

分布式多智能体网络一致性 协调控制理论

纪良浩 王慧维 李华青◎著



科学出版社

分布式多智能体网络一致性 协调控制理论

纪良浩 王慧维 李华青 著

科学出版社

北京

内 容 简 介

一致性问题是多智能体网络协调控制的根本问题,也是分布式计算理论的基础。本书系统介绍作者近年来在分布式多智能网络一致性协调控制领域的研究成果,其集中体现该领域最新的研究理论与研究进展。具体内容包一阶、二阶线性多智能体网络在时滞影响下的一致性以及分组一致性问题、二阶非线性多智能体网络的局部以及全局一致性问题、基于预测机制的离散、连续时间多智能体网络的加速收敛等。

本书适合高等院校计算机、自动化、人工智能及应用数学等专业的教师和研究生阅读,也可作为相关学科领域研究人员及工程技术人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

分布式多智能体网络一致性协调控制理论/纪良浩,王慧维,李华青著.

—北京:科学出版社,2015

ISBN 978-7-03-045755-0

①分... Ⅰ. ①纪... ②王... 李... Ⅲ. ①互联网络—协调控制
IV. ①629.93.4

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第 225216 号

责任编辑:张艳芬 高慧元 / 责任校对:郭瑞芝

责任印制:张 倩 / 封面设计:蓝 正

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

新科印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2015年10月第 一 版 开本:720×1000 1/16

2015年10月第一次印刷 印张:16

字数:312 000

定价:95.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

随着计算机技术与 Internet 的普及以及人工智能技术的发展,传统的集中式控制已经不能完全适应科学技术和生产发展的需求。由此,分布式信息处理技术应运而生。近年来,多智能体网络作为分布式信息处理的一个载体,已经吸引了计算机科学、通信工程、生物智能、自动控制等诸多领域学者的浓厚兴趣,并已成为研究复杂性科学与复杂系统的有力工具。同时,群体通过局部协作而获得群体优势的特点也刺激了多智能体网络在众多领域的广泛应用。多智能体网络的协调控制由于具有很好的鲁棒性、灵活性以及可标度性等优点,其已成为复杂网络控制理论方面的一个重要研究领域。目前,对多智能体网络协调控制的相关研究正渗透到自然科学、社会科学等众多领域并已成为当前学术界的一个重要研究热点和富有挑战性的研究课题。

本书以多智能体网络的动力学行为以及协调控制为背景,结合复杂网络理论、控制理论、代数图论以及矩阵论等相关理论,对多智能体网络的建模、一致性协议设计、收敛性分析以及收敛速度等方面的问题进行比较系统的研究。

本书共分 15 章进行论述。第 1 章对多智能体网络的产生背景、一致性问题的研究现状以及主要应用等进行综合阐述。第 2 章研究同时存在通信时滞与输入时滞影响下的一阶、二阶连续以及离散多智能体网络的一致性。第 3 章分别针对一阶、二阶多智能体网络,研究其分组一致性问题,并分析给出系统实现分组一致的条件判据。第 4 章讨论一阶多智能体网络在时滞影响下的分组一致性问题。第 5 章讨论具有一般拓扑结构的多智能体网络的牵制一致性问题。基于 M 矩阵的相关属性,分析给出具有一般拓扑结构的连续时间多智能体网络实现牵制分组一致的条件判据。同时,还研究具有一般拓扑结构的离散时间多智能体网络的牵制一致性问题,并给出实现牵制一致的牵制策略。第 6 章讨论在不依赖入度平衡的假设条件下,具有一般拓扑结构的多智能体网络的牵制分组一致性问题,分析给出多智能体网络渐进实现分组一致的条件判据与牵制策略。第 7 章研究一类具有普适意义的二阶多智能体网络的全局一致性问题并分析给出系统收敛一致的代数条件判据。第 8 章通过引入一种新颖的快速滑模变量,并结合牵制控制技术,研究带有领航者的二阶多智能体网络的一致性问题。第 9 章运用正交分解法分别讨论在一类特殊的随机切换动态网络中通过非时滞状态与时滞状态耦合的二阶非线性多智能体网络系统的局部一致性问题。第 10 章研究二阶非线性多智能体随机动态网络的全局一致性问题。第 11 章利用局部线性化技术,结合

广义矩阵测度、压缩分析以及环分析方法,研究二阶非线性多智能体网络的局部一致性问题。第12章研究一类通过非时滞和时滞双重耦合下,具有普适意义的二阶非线性多智能体网络的全局一致性问题,并分析给出系统收敛一致的代数判据。第13章基于 push-sum 机制,提出一种优化的分布式平均一致算法并研究基于 Gossip 算法的多智能体网络的平均一致性问题。第14章主要研究二阶离散时间多智能体网络的一致性协议的加速收敛问题。第15章研究连续时间多智能体网络一致性协议的加速收敛问题。提出一种改进的加权平均一致协议,利用 Hopf 分岔理论,分析给出网络系统能够达到加权平均一致时所能允许的最大通信时滞。

