

开 本 787 mm × 960 mm 1/16

版 次 2003 年 6 月第 1 版

印 张 38.75

2015 年 11 月第 3 版

字 数 710 千字

印 次 2015 年 11 月第 1 次印刷

购书热线 010 - 58581118

定 价 48.40 元

咨询电话 400 - 810 - 0598

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换

版权所有 侵权必究

物 料 号 43824 - 00

第3版前言

《经济数学》系列教材(第3版)是“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材,是在第2版(普通高等教育“十一五”国家级规划教材)的基础上修订而成的,它是国家级精品课程和中国大学资源共享课的主讲教材,本系列教材的相关成果曾获得国家级教学成果二等奖。

本版的修订工作遵循“改革创新,突出特色,锤炼精品”的要求,全面保持了第2版的优点,进一步体现“数学为本,经济为用”,数学与经济学、管理学有机结合的原则,彰显“问题驱动,线条鲜明,窗口适当,系统完整,内容丰富”的特色,使教材内容更富有时代气息,叙述更流畅自如,从而更适应于当前经济数学课程的教学需求。

《经济数学——微积分》(第2版)入选2009年度普通高等教育精品教材,自2009年由高等教育出版社出版以来,被全国许多高校用作经济、管理类专业的教材,经过进一步的教学实践,并根据同行及专家们的宝贵建议,参照近年来课程建设及教材建设的成果及经验,在第2版的基础上进一步锤炼本版,所做的主要修改如下:

1. 对一些概念和内容的叙述做了更仔细的推敲,力求更准确到位,更通俗易懂,增强文字的可读性;
2. 对个别定理,如单调有界准则等给出了更为简洁的证明;
3. 增加了一些经济应用和图形的例题和习题,使得数与形、数学与经济结合更紧密;
4. 增加了条件极值中的拉格朗日乘子 λ 的意义和三重积分的内容,使教材内容更加充实。

本次修订工作主要由吴传生、黄小为完成,朱慧颖、何进荣、吴笛等也参加了修订工作。全书由吴传生统稿定稿。

在本书的修订过程中,参考了许多国内外教材。高等教育出版社的领导和编辑们对本书各版的出版给予了热情支持和帮助,尤其是李艳馥、马丽、张彦云等老师先后在本书各版的编辑和出版过程中付出了大量的心血。在此一并致谢!

对新版中存在的问题,欢迎广大专家、同行和读者继续给予批评指正。

编 者

2015年2月

第2版前言

《经济数学》系列教材(第2版)是普通高等教育“十一五”国家级规划教材，是在前一版(普通高等教育“十五”国家级规划教材)的基础上修订而成的，是经济数学的首门国家级精品课程的使用教材。

该系列教材的主要特点是把数学知识和经济学、管理学的有关内容有机结合，融经济于数学，体现“数学为本，经济为用”的原则。

该系列教材的总的编写原则是：适应经济类、管理类各专业对数学的要求越来越高的趋势，注重适当渗透现代数学思想和方法，理论联系实际，加强学生应用数学知识和方法解决经济问题的能力的培养，突出数学的基本概念、基本理论和基本方法，突出数学的基本思想和应用背景，尽量用数学概念、理论、方法去解释、说明经济学、管理学的相关概念、理论。强调科学性、系统性和准确性。对课程体系进行优化，力求既能保证课程教学基本要求又能降低学习难度，处理好具体和抽象、定量和定性、直观判断和逻辑推理等关系，体现数学文化的精髓。

《经济数学——微积分》的第1版自2003年由高等教育出版社出版以来，被全国许多高校用作经济管理类专业的教材。经过几年的教学实践并根据同行们的宝贵建议，我们进一步对国内外优秀的同类教材进行了比较研究，在保持第1版的优点、特色的基础上，第2版更加注意数学和经济的有机结合，更加注重可读性，所做的主要修改如下：

1. 为了更好地与中学数学衔接，第2版分别将二阶和三阶行列式简介、基本初等函数的图形及主要性质、极坐标系的内容用三个附录给出，供需要的学生查阅。
2. 第一章对复合映射的概念做了扩展，使其与复合函数的定义协调；对常见的经济函数一节做了一些精简，突出了均衡价格的概念。
3. 第二章在介绍连续函数的介值定理和零点定理之后增加了一个均衡价格的存在性定理，以更好地体现数学在经济学中的应用。
4. 第三章对边际与弹性一节的内容进行了调整和精简。
5. 第四章中函数图形的描绘部分补充了曲线的渐近线的内容。
6. 为了增加教材使用的灵活性，对第七章空间解析几何与向量代数的内容安排做了适当调整。第一节至第四节比较详细地介绍空间直角坐标系及曲面与

