

WILEY


衍射、傅里叶光学 及成像

Diffraction, Fourier Optics and Imaging

[美] 奥坎 K. 埃尔索伊 (Okan K. Ersoy) 著

• 蒋晓瑜 闫兴鹏 等译



 机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

衍射、傅里叶光学及成像

Diffraction, Fourier Optics and Imaging

[美] 奥坎 K. 埃尔索伊 (Okan K. Ersoy) 著
蒋晓瑜 闫兴鹏 等译



机械工业出版社

衍射现象是光学及电磁学中的主要现象,成像是现代科学技术领域中应用广泛,而傅里叶分析方法作为一种有效工具,在衍射及成像中均具有广泛应用。本书将衍射、成像与傅里叶分析结合起来,系统而全面地介绍了光学中的衍射现象、成像系统和成像方法,以及傅里叶分析方法及其在多种衍射和成像领域中的应用。本书针对有一定理论基础和实践经验的读者,他们对物理光学有一定了解,并熟练掌握了傅里叶分析方法。本书可用作高等院校有关专业的研究生教材,也可作为相关领域研究人员或工程师的参考书。

Copyright © 2007 John Wiley & Sons, Inc. All rights reserved

All Rights Reserved. This translation published under license. Authorized translation from the English language edition, entitled Diffraction, Fourier Optics and Imaging, ISBN 9780471238164, by OKAN K. ERSOY, Published by John Wiley & Sons. No part of this book may be reproduced in any form without the written permission of the original copyrights holder.

本书中文简体字版由 Wiley 授权机械工业出版社独家出版。未经出版者书面允许,本书的任何部分不得以任何方式复制或抄袭。版权所有,翻印必究。

北京市版权局著作权合同登记 图字:01-2014-2699

图书在版编目(CIP)数据

衍射、傅里叶光学及成像/(美)埃尔索伊(Ersoy, O.)著;蒋晓瑜等译. —北京:机械工业出版社,2015.11

书名原文:Diffraction, Fourier Optics and Imaging

ISBN 978-7-111-52389-5

I. ①衍… II. ①埃…②蒋… III. ①衍射—研究②傅里叶光学—研究
IV. ①O436.1②O438.2

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第301113号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)

策划编辑:吉玲 责任编辑:吉玲 熊海丽 刘丽敏

版式设计:霍永明 责任校对:张晓蓉

封面设计:张静 责任印制:乔宇

北京玥实印刷有限公司印刷

2016年3月第1版第1次印刷

184mm×260mm·16.5印张·404千字

标准书号:ISBN 978-7-111-52389-5

定价:65.00元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

网络服务

服务咨询热线:010-88361066 机工官网:www.cmpbook.com

读者购书热线:010-68326294 机工官博:weibo.com/cmp1952

010-88379203 金书网:www.golden-book.com

封面防伪标均为盗版

教育服务网:www.cmpedu.com

译 者 序

人类社会已经由工业时代进入信息时代，信息正在以系统的方式改变整个社会，信息的获取、处理及分析的作用越来越重要，而成像是实现信息获取与处理的一种最主要的方式之一，被广泛应用于工业、军事、医学、科学研究等各行各业，深刻地影响着人类的日常生活与社会发展。

本书以傅里叶分析作为桥梁，将光学衍射现象和成像技术连接起来，系统地介绍了与成像有关的相关衍射光学现象和傅里叶分析方法。本书以原作者 30 多年的教学、科研为基础，包含了作者对于衍射与成像的独特理解，并融入了原作者在相关方面的原创性理论和应用实例。对于那些具有一定的光学基础，并渴望学习成像技术及其分析方法的读者来说，本书是实现快速入门的理想选择。本书注重理论与实际的结合，具有如下特点。

首先，对衍射现象的介绍深入浅出。对于波动传播和标量衍射理论的介绍，可以使读者快速掌握与衍射相关的物理基础理论；而对于衍射近似方法（菲涅耳衍射、夫琅禾费衍射）以及逆向波动理论的介绍及相关光学器件的介绍，可以让读者对衍射现象的认识与理解进一步加深。

其次，对成像技术的介绍细致全面。针对透镜成像，介绍了几何光学下的薄透镜与厚透镜成像原理，以傅里叶分析方法为工具，分别介绍了均匀介质与非均匀介质、相干与非相干条件下的波动传播方法及透镜成像特性，并介绍了相关成像技术的应用实例，如相衬显微成像与扫描共焦显微成像、电子束刻蚀、定向耦合器等。

此外，本书还对与衍射和成像相关的一些应用领域做了深入浅出的介绍。这些领域涵盖了全息及其编码，衍射光学器件及其编码，计算成像技术如合成孔径雷达及计算机断层扫描、阵列波导光栅等，并对孔径尺寸小于入射光波长时的衍射分析方法，如光束传播法、时域有限差分法和傅里叶模式法做了介绍。