本书第1~6章由纪良浩撰写;第7~12章、第13~15章分别由李华青、王慧维撰写。纪良浩负责对全书进行统稿。

在撰写本书过程中,得到了西南大学长江学者特聘教授、博士生导师廖晓峰教授的指导,在此表示衷心的感谢。同时感谢重庆邮电大学长江学者特聘教授、博士生导师王国胤教授以及重庆邮电大学刘群教授给予的支持与帮助。

本书得到了以下项目的资助:国家自然科学基金项目“网络环境下基于分布式事件触发采样机制的非线性多智能体系统一致性控制研究”(No. 61403314)、“基于微型批量采样的分布式多智能个体网络协同优化算法研究”(No. 61503308);重庆市科委基础与前沿研究计划项目“多智能体网络分组一致动力学行为分析与研究”(No. cstc2014jcyjA40047)、“基于事件触发采样机制的复杂动态网络牵引控制”(No. cstc2014jcyjA40016)和“面向大规模数据的分布式在线优化算法研究”(No. cstc2015jcyjA40043);重庆市教委科学技术研究项目“多智能体复杂网络的牵制一致性研究”(No. KJ1400403)。书中内容集中体现了以上项目的最新研究成果。

限于作者水平,书中难免存在疏漏之处,敬请广大读者批评指正。

作者

2015年4月

目 录

| | |
|-----------------------------|----|
| 前言 | |
| 第 1 章 多智能体网络一致性问题概述 | 1 |
| 1.1 引言 | 1 |
| 1.2 多智能体网络 | 2 |
| 1.3 多智能体网络的一致性问题及其应用 | 3 |
| 1.3.1 多智能体网络的一致性问题 | 3 |
| 1.3.2 一致性问题的主要应用 | 3 |
| 1.4 一致性问题研究现状 | 4 |
| 1.5 本章小结 | 9 |
| 参考文献 | 9 |
| 第 2 章 时滞多智能体网络的一致性 | 15 |
| 2.1 引言 | 15 |
| 2.2 预备知识 | 17 |
| 2.3 问题描述与收敛性分析 | 17 |
| 2.3.1 具有不同时滞的一阶连续多智能体网络的一致性 | 17 |
| 2.3.2 具有不同时滞的一阶离散多智能体网络的一致性 | 22 |
| 2.3.3 具有不同时滞的二阶连续多智能体网络的一致性 | 24 |
| 2.4 例子与数值仿真 | 26 |
| 2.5 本章小结 | 31 |
| 参考文献 | 32 |
| 第 3 章 线性耦合多智能体网络的分组一致性 | 35 |
| 3.1 引言 | 35 |
| 3.2 预备知识 | 37 |
| 3.3 问题描述与收敛性分析 | 38 |
| 3.3.1 一阶线性耦合多智能体网络的分组一致性 | 38 |
| 3.3.2 二阶线性耦合多智能体网络的分组一致性 | 42 |
| 3.4 例子与数值仿真 | 44 |
| 3.5 本章小结 | 49 |
| 参考文献 | 49 |

| | |
|---|-----|
| 第 4 章 时滞多智能体网络的分组一致性 | 52 |
| 4.1 引言 | 52 |
| 4.2 预备知识 | 53 |
| 4.3 问题描述与收敛性分析 | 54 |
| 4.3.1 拓扑结构为连通二分图的一阶时滞系统的分组一致性 | 54 |
| 4.3.2 拓扑结构为无向连通图的一阶时滞系统的分组一致性 | 56 |
| 4.4 例子与数值仿真 | 57 |
| 4.5 本章小结 | 60 |
| 参考文献 | 61 |
| 第 5 章 多智能体网络的牵制一致性 | 63 |
| 5.1 引言 | 63 |
| 5.2 预备知识 | 64 |
| 5.3 问题描述与收敛性分析 | 65 |
| 5.3.1 基于 M 矩阵的一阶连续多智能体网络的牵制一致性 | 65 |
| 5.3.2 一阶离散多智能体网络的牵制一致性 | 67 |
| 5.3.3 牵制策略 | 69 |
| 5.4 例子与数值仿真 | 70 |
| 5.5 本章小结 | 75 |
| 参考文献 | 75 |
| 第 6 章 多智能体网络的牵制分组一致性 | 77 |
| 6.1 引言 | 77 |
| 6.2 预备知识 | 78 |
| 6.3 问题描述与收敛性分析 | 79 |
| 6.4 例子与数值仿真 | 83 |
| 6.5 本章小结 | 87 |
| 参考文献 | 87 |
| 第 7 章 基于广义线性交互协议的二阶非线性多智能体网络的一致性 | 89 |
| 7.1 引言 | 89 |
| 7.2 预备知识 | 90 |
| 7.3 问题描述与收敛性分析 | 91 |
| 7.4 例子与数值仿真 | 98 |
| 7.5 本章小结 | 104 |
| 参考文献 | 104 |