II 第2版前言

空间曲线,这是学习本课程的多元函数微积分所必需的知识;第五节至第七节以向量代数为基础,介绍平面与直线,虽然标上了“*”号,但它们是学习线性代数等后续课程的必要基础,我们建议在学时允许的情况下,尽量安排时间讲授。

7. 鉴于多元函数微分学在经济中的应用十分广泛,在第八章加强了偏导数在经济分析中的应用的内容,以需求函数为例,比较详细地介绍了偏边际与偏弹性的概念。

8. 根据课程内容,调整了部分习题;增加了一些图形的题目,以便培养学生根据经济函数的图像对经济问题的性态进行分析的能力。

讲完本书的基本内容约为 120 学时(不含习题课),讲完本书的全部内容约需 140 学时(不含习题课)。

本版修订工作主要由吴传生、黄小为完成。全书由吴传生负责统稿定稿。研究生何进荣做了大量的具体工作。

本书在修订过程中,参考了众多的国内外教材。高等教育出版社的领导和编辑们对本书的出版给予了热情支持和帮助,尤其是李艳馥、马丽和崔梅萍等老师在本书的编辑和出版过程中付出了大量心血。在此一并致谢!

新版中存在的问题,欢迎广大专家、同行和读者继续给予批评指正。

编 者

2008 年 12 月

第1版前言

本书是普通高等教育“十五”国家级规划教材,其主要特点是把微积分和经济学的有关内容进行了有机结合。

该书总的编写原则是:教学内容的深广度与经济类、管理类各专业微积分课程的教学基本要求相当,与教育部最新颁布的研究生入学考试数学三和数学四的考试大纲中的微积分的内容相衔接,符合经济类、管理类各专业对数学要求越来越高的趋势,注重适当渗透现代数学思想,加强对学生应用数学方法解决经济问题的能力的培养,以适应新时代对经济、管理人才的培养要求。

在本书的编写过程中,我们尽可能遵循如下原则:

第一,从特殊到一般,再从一般到特殊;从具体到抽象,再从抽象到具体。

主要体现在如下两方面:

1. 从科学技术和经济学的实际例子出发,引入微积分的基本概念、理论和方法;反过来利用它们解决更多的经济应用问题,将微积分和经济学的有关内容有机结合。

2. 对某些合适的主题,先用几何直观、数值方法引出结论,再从理论上加以阐述、论证,最后用于解决实际问题。

第二,便于组织教学。在保证教学要求的同时,让教师比较容易组织教学内容,学生也比较容易理解接受,并且使学生在知识、能力、素质方面均有大的提高。

主要反映在如下几个方面:

1. 继承和保持经典微积分教材的优点。

2. 适当降低对解题技巧训练的要求,从简处理一些公式的推导,简化一些定理的证明;加强数学思想、几何直观、数值方法和逻辑思维等方面训练;加强应用能力的培养。

3. 适当降低一元函数的极限与连续的理论要求,降低求不定积分的技巧要求,适当加强向量代数与空间解析几何以及多元函数微积分的内容,较好地满足后继课程对微积分的要求。

4. 力争从体系、内容、方法上进行改革,有所创新,将教材的结构、体系进一步优化,加强理论联系实际,且能恰到好处地反映一些现代数学的思想、

术语。

为体现上述原则,编写本书时,我们对内容做了如下处理:

第一章从集合、映射引入函数概念,适当介绍一些现代数学术语,加强了“函数关系建立”和“经济学中的常用函数”两节内容。

第二章从实际例子、几何直观及数值结果导出极限精确定义,注重极限思想的描述,将用极限定义论证问题的技巧降到较低程度。连续性讨论力求简捷,增加了不动点原理的内容。

第三章对导数、微分讨论得较详尽,和一般教材比较,对经济学上的两个重要概念——边际与弹性的讨论大大加强。

第四章突出了经济应用,将泰勒公式移至本章的最后,可在本章讲授,也可在第十一章的泰勒级数之前讲授。

第五章降低了求不定积分的技巧训练,尽量将不定积分计算问题归结为一些规则和步骤,以降低学习难度。

第六章加强了对定积分概念的实际背景的介绍,加强了对元素法的形式上的描述,增强了定积分经济应用的内容。

第七章专门讨论向量代数与空间解析几何,比一般的经济类、管理类微积分教材的相应内容大为加强。从多方面来看,我们认为这样做是值得的。

第八章从理论和方法上对多元函数微分学的讨论都比较详尽,加强了多元函数微分学在经济学中应用的内容,专列一节对经济学和其他学科中都十分有用的小二乘法予以详细介绍。根据我们的教学体会,加强这部分的内容,对培养适应新时代的经济管理人才是很必要的。不过,使用本教材时,可根据实际情况对这一部分内容进行取舍。