本书的第 1~第 10 章等由裴闯、闫兴鹏、程长青、蒋晓瑜翻译，第 11~第 20 章与附录等由赵锴、严志强、赵哲、丛彬翻译，并由蒋晓瑜完成校正工作，蒋晓瑜与闫兴鹏共同完成全文定稿。

感谢 Okan K. Ersoy 教授对本书中文版出版给予的大力支持。感谢机械工业出版社吉玲编辑在本书翻译过程中给予的帮助与合作。由于译校者水平有限，不妥和疏误之处在所难免，欢迎广大读者批评指正。

译 者

前 言

衍射与成像是许多现代科学领域中的核心课题之一，而傅里叶分析和合成技术又是贯穿这一课题的统一主线。例如，通过对傅里叶方法的研究与发展而衍生出了诸多现代成像技术。

本书具有显著的原创性，这源于作者长达 30 多年的教学、研究与项目开发经历。回顾本书涉及的内容在近年来取得的进展，并且随着技术的进步这些内容显得越来越重要，这本身就是一件令人快慰的经历。这些内容涉及的主题为数众多，且包含诸多学科。

即使傅里叶理论是最核心的，其也需要许多其他的主题来进行补充，例如，线性系统理论、优化理论、数值方法、成像理论以及信号与图像处理理论；并且，理论也需要与问题的具体实施和材料的制备相结合。因此很难对这一领域进行简单的描述。技术的日益进步使得该领域至关重要，从而需要开设一些课程以涵盖该科学与技术领域的主要议题；同时，也需要帮助学生理解这些课程的重要性，使他们为现代技术的学习做好准备。

本书可作为大学高年级和研究生阶段涉及领域的相关课程的教科书。以本书涵盖的议题为基础，可以设计开设 1/4 学期或者半学期的课程。

本书共包含 20 章和 3 个附录。前三章可认为是基础知识的导论性讨论。

第 1 章给出了衍射、傅里叶光学和成像的简要介绍，并给出了一些现代技术中正在出现的技术实例。

第 2 章综述了本书其他部分所需要的线性系统理论和变换理论。具体描述了连续空间的傅里叶变换、实傅里叶变换及其性质，并包含一些例题。其他涉及的主题包含在附录中：附录 A 介绍了脉冲函数，附录 B 介绍了线性矢量空间，附录 C 介绍了离散时间傅里叶变换、离散傅里叶变换和快速傅里叶变换 (FFT)。

第 3 章为波传播的基础知识。先给出了波的一般描述，并介绍了各种类型的波。接下来主要介绍了电磁波及其性质，并特别强调了平面波。

第 4 章为标量衍射理论的基础知识。介绍了亥姆霍兹方程、平面波角谱、衍射的非涅耳-基尔霍夫和瑞利-索末菲理论。这些理论将波的传播描述为与傅里叶变换密切相关的线性积分变换。

第 5 章讨论了菲涅耳近似和夫琅禾费近似，其允许衍射可用傅里叶变换的方式进行描述。作为这些近似的特殊应用领域，还介绍了具有诸多用途的衍射光栅。

衍射通常是采用前向波动传播的方式来进行讨论的，本书第 6 章反其道而行之，引入了逆向波动理论来讨论衍射现象，这在一些特定类型的成像方法和光学元器件设计的迭代优化算法中有重要应用。本章中，着重介绍了逆向菲涅耳衍射、逆向夫琅禾费衍射和逆向角谱表述。



前述章节介绍的方法主要对靠近波动传播方向 z 轴的波动成立。换言之,这些方法的结果仅在波动方向与 z 轴夹角很小的时候精确。而且当距离衍射面很近的时候,菲涅耳衍射和夫琅禾费衍射也不再有效。在第7章中,采用了一种新方法使这些问题得到了很大程度的解决,这种新方法被称为近场-远场近似(NFFA)方法。该方法主要包含两方面内容:第一个是包含泰勒级数展开中二次方以上的项,第二个是推导了一种在输出面上确定半规则采样位置的方程,从而使FFT仍能被用来计算波动传播。因此,NFFA方法的计算速度快,并在宽角度衍射、近场和远场波动计算等应用中仍然适用。

第8章讨论当衍射孔径远大于波长时适用的几何光学。透镜的设计经常采用几何光学来进行,本章给出了薄透镜和厚透镜的光线方程及其传播方程,并给出了几何光学理论与波动光学理论的关系。

透镜成像是典型的成像方式。第9章和第10章主要介绍均匀媒质中的透镜成像,并将此成像过程转化为线性系统。第9章讨论了利用二维傅里叶变换描述的相干光成像。同时还讨论了相衬显微成像与扫描共焦显微成像这两种重要应用,以此体现本章介绍的理论是如何在实际中应用的。