| | |
|---------------------------------------|-----|
| 第 8 章 有领航者的二阶非线性多智能体网络的鲁棒一致性 | 106 |
| 8.1 引言 | 106 |
| 8.2 预备知识 | 108 |
| 8.3 问题描述与收敛性分析 | 109 |
| 8.4 例子与数值仿真 | 115 |
| 8.5 本章小结 | 119 |
| 参考文献 | 119 |
| 第 9 章 二阶非线性多智能体随机动态网络的局部一致性 | 122 |
| 9.1 引言 | 122 |
| 9.2 预备知识 | 124 |
| 9.3 问题描述与收敛性分析 | 126 |
| 9.3.1 非时滞耦合情形 | 131 |
| 9.3.2 时滞耦合情形 | 134 |
| 9.4 例子与数值仿真 | 139 |
| 9.5 本章小结 | 142 |
| 参考文献 | 143 |
| 第 10 章 二阶非线性多智能体随机动态网络的全局一致性 | 145 |
| 10.1 引言 | 145 |
| 10.2 预备知识 | 145 |
| 10.3 问题描述与收敛性分析 | 147 |
| 10.4 例子与数值仿真 | 156 |
| 10.5 本章小结 | 160 |
| 参考文献 | 161 |
| 第 11 章 任意快速切换的二阶非线性多智能体网络的局部一致性 | 162 |
| 11.1 引言 | 162 |
| 11.2 预备知识 | 162 |
| 11.3 问题描述与收敛性分析 | 163 |
| 11.4 例子与数值仿真 | 170 |
| 11.5 本章小结 | 173 |
| 参考文献 | 173 |
| 第 12 章 时滞与非时滞二阶非线性多智能体网络的全局一致性 | 175 |
| 12.1 引言 | 175 |
| 12.2 预备知识 | 175 |
| 12.3 问题描述与收敛性分析 | 176 |

| | | |
|---------------|---|------------|
| 12.4 | 例子与数值仿真 | 184 |
| 12.5 | 本章小结 | 187 |
| | 参考文献 | 188 |
| 第 13 章 | 基于 Gossip 算法的分布式多智能体网络的平均一致性 | 189 |
| 13.1 | 引言 | 189 |
| 13.2 | 预备知识 | 190 |
| 13.3 | 问题描述与收敛性分析 | 191 |
| 13.3.1 | 基于广播的随机多 Gossip 对算法 | 192 |
| 13.3.2 | 基于广播的多 Gossip 对算法的收敛分析 | 195 |
| 13.3.3 | 基于广播的多 Gossip 对算法的性能分析 | 202 |
| 13.4 | 例子与数值仿真 | 205 |
| 13.5 | 本章小结 | 207 |
| | 参考文献 | 208 |
| 第 14 章 | 基于预测机制的离散时间多智能体网络的加速收敛 | 211 |
| 14.1 | 引言 | 211 |
| 14.2 | 预备知识 | 212 |
| 14.3 | 问题描述与收敛性分析 | 213 |
| 14.3.1 | 有向网络的收敛性分析 | 213 |
| 14.3.2 | 无向网络的收敛性分析 | 216 |
| 14.3.3 | 加速预测机制简介 | 216 |
| 14.3.4 | 基于加速预测机制的一致性分析 | 219 |
| 14.4 | 例子与数值仿真 | 223 |
| 14.5 | 本章小结 | 225 |
| | 参考文献 | 225 |
| 第 15 章 | 基于预测机制的连续时间多智能体网络的加速收敛 | 228 |
| 15.1 | 引言 | 228 |
| 15.2 | 预备知识 | 229 |
| 15.3 | 问题描述与收敛性分析 | 232 |
| 15.3.1 | 预测协议对于通信时滞的鲁棒性分析 | 236 |
| 15.3.2 | 预测协议的收敛速率性能分析 | 238 |
| 15.3.3 | 基于预测机制的一致性协议的性能分析 | 242 |
| 15.4 | 例子与数值仿真 | 243 |
| 15.5 | 本章小结 | 247 |
| | 参考文献 | 247 |