第九章介绍了二重积分的概念及计算,考虑了二重积分的经济应用,另外,根据后继课程(如概率统计)学习的需要,专列了(无界域上)反常二重积分一节。

第十章开始对微积分学中讨论过的一些基本问题做了适当的小结。本章有三个特点:一是将微分方程和差分方程从理论和方法上完全类比地讨论,且使之成为一个整体,便于学习;二是从经济实际问题引出微分方程、差分方程的基本概念,结合经济实际问题介绍了一阶微分方程的平衡解及其稳定性;三是加强数学建模能力的培养,专列两节讨论微分方程及差分方程的经济应用。

第十一章从逼近的观点提出本书所讨论的级数部分的两个基本问题,函数项级数部分在体系和内容上做了较大改革,突出逼近的思想。首先从几何和数值方法出发,结合泰勒公式,引出泰勒级数的概念。讨论了收敛性定理,介绍了几个基本函数的泰勒级数展开式。再将泰勒级数的概念一般化,引出幂级数的

概念,对幂级数做了较为系统的理论讨论,并介绍函数展开成幂级数的唯一性定理。最后,将这些理论综合用于将一些初等函数展开成幂级数。这样处理,一是使得主题和中心明确;二是符合人们的认识规律;三是从数值和几何上引出问题,比较容易理解,保证了在理论体系完备的前提下,简化推导,减少篇幅。本章的另一个特点是讨论了数项级数和幂级数的经济应用。

本书的习题按节配置,遵循循序渐进的原则,既注意基本概念、基本理论和基本方法,又注意加强经济学和其他方面应用性习题的配置。每章后配置总习题,供学完一章后复习、总结、提高之用。

本书内容比现行经济类、管理类微积分教材的深广度适当加强,结构严谨,注重应用,文字流畅,叙述详尽,例题丰富,便于自学。本教材的教学内容和教学模式近三年来在我校的经济类、管理类专业的学生中广泛试用,受到了学生及老师的欢迎,收到良好的效果。

本书由吴传生主编。第一、二、三章由陈盛双编写,第四、五、六章由管典安编写,第七、八、九章由王卫华编写,第十、十一章由吴传生编写。全书由吴传生统稿定稿。朱勇教授认真审阅了全书,提出了宝贵的意见。

本书在编写过程中,参考了众多的国内外教材。高等教育出版社对本书的出版给予了热情支持和帮助,武汉理工大学教务处、理学院、数学系也给予了大力支持,在此一并致谢!

由于编者水平有限,加之时间比较仓促,教材中一定存在不妥之处,希望专家、同行、读者批评指正,使本书在教学实践中不断完善。

编 者

2003年2月

目 录

第一章 函数	1
第一节 集合	1
一、集合的概念	1
二、集合的运算	2
三、区间和邻域	3
习题 1-1	4
第二节 映射与函数	5
一、映射的概念	5
二、逆映射与复合映射	7
三、函数的概念	8
四、函数的基本性质	12
习题 1-2	15
第三节 复合函数与反函数 初等函数	16
一、复合函数	16
二、反函数	18
三、函数的运算	19
四、初等函数	20
习题 1-3	20
第四节 函数关系的建立	21
习题 1-4	23
第五节 经济学中的常用函数	23
一、需求函数	24
二、供给函数	24
三、总成本函数、总收益函数、总利润函数	26
四、库存函数	27
五、戈珀兹曲线	28
习题 1-5	28
总习题一	29
第二章 极限与连续	32
第一节 数列的极限	32
一、引例	32