第10章是第9章的延续,主要介绍了准单色波的透镜成像。阐述了相干成像和非相干成像,详细讨论了包括希尔伯特变换和解析信号在内的一些理论基础。同时还介绍了光学畸变及利用泽尔尼克多项式进行的畸变估计。

前述章节介绍的均为成像理论。第11章介绍具体应用中的问题。实际应用中有诸多的方法,本章主要介绍其中的两种,分别是照相薄膜和胶片,以及用于衍射光学的电子束刻蚀。

在第9章和第10章中,传播介质被假设为均匀媒质(具有常数折射率)。第12章讨论非均匀媒质中的波传播问题,此时波传播的数值求解变得更加困难。本章给出了非均匀媒质中的广义亥姆霍兹方程和傍轴波动方程。同时引入光束传播法(BPM),这是一种用来求解非均匀媒质中波动传播的强有力的数值方法。本章还给出这种方法的应用实例:一种允许光从一个波导转移到另一个波导的定向耦合器。

第13章讨论了一种最重要的三维成像技术——全息术。本章描述了用来分析全息成像、放大率、畸变等的最基本的全息方法。

第14章主要介绍了衍射光学器件(DOE)、新型成像方法和亚波长尺度的衍射现象。同时还讨论与信号或图像处理和迭代优化技术相关的内容。这些技术对前述章节也具有非常重要的意义,特别是当光学图像被进一步进行数字处理的时候。

接下来的两章讨论了衍射光学,包括利用数字计算机制作全息图(常称为DOE),以及采用物理的方法即采用记录系统生成DOE。在一些约束条件下进行DOE设计及实现,涉及对入射波的幅值和相位进行编码,这是一种从通信工程中引入的思路。这种方法非常多,第15章首先介绍了罗曼法,这是历史上第一种此类编码方法。接下来介绍了在许多成像中(如三维成像)非常有用的两种方法,一种是单幅图像全息术,通过对幅值和相位的采样以及非线性编码,其可以仅产生所需要的图像,而将高阶衍射图像抑制掉。本章最后一节介绍了DOE用作平面透镜的二元光学器件——二元菲涅耳波带片。

第16章是第15章的延续。本章介绍了DOE编码的新方法及其改进。第14章中讨



论过的凸集投影法 (POCS) 在本章中被用来进行 DOE 编码。此外还讨论了一些其他方法, 包括实施更为简单的虚拟全息术, 利用 POCS 来进行子全息图优化的交叉迭代技术 (IIT), 利用 FFT 的频率抽取特性对 IIT 进行改进的 ODIFIIT, 以及可得到更高精度的混合罗曼-ODIFIIT 法。

第 17 章和第 18 章主要介绍计算成像技术的。第 17 章介绍了第一种计算成像技术——合成孔径雷达 (SAR)。在某些方面, 原始 SAR 图像与 DOE 图像类似, 也涉及光学和衍射原理, 例如菲涅耳近似的利用, 只有经过进一步处理, 或者更确切的说法是解码, 才能重构地面地形的图像。利用 SAR 得到的图像在地球遥感中非常有用。

第 18 章涵盖了计算成像的第二部分——计算机断层扫描 (CT)。CT 的理论基础是与傅里叶变换具有“近亲”关系的拉冬变换。投影切片理论给出了如何利用投影的一维傅里叶变换来在二维傅里叶变换平面上产生图像谱的切片。CT 是高度数值化的, 在本章的剩余部分中将给出它的一些图像重构的算法。

光学傅里叶变换技术在光通信和光网络中已变得非常重要。第 19 章介绍了用于密集波分复用 (DWDM) 的阵列波导光栅 (AWG)。AWG 也被叫作相控阵 (PHASAR), 它是一种采用阵列波导制成的成像器件。波导尺寸是不同的, 且差别为中心波长的整数 m 倍, 这样可以从相邻波导间得到大的相位差。整数 m 相当大, 例如可达到 30, 这对高分辨能力的相控阵器件是合理的, 意味着波长的微小变化也可以在输出面上被分辨出来。这就是采用波导而不是采用自由空间的原因。然而, 由于这些波长之间不会发生干涉, 通过波导在输出平面上生成不同波长的点的像, 利用的正是衍射, 这与 DOE 类似, 是一种被采样的器件。并且这些点的像以一定的间隔重复, 这限制了用于成像的波长数。接下来本章还讨论了一种解决上述问题的方法——不规则采样零交叉法 (MISZC)。MISZC 方法源于第 15 章所讨论的单图全息术。

当孔径尺寸比入射光的波长小时, 标量衍射理论给出的结果将不再精确。此时需要对麦克斯韦方程组进行数值求解, 目前已经有了一些求解方法, 如有限差分、傅里叶模式分析和有限元法。前两种方法在第 20 章中进行了讨论。首先采用克尼二氏法, 把第 12.4 节讨论的傍轴 BPM 写成有限差分形式, 然后讨论利用帕德近似得到的宽角度 BPM。最后一节重点介绍了时域有限差分法和傅里叶模式法。