第 1 章 多智能体网络一致性问题概述

1.1 引言

自然界中广泛存在着许多有趣的生物群集现象,如蚁群的聚集、鸟类的蜂拥、萤火虫闪光的同步以及鱼类的群游等,在诸如此类的群集运动中,各个生物体究竟是如何相互协调、分工与合作的吸引着众多的学者。为了从本质上揭示群集现象的内在规律,众多领域的研究者从生物学、数学、人工智能以及计算机科学等多个角度对此展开了全面的理论研究,并希望将这种生物群体的内在协作机制引入自己的研究领域中^[1,2]。其中,生物学家希望能够揭示出生物群体中个体通过内部协调来合作实现群体行为的内在规律^[3,4]。物理学家则希望能够系统地使用各种数学模型来模拟仿真并认识、解释生物的这些行为^[5,6]。而系统控制领域的研究者则希望借助生物群体行为的自然规律来设计并实现真实的智能体系统以便完成复杂的预定功能^[7]。

受群集现象的启发,研究者提出了多智能体系统(multi-agent systems)的概念。一般来说,多智能体系统是由大量分布配置的自治或半自治的子系统(智能体)通过网络互联所构成的复杂的大规模系统,它是“系统的系统”(system of systems)^[8]。近年来,智能体在许多领域中都得到了不同程度的发展,且不同领域的研究者对智能体的含义也赋予了不同的理解,因此,迄今为止对智能体还没有一个比较合适的普遍定义。在通常情况下,智能体是一个物理或者抽象的实体,它可以通过感应器来感知周围的环境并通过效应器作用于自身,且还能与其他智能体进行通信。从计算机的角度,多智能体系统是“试图在复杂的动态环境下实现一组目标的计算机系统”。它能够通过传感器感知环境,并通过执行器对环境进行相应的作用。由于基于多智能体系统的方法具有自治性、适应性、稳健性且容易被实现,其对于那些结构性能不好和定义不明确的任务具有很大的优势^[9]。因此,多智能体系统已发展成为一门新兴的复杂系统科学,并已成为研究复杂性科学与复杂系统的有力工具。同时,群体通过局部协作而获得群体优势的特点也刺激了多智能体系统在众多领域的广泛应用。在针对多智能体系统各方面的众多研究中,由于多智能体系统的协调控制是一个前沿与基础性的工作,它正渗透到自然科学、社会科学等众多领域,并已成为当前学术界一个重要的研究热点和富有挑战性的研究课题。

1.2 多智能体网络

近年来,各领域的学者一直致力于用网络的观点来研究各种复杂系统的问题。网络是一个包含大量相互作用个体的复杂系统。通常,人们习惯于把这些个体称为网络的节点,把个体彼此间的相互作用看做网络中节点与节点之间的连接关系。因此,由大量的智能体以及智能体间的连接所构成的多智能体复杂系统,可称为多智能体网络^[2]。

智能体以及智能体间的连接关系是多智能体网络中最基本、最重要的两个元素。节点代表网络系统中的智能体,边则代表智能体间的相互作用关系。在现实生活中,复杂多智能体网络随处可见,如互联网、交通网、智能电网、社交网络、生态网络、经济网络、移动机器人网络、无线传感器网络等都是比较典型的多智能体网络。随着所研究网络对象的不同,网络中节点以及边所代表的含义也随之不同。例如,在互联网中,节点可以表示路由器或者子网络,而边则可以表示各节点之间的无线或者有线的连接关系;在万维网中,节点与边可分别表示网页以及网页相互之间的超级链接;在多个移动智能体所组成的复杂网络系统中,节点表示单个的智能体,而边可以表示各智能体之间的通信、感应关系等;在社交网络中,节点可以代表个人、组织甚至国家,边则代表它们之间的社会关系^[2]。在复杂多智能体网络中,每一个智能体均表示一个动力学系统,若它们的动力学行为是一致的,则称该网络为同质网络,否则,称为异质网络^[10]。网络中的智能体只能与其邻居智能体之间进行局部、有限的通信与信息交互,交换的信息可以是位置、速度或者单个智能体自身检测到的其他信息等^[11]。

研究多智能体网络,就是研究其群集或聚集的内在演化规律。在多智能体网络系统中,由于信息与资源是局部的、分散的,每个智能体不具备获取全部信息以及完成整个任务的能力,同时,系统中也不存在全局的控制策略,因此所有的智能体彼此之间需通过协商或者竞争的方式来协调各自的目标与行为,从而达到共同完成一项复杂任务的目的。这也是多智能体网络系统分布式协调控制的基本特点。协调控制是通过设计分布式控制协议,使得自治的多智能体之间在仅利用有限的局部通信与信息交换的前提下来实现一个共同的全局目标。不同于传统的集中式控制,分布式协调控制具有许多优点,例如,不要求每个智能体都访问其他所有智能体的信息,这样大大减少了通信量,因而能有效节省能源;同时分布式协调控制还具有鲁棒性、灵活性和可标度性等优点。智能体的分布式协调控制是多智能体网络研究的基础,是发挥多智能体系统优势的关键所在,也是整个系统智能性的集中体现。因此,多智能体网络的协调控制已成为复杂网络控制理论方面的一个重要研究领域,同时在军事、商业、交通等领域都有着广泛的应用前景。