II 目录

二、数列的有关概念	33
三、数列极限的定义	34
四、收敛数列的性质	36
习题 2-1	37
第二节 函数的极限	39
一、函数极限的定义	39
二、函数极限的性质	45
习题 2-2	46
第三节 无穷小与无穷大	46
一、无穷小	46
二、无穷大	49
习题 2-3	51
第四节 极限运算法则	52
习题 2-4	58
第五节 极限存在准则 两个重要极限 连续复利	59
一、夹逼准则	59
二、单调有界收敛准则	62
三、连续复利	67
习题 2-5	68
第六节 无穷小的比较	69
习题 2-6	71
第七节 函数的连续性	72
一、函数连续性的概念	72
二、函数的间断点	75
三、初等函数的连续性	78
习题 2-7	79
第八节 闭区间上连续函数的性质	80
一、最大值和最小值定理与有界性	81
二、零点定理与介值定理	82
三、均衡价格的存在性	84
习题 2-8	85
总习题二	85
第三章 导数、微分、边际与弹性	88
第一节 导数的概念	88
一、引例	88
二、导数的定义	90
三、导数的几何意义	94
四、函数可导性与连续性的关系	95

习题 3-1	98
第二节 求导法则与基本初等函数求导公式	100
一、函数的和、差、积、商的求导法则	100
二、反函数的求导法则	102
三、复合函数的求导法则	104
四、基本求导法则与导数公式	108
习题 3-2	109
第三节 高阶导数	111
习题 3-3	115
第四节 隐函数及由参数方程所确定的函数的导数	116
一、隐函数的导数	116
二、由参数方程所确定的函数的导数	120
习题 3-4	123
第五节 函数的微分	124
一、微分的定义	124
二、微分的几何意义	127
三、基本初等函数的微分公式与微分运算法则	128
四、微分在近似计算中的应用	132
习题 3-5	134
第六节 边际与弹性	135
一、边际概念	135
二、经济学中常见的边际函数	136
三、弹性概念	139
四、经济学中常见的弹性函数	142
习题 3-6	145
总习题三	147
第四章 中值定理及导数的应用	150
第一节 中值定理	150
一、罗尔定理	150
二、拉格朗日中值定理	152
三、柯西中值定理	156
习题 4-1	156
第二节 洛必达法则	157
一、 $x \rightarrow a$ 时的 $\frac{0}{0}$ 型未定式	157
二、 $x \rightarrow \infty$ 时的 $\frac{0}{0}$ 型未定式及 $x \rightarrow a$ 或 $x \rightarrow \infty$ 时的 $\frac{\infty}{\infty}$ 型未定式	159
三、 $0 \cdot \infty$ 、 $\infty - \infty$ 、 0^0 、 1^∞ 、 ∞^0 型未定式	160

习题 4-2	162
第三节 导数的应用	163
一、函数的单调性	163
二、函数的极值	165
三、曲线的凹凸性与拐点	169
四、函数图形的描绘	173
习题 4-3	179
第四节 函数的最大值和最小值及其在经济中的应用	180
一、函数的最大值与最小值	180
二、经济应用问题举例	182
习题 4-4	185
第五节 泰勒公式	186
习题 4-5	190
总习题四	191
第五章 不定积分	194
第一节 不定积分的概念、性质	194
一、原函数与不定积分的概念	194
二、不定积分的几何意义	196
三、基本积分表	197
四、不定积分的性质	199
习题 5-1	202
第二节 换元积分法	203
一、第一类换元积分法	203
二、第二类换元积分法	211
习题 5-2	218
第三节 分部积分法	219
一、降次法	220
二、转换法	221
三、循环法	222
四、递推法	223
习题 5-3	225
第四节 有理函数的积分	225
一、六个基本积分	225
二、待定系数法举例	226
三、部分分式法简介	228
习题 5-4	229
总习题五	229
第六章 定积分及其应用	231

第一节 定积分的概念	231
一、面积、路程和收益问题	231
二、定积分的定义	234
习题 6-1	238
第二节 定积分的性质	238
习题 6-2	241
第三节 微积分的基本公式	242
一、变速直线运动中位置函数与速度函数之间的关系	242
二、积分上限的函数及其导数	243
三、牛顿-莱布尼茨公式	245
习题 6-3	249
第四节 定积分的换元积分法	251
习题 6-4	256
第五节 定积分的分部积分法	256
习题 6-5	259
第六节 反常积分与 Γ 函数	259
一、无穷限的反常积分	259
二、无界函数的反常积分	261
三、 Γ 函数	264
习题 6-6	265
第七节 定积分的几何应用	266
一、定积分的元素法	266
二、平面图形的面积	267
三、旋转体的体积	271
四、平行截面面积已知的立体的体积	273
习题 6-7	274
第八节 定积分的经济应用	275
一、由边际函数求原函数	275
二、由变化率求总量	276
三、收益流的现值和将来值	277
习题 6-8	279
总习题六	279
第七章 向量代数与空间解析几何	282
第一节 空间直角坐标系	282
一、空间点的直角坐标	282
二、空间两点间的距离	283
三、曲面方程的概念	284
四、空间曲线方程的概念	286