作者在世界各地的诸多同事、秘书、朋友和学生为本书底稿的准备做出了有益帮助。我特别要感谢他们无论在何种境况下, 都给予我持续的激励。我也非常幸运能够与 John Wiley & Sons 在此书的出版项目中一起合作。他们对我付出了惊人的耐心。没有这些耐心, 我将完不成该出版项目。特别感谢 George Telecki 编辑在整个项目进行中所给予的耐心和支持。

目 录

译者序	
前言	
第 1 章 衍射、傅里叶光学与成像	1
1.1 本章引论	1
1.2 日益重要的应用举例	2
1.2.1 密集波分复用 (DWDM) /解复用	2
1.2.2 光学与微波 DWDM 系统	2
1.2.3 衍射与亚波长光学元件	2
1.2.4 纳米尺度衍射器件与严格衍射理论	3
1.2.5 现代成像技术	3
第 2 章 线性系统与变换	4
2.1 本章引论	4
2.2 线性系统与平移不变性	4
2.3 连续空间傅里叶变换	6
2.4 傅里叶变换的存在条件	7
2.5 傅里叶变换的性质	7
2.6 实傅里叶变换	11
2.7 幅度谱和相位谱	13
2.8 汉克尔变换	13
第 3 章 波传播基本定理	16
3.1 本章引论	16
3.2 波	16
3.3 电磁波	20
3.4 相量表示法	21
3.5 非电介质中的波动方程	21
3.6 非电介质中的波动方程的相量表示	23
3.7 平面电磁波	24
第 4 章 标量衍射理论	27
4.1 本章引论	27
4.2 亥姆霍兹方程	27
4.3 平面波角谱	29
4.4 平面波角谱的快速傅里叶变换 (FFT)	31
4.5 基尔霍夫衍射理论	35
4.5.1 基尔霍夫衍射理论	35
4.5.2 菲涅耳-基尔霍夫衍射公式	36
4.6 瑞利-索末菲衍射理论	37
4.6.1 基尔霍夫近似	38
4.6.2 第二瑞利-索末菲公式	38
4.7 第一瑞利-索末菲衍射积分的另一种推导	38
4.8 非单色波的瑞利-索末菲衍射积分	39
第 5 章 菲涅耳与夫琅禾费近似	40
5.1 本章引论	40
5.2 菲涅耳衍射	40
5.3 菲涅耳衍射的快速傅里叶变换的实现	45
5.4 傍轴波动方程	46
5.5 夫琅禾费衍射	47
5.6 衍射光栅	48
5.7 正弦幅值光栅的夫琅禾费衍射	49
5.8 正弦幅值光栅的菲涅耳衍射	50
5.9 正弦相位光栅的夫琅禾费衍射	51
5.10 狭缝衍射光栅	52
第 6 章 逆衍射	53
6.1 本章引论	53
6.2 菲涅耳和夫琅禾费近似的逆衍射问题	53
6.3 角谱表述下的逆衍射	53
6.4 分析	54
第 7 章 宽角度下标量衍射理论的近场和远场近似	57
7.1 本章引论	57
7.2 菲涅耳和夫琅禾费近似的回顾	58
7.3 径向近似	59
7.4 高阶改进与分析	60
7.5 逆衍射与迭代优化	61
7.6 数值算例	62
7.7 更高精度近似	67
7.8 小结	68
第 8 章 几何光学	69
8.1 本章引论	69