1.3 多智能体网络的一致性问题及其应用

1.3.1 多智能体网络的一致性问题

多智能体网络的一致性问题 (consensus problem) 是复杂动力学系统中非常有意义的理论问题。所谓一致性是指在一个多智能体系统中, 随着时间的推移, 系统中所有智能体的状态最终能够趋于一个相同的值。多智能体系统达到一致是实现对其协调控制的首要条件。一致性协议 (算法) 是指复杂系统中智能体之间相互作用的规则, 它描述了各智能体与其邻居节点间信息交互的过程。

根据系统中各智能体的初始状态以及最终收敛一致状态值的不同, 多智能体系统的一致性通常可分为渐近一致、平均一致、最大一致、最小一致以及分组一致等。近年来, 随着对多智能体系统协调控制问题研究的不断深入以及多智能网络系统的广泛应用, 一致性问题的研究已成为当前的一个研究热点与前沿问题, 并在理论研究与实际应用等方面都取得了丰硕的研究成果。

1.3.2 一致性问题的主要应用

一致性问题作为协调控制的基础, 已广泛应用于编队控制、蜂拥控制、聚集问题、同步以及协调决策等问题的研究中^[8]。接下来, 分别对多智能体系统一致性问题的主要应用作简要介绍。

(1) 耦合振子的同步。耦合振子同步问题的早期开创性工作源于 Winfree, 他假设每个振子与周围的振子之间存在强力作用, 那么振子的振幅变化可以忽略, 从而将同步问题简化为相位变化问题^[12]。在此基础上, Kuramoto 指出一个具有有限个恒等振子的耦合系统, 无论振子内部耦合强度多么微弱, 它的动力学特性都可以用一个简单的相位方程来表示^[13]。此后, 耦合系统的同步问题便吸引了来自物理、生物、神经科学和数学等众多领域科学家的关注^[14, 15]。

(2) 蜂拥控制。群体蜂拥行为, 即一群运动自主的个体能够形成并保持以团队的形式向某一目标迈进, 它能帮助生物躲避天敌, 增加寻觅到食物的概率等。这类现象所提取的抽象系统一般都由大量数目的个体组成, 但是个体本身却很简单, 它们没有中央控制器, 只具备检测局部信息的能力, 信息的交换和分享也只是在部分个体间进行, 正是基于这些简单的局部信息的作用规则却能产生一些期望的宏观行为。十几年来, 生物学、物理学、计算机和控制等领域的学者对自然界的蜂拥行为产生了浓厚的兴趣^[16-22], 他们正努力地从相应领域的角度探索蜂拥行为的涌现机制。在蜂拥控制中, 一致性协议主要用于实现智能体之间的速度匹配并有效避免碰撞。

(3) 分布式编队控制。编队控制要求系统中所有个体共同保持一个预先设定的几何队形,且每一个个体都知晓最终编队的队形信息,但是个体间需要相互通信并协调各自的位置信息以实现预期的编队控制。在编队控制中,个体间可以依据一致性协议来获取预期队形的中心位置信息。所以,编队控制是一种特殊的一致性问題,其在无人机飞行、地面无人小车的驾驶、自组织水下舰队以及卫星群编队等方面有着广泛、深入的应用。

(4) 聚集问题。聚集是一类特殊的一致性问題。其主要研究多智能体系统中所有的个体在一致性协议的控制下,实现在同一时间和地点的聚集。它属于无约束一致性问題。

(5) 同步。在日常生活中,同步的现象随处可见。例如,蟋蟀的同时发声、萤火虫的同时闪光以及掌声从凌乱到相同节奏的演化等。同步问题是动态的一致性问題,其可以看做一致性问題的非线性扩展。

(6) 其他应用。一致性问題除了上述典型应用外,在其他方面也有着广泛的应用。例如,在协调决策中,相比于集中决策的方式,分布式决策由于不需要每个决策者了解其他所有决策者的信息而更具优势。近年来,随着传感器网络的兴起,分布式估计与跟踪等传感器间的信息融合问題都可以看做多智能体一致性问題的应用。此外,一致性问題在异步分布式算法、最优合作控制以及贝叶斯网络中都有着广泛、深入的应用。