五、 n 维点集 \mathbf{R}^n	287
习题 7-1	287
第二节 柱面与旋转曲面	288
一、柱面	288
二、旋转曲面	288
习题 7-2	291
第三节 空间曲线及其在坐标面上的投影	291
一、空间曲线的一般方程	291
二、空间曲线在坐标面上的投影	292
习题 7-3	294
第四节 二次曲面	294
习题 7-4	298
*第五节 向量及其线性运算	298
一、向量及其几何表示	298
二、向量的线性运算	300
三、向量的坐标	303
四、利用坐标作向量的线性运算	304
五、向量的模、方向角、投影	306
*习题 7-5	308
*第六节 数量积 向量积	309
一、向量的数量积	309
二、向量的向量积	312
*习题 7-6	315
*第七节 平面与空间直线	315
一、平面及其方程	315
二、空间直线及其方程	318
*习题 7-7	323
总习题七	324
第八章 多元函数微分学	327
第一节 多元函数的基本概念	327
一、区域	327
二、多元函数的概念	329
三、多元函数的极限	330
四、多元函数的连续性	332
习题 8-1	333
第二节 偏导数及其在经济分析中的应用	334
一、偏导数的定义及其计算方法	334
二、偏导数的几何意义及函数偏导数存在与函数连续的关系	337

三、高阶偏导数	338
四、偏导数在经济分析中的应用——偏边际与偏弹性	340
习题 8-2	344
第三节 全微分及其应用	345
一、全微分	345
二、全微分在近似计算中的应用	349
习题 8-3	351
第四节 多元复合函数的求导法则	351
习题 8-4	358
第五节 隐函数的求导公式	359
一、一个方程的情形	359
*二、方程组的情形	361
习题 8-5	364
第六节 多元函数的极值及其应用	365
一、二元函数的极值	365
二、二元函数的最大值与最小值	368
三、条件极值、拉格朗日乘数法	370
*四、条件极值中的拉格朗日乘子 λ 的意义	374
习题 8-6	375
*第七节 最小二乘法	376
习题 8-7	381
总习题八	382
第九章 二重积分 *三重积分	384
第一节 二重积分的概念与性质	384
一、二重积分的概念	384
二、二重积分的性质	387
习题 9-1	389
第二节 二重积分的计算	390
一、利用直角坐标计算二重积分	390
二、利用极坐标计算二重积分	398
三、无界区域上的反常二重积分	402
习题 9-2	404
*第三节 三重积分	406
一、三重积分的概念	406
二、三重积分的计算	407
*习题 9-3	411
总习题九	412
第十章 微分方程与差分方程	414

第一节 微分方程的基本概念	414
一、引例	414
二、基本概念	416
习题 10-1	419
第二节 一阶微分方程	420
一、可分离变量的微分方程与分离变量法	420
二、齐次方程	424
三、一阶线性微分方程	426
四、一阶微分方程的平衡解及其稳定性简介	429
习题 10-2	431
第三节 一阶微分方程在经济学中的综合应用	432
一、分析商品的市场价格与需求量(供给量)之间的函数关系	432
二、预测可再生资源的产量 预测商品的销售量	434
三、成本分析	436
四、公司的净资产分析	437
习题 10-3	439
第四节 可降阶的二阶微分方程	440
一、 $y'' = f(x)$ 型的微分方程	440
二、 $y'' = f(x, y')$ 型的微分方程	441
三、 $y'' = f(y, y')$ 型的微分方程	443
习题 10-4	444
第五节 二阶常系数线性微分方程	445
一、二阶常系数齐次线性微分方程	445
二、二阶常系数非齐次线性微分方程	449
习题 10-5	455
第六节 差分与差分方程的概念 常系数线性差分方程解的结构	456
一、差分的概念	456
二、差分方程的概念	459
三、常系数线性差分方程解的结构	460
习题 10-6	461
第七节 一阶常系数线性差分方程	462
一、一阶常系数齐次线性差分方程的求解	462
二、一阶常系数非齐次线性差分方程的求解	463
习题 10-7	470
第八节 二阶常系数线性差分方程	470
一、二阶常系数齐次线性差分方程的求解	471
二、二阶常系数非齐次线性差分方程的求解	474
习题 10-8	478