8.2 光线的传播	69	11.5 漂白	113
8.3 光线方程	71	11.6 衍射光学、二元光学和数字光学	113
8.4 程函方程	72	11.7 电子束刻蚀	114
8.5 局部空间频率和光线	73	11.7.1 衍射光学元件的应用	115
8.6 子午面光线的矩阵表示	75	第12章 光在非均匀介质中传播	116
8.7 厚透镜	79	12.1 本章引论	116
8.8 光学系统的入瞳和出瞳	80	12.2 非均匀介质的亥姆霍兹方程	116
第9章 傅里叶变换和相干光学系统		12.3 非均匀介质的傍轴波动方程	117
成像	82	12.4 光束传播法 (BPM)	117
9.1 本章引论	82	12.4.1 波在折射率为 \bar{n} 的均匀介质	
9.2 薄透镜的相变	82	中传播	118
9.3 透镜的傅里叶变换	83	12.4.2 虚透镜效应	118
9.3.1 波场入射在透镜上	83	12.5 波在定向耦合器中的传播	119
9.3.2 初始波场在透镜左侧	83	12.5.1 耦合模理论概述	119
9.3.3 初始波场在透镜右侧	84	12.5.2 耦合模理论和光束传播法	
9.4 基于二维线性滤波的成像	85	(BPM) 的计算对比	120
9.4.1 有限透镜孔径的影响	86	第13章 全息	122
9.5 相衬显微术	86	13.1 本章引论	122
9.6 共焦扫描显微术	88	13.2 相干波前记录	122
9.6.1 图像形成	88	13.2.1 利思-厄帕尼斯克斯	
9.7 复杂光学系统的算子代数	90	(Leith-Upatnieks) 全息图	123
第10章 准单色波成像	94	13.3 全息图的类型	124
10.1 本章引论	94	13.3.1 菲涅耳和夫琅禾费全息图	124
10.2 希尔伯特变换	94	13.3.2 像面全息图和傅里叶全息图	125
10.3 解析信号	96	13.3.3 体全息图	125
10.4 非单色波场的解析信号表示	99	13.3.4 模压全息图	126
10.5 准单色波、相干和非相干波	99	13.4 用计算机模拟全息图的再现	126
10.6 一般成像系统中的衍射效应	100	13.5 全息成像的放大和分析	127
10.7 准单色波场成像	100	13.6 像差	129
10.7.1 干涉成像	101	第14章 切趾, 超分辨率和缺失	
10.7.2 非相干成像	102	信息恢复	131
10.8 衍射受限成像系统的频率响应	102	14.1 本章引论	131
10.8.1 相干成像系统	102	14.2 切趾	132
10.8.2 非相干成像系统	102	14.2.1 离散时间窗	132
10.9 光学传递函数的计算机计算	105	14.3 两点分辨率和信号恢复	134
10.10 像差	106	14.4 收缩	135
10.10.1 泽尔尼克 (Zernike) 多项式	107	14.4.1 收缩映射定理	136
第11章 基于波调制的光学器件	110	14.5 用于信号恢复的收缩迭代方法	137
11.1 本章引论	110	14.6 约束迭代反卷积	138
11.2 照相胶片和干板	110	14.7 投影方法	140
11.3 胶片的透光率	111	14.8 凸集投影方法 (POCS)	141
11.4 调制传递函数	112	14.9 盖师贝格-帕普里斯算法	



(GP 算法)	142	16.4 交叉迭代技术 (IIT)	179
14.10 其他的凸集投影算法	142	16.4.1 IIT 算法实验	180
14.11 从相位恢复信号	143	16.5 最优频率抽取交叉迭代技术	
14.12 用离散傅里叶变换从离散相位		(ODIFIIT)	181
函数中重构信号	144	16.5.1 ODIFIIT 法的实验	184
14.13 广义投影	145	16.6 复合的罗曼-ODIFIIT 法	185
14.14 从幅值恢复信号	146	16.6.1 LM-ODIFIIT 法的计算机实验	186
14.14.1 陷阱和隧道	147	第 17 章 计算机成像技术 I: 合成	
14.15 用最小二乘法和广义逆法恢复		孔径雷达	189
图像	148	17.1 本章简介	189
14.16 通过奇异值分解计算 H^+	148	17.2 合成孔径雷达	189
14.17 最速下降法	150	17.3 测距分辨率	190
14.18 共轭梯度法	151	17.4 脉冲波形的选择	191
第 15 章 衍射光学 I	153	17.5 匹配滤波器	192
15.1 本章引论	153	17.6 运用匹配滤波进行脉冲压缩	193
15.2 罗曼法	154	17.7 方位角分辨率	195
15.3 罗曼法中的近似	155	17.8 简化的 SAR 成像理论	196
15.4 常幅值罗曼法	156	17.9 用菲涅耳近似进行图像重构	198
15.5 量化罗曼法	156	17.10 数字图像重构算法	199
15.6 罗曼法的计算机仿真	157	第 18 章 计算机成像技术 II: 图像	
15.7 基于硬限幅的傅里叶法	159	投影重构	201
15.8 一种 3-D 点图像重构的简单算法	160	18.1 本章引论	201
15.8.1 实验	161	18.2 Radon 变换	201
15.9 快速加权零交叉算法	162	18.3 投影切片定理	202
15.9.1 离轴平面参考波	164	18.4 逆 Radon 变换	203
15.9.2 实验	164	18.5 Radon 变换的性质	204
15.10 单图全息术	164	18.6 利用投影重构信号	205
15.10.1 成像分析	166	18.7 傅里叶重构法	205
15.10.2 实验	168	18.8 滤波-反投影算法	206
15.11 菲涅耳波带片	169	第 19 章 密集波分复用	209
第 16 章 衍射光学 II	170	19.1 本章引论	209
16.1 本章引论	170	19.2 阵列波导光栅	209
16.2 虚拟全息	170	19.3 不规则采样的零交叉法	
16.2.1 相位的确定	170	(MISZC)	212
16.2.2 孔径效应	172	19.3.1 修正项的计算方法	213
16.2.3 成像分析	172	19.3.2 推广 MISZC 到三维结构	214
16.2.4 信息容量, 分辨率, 带宽及		19.4 对 MISZC 的分析	214
冗余	174	19.4.1 色散分析	216
16.2.5 体积效应	175	19.4.2 有限尺寸孔径	217
16.2.6 波长变化和/或构建及重构中全息		19.5 计算实验	217
图尺寸的变化引起的失真	176	19.5.1 点源孔径	218
16.2.7 实验	176	19.5.2 多信道	219
16.3 用于二元 DOE 设计的 POCS 方法	178		