1.4 一致性问題研究现状

一致性问題是多智能体网络协调控制的根本性问題,它是分布式计算理论的基础。早在 20 世纪 30 年代末,德国行为生理学家 Holst 就开始用实验的方法研究生物的个体行为和群集行为。奥地利著名学者、诺贝尔奖获得者 Lorenz 在其著作 *On Aggression* 中记述了 Holst 的一个实验:为了不受其他鲑鱼运动的影响,将一条切除了前脑的普通鲑鱼放入鱼群中进行观察。结果发现整个鱼群都会跟随这个没有前脑的鱼游走。Holst 问題是一个典型的领航者(leadering)跟随群集问題。那就是存在着一条行为不受鱼群中其他个体影响的头鱼,普通鲑鱼与相邻个体运动状态保持一致的行为使得整个鱼群最终趋于与头鱼同步的运动状态^[23]。一致性问題的开创性研究工作起始于 20 世纪 70 年代中期,DeGroot 在管理科学与统计学领域首次提出了一致性的问題^[24],开创了一致性问題研究的先河,也促使一致性问題成为学术界的热门话题而被广泛研究。随后,Borkar 等对渐近同步一致性问題开展了比较系统的研究^[25]。1987 年,生态学家 Reynolds 按照自然界中鸟群、鱼群等群体行为进行了计算机仿真,并提出了著名的 Boid 模型^[26]。该模型要求一群多智能体的行为满足如下三个基本规则。①避免碰撞原则(collision

avoidance):所有个体与邻近个体保持适当间距,以免碰撞。②中心汇聚原则(flocking center):所有个体试图靠近邻近个体。③速度匹配原则(velocity matching):所有个体试图与邻近个体的速度保持一致。这些规则描述了每个个体与系统中其他邻近个体交互作用的动态行为。1992年,Benediktsson等首次将统计学中一致性的概念推广、应用到传感器网络的信息融合中^[27]。在Boid模型的基础上,Vicsek等在1995年从统计力学的角度提出了一个经典的离散时间模型来模拟粒子涌现出一致性行为的现象。研究发现,当粒子的密度较大且系统的噪声较小时,初始运动方向不同的粒子在经过局部信息交互后最终能够实现运动方向的一致^[28]。这种现象引起了数学、控制科学以及计算机科学等众多领域研究者的兴趣,他们试图对这一现象给出严格的理论解释。2003年,Jadbabaie等^[29]运用代数图论的知识,针对无噪声干扰的Vicsek简化模型,首次给出了一致性问题的严格理论分析,证明了当系统的拓扑结构为无向连通图时,所有智能体的运动方向将最终趋于一致。与此同时,Jadbabaie等还考虑了具有领航者的多智能体系统的一致性,并分别针对连续时间、离散时间的模型分析给出了系统相应的收敛结果。在此基础上,Moreau^[30]针对有向网络讨论了多智能体系统的一致性,基于图论、系统理论以及凸理论等相关知识给出了相应的收敛性分析。其研究表明,即使相对简单的模型,当智能体间存在更多的通信时,不一定能取得更快的系统收敛速度,相反还有可能影响系统的收敛性。在Fax等的工作基础上^[31],Olfati-Saber等^[32]系统地提出了多智能体网络一致性问题的理论框架,具体如式(1.1)和式(1.2)所示:

$$\dot{x}_i(t) = \sum_{j \in N_i} a_{ij} (x_j(t) - x_i(t)) \quad (1.1)$$

$$x_i(k+1) = x_i(k) + \epsilon \sum_{j \in N_i} a_{ij} (x_j(k) - x_i(k)) \quad (1.2)$$

并给出了一致性控制协议的基本形式,同时正式给出了一致性问题的可解性与控制算法的概念,并结合图论,引入了节点入度、出度以及平衡图的概念,给出了拓扑结构为平衡图的多智能体系统达到平均一致的充分必要条件。其研究表明,系统的收敛速度直接与多智能体网络的代数连通度相关联,且系统Laplacian矩阵的第二个次小特征值可以表征系统的收敛速度。随后,Ren等^[33]又在文献[32]的基础上,研究了具有固定拓扑与切换拓扑的有向加权网络的一致性问题,并分析指出当系统拓扑结构中包含有向生成树时,系统能够达到一致。与文献[32]相比,该结论具有较弱的保守性。随后大量的研究与分析表明,一致性算法的收敛性能与网络拓扑结构的连通性密切相关。