19.5.3 有限尺寸孔径	219	附录 A 脉冲函数	235
19.5.4 生成负相位的方法	220	附录 B 线性矢量空间	237
19.5.5 误差容限	220	B.1 本章引论	237
19.5.6 3-D 仿真	221	B.2 矢量空间的性质	239
19.5.7 相位量化	221	B.3 内积矢量空间	240
19.6 实现过程中的问题	222	B.4 希尔伯特空间	242
第 20 章 严格衍射理论的数值方法	224	附录 C 离散时间傅里叶变换、离散傅里	
20.1 本章引论	224	叶变换与快速傅里叶变换	243
20.2 基于有限差分法的 BPM	224	C.1 离散时间傅里叶变换	243
20.3 宽角度 BPM	226	C.2 离散时间傅里叶变换和傅里叶	
20.4 有限差分	228	变换之间的联系	244
20.5 时域有限差分法	228	C.3 离散傅里叶变换	245
20.6 计算机实验	231	C.4 快速傅里叶变换	246
20.7 傅里叶模式法	232	参考文献	247
附录	235		

第 1 章 衍射、傅里叶光学与成像

1.1 本章引论

当光场通过“障碍物”时，光场的表现不能简单地用一些光线来描述。例如，当一束平面波穿过某个孔径时，一些光波偏离了原来的传播方向，传播的光场在尺寸和形状上都不同于最初透过该孔径的光场分布。这种光偏离直线传播的现象被称之为衍射。

波的传播过程包含衍射。衍射发生于任何一种波的传播过程中，例如，电磁波、声波、无线电波、超声波以及海浪等。本书主要研究的是电磁波，研究结果也可以直接应用于其他类型的波。

由于成像系统的光学分辨率取决于衍射效应，因此在过去的光学设计中，衍射通常被认为是一种干扰。模拟全息技术（在 20 世纪 40 年代得到演示、20 世纪 60 年代得到实用）、合成孔径雷达（20 世纪 60 年代）、计算全息与相息图，以及更具一般意义的衍射光学元件（20 世纪 60 年代后期）的大力发展，标志着基于衍射的光学器件发展的开端。近年来，衍射与折射光学器件的结合，例如，采用衍射光学校正的折射透镜，显示出光学设计达到了一个新的阶段。

傅里叶光学研究包括连续空间与离散空间的傅里叶变换相关的光学课题及其应用。因此，标量衍射理论是傅里叶光学的一部分。在傅里叶光学的其他重要课题中，我们分析论证了透镜的傅里叶变换和成像特征、光学成像系统的频率分析、空间滤波与光信息处理、模拟与计算全息、衍射光学器件（Diffractive Optical Element, DOE）的分析与设计以及最新的成像技术。

现代衍射、成像理论，特别是依赖于傅里叶分析与合成技术的相关理论，已成为理解、分析与合成现代成像、光通信与网络、微/纳设备与系统必不可少的工具。一些典型的应用包括断层摄影术、核磁共振成像、合成孔径雷达（Synthetic Aperture Radar, SAR）、干涉合成孔径雷达、共焦显微镜，另外包括应用在通信与网络设备中的器件，例如，光纤与集成光路中的定向耦合器、超短光脉冲分析技术、计算全息技术、模拟全息、衍射光学器件、光栅、波带片、光学与微波相控阵以及利用电磁波的无线系统。

微纳光学在许多方向上处于飞速发展并产生新成果的阶段。在该领域中，衍射变得越来越重要。当感兴趣的波长与衍射源的尺寸相当甚至小于衍射源的尺寸时，所有的波动现象都受衍射的制约。显然，技术的发展会越来越注重尺寸更加微小的设备和系统。由于系统的复杂度增加，采用衍射来检测和分析这些系统将成为一种主要的方法。

在更先进的计算机技术中，在极端高速的情况下，采用传统的基于电子线路的时钟与同步通信方法的设计将难以继续发展。逐渐增加的复杂度使采用光互联的需求进一步增加，当前这种情况已经在具有非常复杂的集成电路的计算机工业中出现了，看来只有光学技术才能满足日渐复杂的微处理器需求的时代已经来临。原因很简单，相对电子传输，光子不需要受