近年来,国内外多个领域的研究者从不同的角度,应用不同的模型以及方法,从理论、应用等方面对一致性问题展开了进一步的研究与探索,并取得了非常丰

硕的研究成果。在实际的通信网络中,受网络传送带宽有限等因素的限制,当信道产生拥塞或者出现信息传递不对称时均会产生时滞,相比于理想状况,考虑在时滞影响下多智能体系统的一致性问题就显得更加具有现实意义。Olfati-Saber等最先考虑了具有时滞的无向网络的一致性问题,并分析给出了系统实现均方一致时的充分必要条件以及所能容忍的时滞上界。同时还指出,系统的一致性能与时滞系统的鲁棒性两者之间存在着一个平衡或者折中的问题^[32]。Moreau^[30]的研究结果表明,在网络保持连通的情况下,时滞的存在不影响系统的一致性收敛性能。俞辉等^[34]针对具有相同时滞的无向网络,分析给出了系统能够容忍的最大时滞上界,并指出网络的连通性是影响系统取得平均一致的关键因素。杨洪勇等^[35]以及 Tian 等^[36]分别针对具有时滞的离散时间多智能体系统,分析得到了系统收敛一致的条件判据,其研究结果表明,系统的收敛与系统中存在的输入时滞相关而与通信时滞无关。Liu 等^[37]利用非负矩阵的性质,针对存在有界时滞的异构离散系统分析给出了其收敛一致的充分条件,同时指出基于耦合权重以及取样周期等先决条件,系统一致性的实现只与系统拓扑结构的连通性相关而与通信时滞无关。Münza 等^[38]建立了统一的具有通信时滞以及同时具有输入时滞的多智能体系统的模型框架,并给出了保证一阶时滞系统实现一致的条件判据。文献^{[39]~[42]}针对具有时滞的有向切换多智能体网络,分别讨论了系统的一致性问题。文献^{[43]~[48]}还讨论了二阶多智能体网络在时滞影响下的一致性问题的。

为了保证目标任务能够分布、协调地完成,在多智能体复杂系统中,要求所有智能体的状态随时保持一致,然而随着环境、状态的改变以及时间的推移,会导致系统一致性状态值也随之发生改变。此外,当多个任务分布地被多智能体系统协调完成时,也会出现多个不同一致性状态值的现象。同时,随着系统规模的不断扩大,很多时候对整个系统实现一致性控制的愿望都难以实现。于是,研究者提出了多智能体系统分组一致的概念。在包含多个子网的多智能体复杂网络中,在分组一致控制算法的作用下,系统中所有智能体的最终状态按组收敛到一个相同的值,即同一分组(子网)中所有智能体的状态能够达到一致,而不同分组(子网)中智能体的状态不能实现一致。多智能体网络的分组一致性问题在无人机编队、侦察以及无线传感器网络的重构等方面有着广泛的应用。近年来,针对多智能体网络的分组一致性以及复杂网络的分组同步等问题的研究也取得了很多有意义的研究成果。例如, Yu 等^[49]首先讨论了无向网络的分组一致性问题,分析得到了保证系统实现分组一致的若干条件判据。同时,他们还进一步探讨了拓扑结构为强连通平衡图的有向网络的分组一致性问题。研究表明,子系统间存在的信息交互能够有效提高整个系统分组一致的收敛速度^[50]。随后,基于双树转化的思想, Yu 等^[51]还研究了切换拓扑与时滞系统的分组一致性问题。Yi 等^[52]从理论上分析并揭露了多智能体网络的分组数与系统 Laplacian 矩阵两者之间的关系。

Tan 等^[53]的研究结果表明对于固定拓扑的有向网络,系统的分组一致性由系统系数矩阵的 Hurwitz 稳定性决定。对于切换系统,系统的分组一致性与任意切换信号下若干线性切换系统的渐近稳定是等价的。Ji 等^[54]基于频域控制理论的方法,讨论了时滞系统的分组一致性问题并给出了保证系统分组一致实现的代数条件。Wang 等^[55]借助图着色的相关理论,研究了分组一致性控制协议的设计方法。Wang 等^[56]提出了一种基于竞争机制的控制策略,研究了拓扑结构为连通二分图的多智能体系统的分组一致性问题,并给出了系统所能容忍的最大时滞上界。Feng 等还探讨了二阶多智能体系统的静态分组一致性问题^[57]。