传统电路中铜线的限制。

一些微电子实验仪器设备，例如，扫描电子显微镜、反应离子刻蚀设备等，对于现代微纳制造与测试将变得越来越重要。而采用衍射的方法测试这些技术获得的器件是一种非常有应用。与其他光学与数字信号处理设备相结合，使相机拍摄图像数字化并进一步进行图像处理变成了现实，从而能够处理不同种类的复杂微纳系统产生的衍射图像。同时，这种技术在实现衍射光学器件方面也最有竞争力。

综上所述，傅里叶及相关变换与衍射技术在科学技术的诸多不同领域中都具有广阔的应用，特别是在成像、通信与网络等相关领域中。由于系统经常被视为线性系统，线性系统理论在分析中变得十分重要。可利用卷积技术，采用傅里叶变换来进行系统分析。

1.2 日益重要的应用举例

随着上述技术的成熟与系统尺寸的缩小，这些技术产生了很多日益重要的应用。下面详细介绍近期出现的一些特例。

1.2.1 密集波分复用 (DWDM) /解复用

多频谱通信、网络与计算等现代技术已经被越来越多地光学化。例如，在通信与联网的新近进展中，由于对频道（波长）需求的增长，密集波分复用（Dense Wavelength Division Multiplexing, DWDM）/解复用技术变得更加重要。

DWDM 技术为解决通信与网络的容量与灵活性问题提供了一个新的方向。该技术提供了非常大的传输容量和新的网络体系结构。DWDM 系统的主要组件包括波长多路复用器和解复用器。商业上可用的光学器件是基于光纤和微光学技术的。对于集成光学多路复用器（解复用器）的研究越来越多地集中在基于光栅与基于相控阵（Phased-array, PHASAR）（也是所谓的阵列波导光栅）的器件上。它们都是成像设备，即将输入波导的场分布用色散的方法成像在一个输出波导阵列上。在基于光栅的器件中，一个垂直蚀刻的反射光栅为解复用提供聚焦与色散特性；在基于相控阵的器件中，这种特性由波导阵列提供，根据所需要的成像与色散特性选择合适的波导阵列长度。由于相控阵器件采用传统的波导技术实现，不需要基于光栅器件中的垂直蚀刻步骤，因此其具有更好的鲁棒性和制造中的容错性。这些设备在很大程度上都是基于衍射的。

1.2.2 光学与微波 DWDM 系统

对于光学与无线微波相控阵密集波分复用系统的技术研究也正在迅速发展，由微波阵列天线提供复用/解复用在无线通信中变得越来越普遍。光学器件的应用，则能够产生更大的带宽，更小的尺寸和重量，以及对电磁干扰和串扰的高免疫性。

1.2.3 衍射与亚波长光学元件

传统的光学器件如透镜、反射镜及棱镜等都是基于光的反射与折射特性的。相反地，采用浮雕形式存在的衍射光学器件，是基于光的衍射原理工作的。这种器件在许多应用中变得越来越重要。



20世纪70年代集成电路的革命性发展,导致光波长级别的衍射器件得以实际应用。光学与电子束光刻技术的发展,允许在抗蚀材料上生成高分辨率的复杂条纹。干法刻蚀技术使得通过具有精细线条纹与尖锐边缘的表面浮雕来控制相位成为可能。金刚石切削机器与激光写入技术的进展为构造高精度的衍射光学器件提供了新的途径。

近年来,商业化的基于晶片的纳米加工技术,为一种新的光学器件的产生提供了可能——亚波长光学器件(Subwavelength Optical Element, SOE)。由于具有比光的波长小很多的结构,光与具有如此精细表面结构的器件的相互作用的物理过程,产生了一种新的光处理函数的重组编排(分布)。与现有的许多技术相比,这种新的分布具有更高的密度、更好的鲁棒性、更高层次的整合性,能够从根本上改变现有的光学系统设计。

1.2.4 纳米尺度衍射器件与严格衍射理论

这种器件物理学上需严格地应用麦克斯韦方程的边界条件来描述光与该结构的相互作用。例如,在电信使用的980~1800nm的光波上,要求这种器件结构尺寸在几十到几百纳米的级别。在这种尺度的低端,将会发现单电子或者量子效应。在许多实际应用中,亚波长结构作为纳米衍射光栅,其与入射光产生相互作用可以利用严格的衍射光栅理论和前面提到的麦克斯韦边界条件来建模。

尽管这种光学效应近年来已有研究,但是这种光学器件昂贵的工业制造尚难以实现。在实验环境中构建亚波长光栅结构需要高能技术,例如,电子束(E-beam)平版印刷术。E-beam设备现在能够产生直径5~10nm的点,因此,能够曝光线宽在0.1 μm 或100nm的条纹。

“全光系统”的出现很大程度上依赖于新技术。这些新的技术将系统从数据率、带宽、反应时间、信息损失、成本以及协议(带有光电转换的光学系统协议)中解放出来。另外,新的技术,如基于微机械系统(Microelectro Mechanical System, MEMS)的微镜,允许在光路外进行光学开关控制,由此电子与光学参数才能够独立地进行调整以实现全局最优。针对这些器件衍射的研究对于新系统、新技术的发展也将同样重要。