在多智能体网络中,当网络通过节点间的相互耦合不能达到一致或者在无法预先具体了解节点间的耦合关系时,引入外力来实施对整个网络的控制就显得尤为必要。20 世纪 90 年代,牵制控制(pinning control)的出现,为网络的协调控制提供了一种有效的手段。牵制控制通过选取网络中部分节点实施控制,以达到协调控制整个网络的目的。近年来,关于多智能体网络的牵制一致性控制以及复杂网络的牵制同步研究也取得了比较丰富的成果。基于 Lie 代数理论,Xiong 等^[58]针对非线性有向多智能体网络讨论了系统的牵制一致性问题。Zhao 等^[59]提出了一种优化的牵制控制策略,有效提高了多智能体系统的一致性收敛性能。Chen 等^[60]针对无向以及包含有向生成树的有向网络,讨论了系统的牵制一致性问题,其研究成果表明当网络中节点间的耦合强度足够大时,通过牵制网络中的单个根节点就可实现对整个网络的牵制控制。Yu 等^[61]基于无向动态网络,指出当耦合强度较小时,网络中度值较小的节点需要被优先选择牵制,这一结论与已有文献中指出的关于度值较大的节点需要被选择牵制的结论截然相反。Song 等^[62]提出了一种低维度的牵制策略,指出网络中出度大于入度的节点需要被选择牵制,这一结论与文献^[63]中相应的结论一致。Li 等^[64]给出了具有不同拓扑结构的星型网络实现牵制一致时的条件判据。Nariman 等^[65]还分别研究了无向以及强连通有向网络的脉冲控制成本问题,并指出为了减少控制成本,网络中度值较小的节点需要被选择牵制。基于虚拟控制,Li 等^[66]研究了在随机网络拓扑和无标度网络拓扑下多智能体系统的牵制控制问题,并给出了网络全局一致和局部一致的充分条件。研究表明:通过牵制部分度数较高的节点可使得整个网络达到一致。Wang 等^[67]的研究结果指出,对于无向网络,可随机选择牵制节点,同时,为提高系统的动态性能,需选择网络中度值较大的节点实施牵制控制。文献^[68]指出,为保证系统牵制一致性的达到,系统拓扑中其生成树的根节点需要被选择牵制。文献^[69]中分析给出了当多智能体系统牵制同步实现时,需要被牵制节点数量的近似计算公式。Li 等^[70]讨论了多智能体网络的牵制分组一致性问题,其研究结果显示,网络中与其他分组有连接的节点需要优先被选择牵制。Liu 等^[71]提出了一种自适应的牵制控制策略,并且指出适当增大节点间的耦合强度对整个多

智能体系统分组同步的实现至关重要。Sun 等^[72]分别针对具有固定与切换拓扑的多智能体系统,分析给出了实现分组一致的条件判据,并讨论了系统平衡点数量与系统 Laplacian 矩阵两者之间的关系。Hu 等^[73]通过将网络中每个分组看做一个整体并利用每个分组的信息,指出当分组的入度大于出度时,该分组需要被选择牵制。Wu 等^[74]提出了一种线性控制策略并给出了系统实现分组同步的若干条件,同时,其相关研究结论指出某一分组中与其他分组内节点有直接联系的节点需要被选择牵制。针对无向网络,Su 等^[75]提出了一种新颖的分散自适应牵制控制策略,并指出每个分组中至少需选择一个节点被实施牵制。Ma 等^[76]分析给出了有向弱连接复杂网络实现牵制分组一致的若干条件,并指出分组中入度为零的内部节点以及与其他分组中节点有联系的外部节点需要被选择牵制。Xia 等^[77]研究了间歇控制在复杂时滞网络牵制控制中的应用问题,并给出了网络达到一致的一些条件判据。Lu 等^[78]研究了在非时滞线性耦合情形下的复杂网络的局部和全局一致性问题,取得了一系列研究成果,并将该成果进一步推广到时滞线性耦合的复杂网络的同步情形^[79]。

随着对一阶多智能体系统研究的不断深入,不少学者将研究兴趣逐渐转移到二阶多智能体系统。这主要是因为在一般情况下,当驱动力(或者称加速度)当做控制输入来考虑时,每个智能体都应该建模成为一个二阶动力系统。最近,多智能体系统的二阶一致性问题也受到了越来越多的关注^[44,48,80-83]。与一阶多智能体网络的一致性问题相比,Ren 和 Atkins^[80]证明了智能体之间的通信拓扑结构存在着有一棵有向生成树仅仅是多智能体系统达到二阶一致性的一个必要而非充分条件。也就是说,即使二阶多智能体系统对应的网络通信拓扑包含一棵有向生成树,系统也不一定能够达到二阶一致性。所以,已有的关于一阶多智能体系统一致性的相关协议并不能够简单地推广到二阶多智能体系统,此外,还需要协议中的其他控制参数满足一定的条件。更令人惊讶的是,Yu 等在文献^[84]中提到,在给一个原本可以达到二阶一致的多智能体网络中增加若干条连接之后,二阶一致性是有可能达不到的。这与我们的传统观念相矛盾:在多智能体网络系统中节点间的交互越多,越有助于系统一致性的达到。正是因为这个原因,最近几年,二阶多智能体系统的一致性也开始逐渐受到越来越多的关注,并开始成为多智能体研究领域的热点话题。

值得注意的是,生活中大部分的实际耦合系统都无法简单地利用线性系统来精确地刻画其动力学行为的演化过程,例如,利用弹簧来进行耦合的小车、单摆耦合振子、次谐振荡器等^[48,84,85]。这类系统本质上都是一些二阶非线性动力系统加以耦合的多智能体系统。同时,自然界中群体系统本身所固有的非线性特质也是多智能体系统在实际应用时不得不面临的问题。因此,研究二阶非线性多智能体网络的一致性也是一项十分必要的工作。