1.2.5 现代成像技术

如果一个成像系统的源场(光场、电磁场)具有空间相干的特性,则该源场被称为相干场,同时可以被描述为复振幅的空间分布。例如,全息就是一种相干成像技术。如果源场不具有空间相干性,则被称为非相干场,可以被描述为实数亮度值的空间分布。激光与微波通常代表相干成像的源场,因此,傅里叶变换与衍射对于理解成像非常重要。太阳光通常代表非相干光源,非相干成像同样可以用傅里叶技术进行分析。

许多现代计算机成像技术在图像重构过程中严重依赖傅里叶变换及相关的计算算法,如合成孔径雷达、投影重构图像(包括CT、磁共振成像、共焦显微镜、共焦扫描显微术等),都属于此类技术。

第 2 章 线性系统与变换

2.1 本章引论

衍射与成像过程经常被建模为线性系统。首先，一个系统是一个输入-输出的映射。也就是说，给系统一个输入，系统会生成一个输出。例如，在一个衍射和成像问题中，输入和输出分别是一个在输入平面的波和另一个与距输入平面有一定距离的对应的衍射波。

光学系统与通信系统是非常相似的。两种系统的首要目的是采集和处理信息。通信系统处理的语言是一维信号 (1-D)，而图像是二维信号 (2-D)。一维信号是典型的时间信号，而二维信号是典型的空间信号。例如，一个采用了激光光束的光学系统具有空间相干性。这样，信号可以被描述为 2-D 或者 3-D 复值幅度场。空间相干性对于观察衍射是十分必要的。普通照明（例如白昼）信号不具有空间相干性，因此普通照明信号被描述为 2-D 空间的实值的亮度。

对线性的时间不变与空间不变的通信与光学系统，经常采用傅里叶变换来进行频率分析。非线性光学元件如照相胶片与非线性电子元件如二极管，也具有相似的输入-输出特性。

在两种系统中，傅里叶技术同样可用于系统的合成。一个典型的例子是二维滤波。理论上，光学匹配滤波器、光学图像处理技术与通信和信号处理系统中的匹配滤波器、图像处理技术是相似的。

本章讨论了与衍射、光学成像有关的线性系统理论和傅里叶变换理论，以及相关领域。本章包含 8 个小节。在 2.2 节中强调了线性系统的特性，特别是卷积与平移不变性。在 2.3 节中介绍了 1-D 傅里叶变换和连续空间傅里叶变换（在本书的其他部分中简称为傅里叶变换 (FT)）。2.4 节给出了傅里叶变换存在的条件。在 2.5 节，对傅里叶变换的特性进行了总结。

到目前为止，讨论的傅里叶变换都具有复指数变换核。我们可以把傅里叶变换定义为一个利用余弦和正弦核函数的实变换，实傅里叶变换有时更加具有实用性。在 2.6 节讨论了 1-D 实傅里叶变换。在 2.7 节定义了 1-D 傅里叶变换的振幅谱和相位谱。

2-D 信号经常具有圆对称特性，特别是在光学与波的传播应用中。在这种情况下，傅里叶变换变成了柱面坐标下的汉克尔变换。在本章的 2.8 节中，将讨论汉克尔变换。

2.2 线性系统与平移不变性

线性系统允许将复杂信号分解成许多基本信号的组合，这些基本信号称为基元信号。在傅里叶分析中，基元信号或函数是正弦函数。

在一个线性系统中，一个给定的输入对应一个唯一的输出。但是，多个不同的输入可以

对应相同的输出。因此,这种对应关系可以是一对一,也可以是多对一。

图 2.1 给出了一个二维系统,其中, $u(x, y)$ 是输入信号, $g(x, y)$ 是输出信号,数学上,系统可以被表示为

$$g(x, y) = O[u(x, y)] \quad (2.2-1)$$

在连续空间, $O[\cdot]$ 是一个算符,将输入映射成输出。

在离散空间,点 (x, y) 被采样为 $[\Delta x \cdot m, \Delta y \cdot n]$, 其中

Δx 和 Δy 是在两个方向上的采样间隔。 $[\Delta x \cdot m, \Delta y \cdot n]$ 可以被简单地表示为 $[m, n]$, 系统可以写为

$$g[m, n] = O[u[m, n]] \quad (2.2-2)$$

接下来,考虑连续空间的情况。对于一个线性系统,如果以两个输入 $u_1(x, y)$ 和 $u_2(x, y)$ 的任意线性组合作为输入,系统将把它们各自的输出 $g_1(x, y)$ 和 $g_2(x, y)$ 同样进行线性组合输出。该特性称为叠加原理,写为

$$O[a_1 u_1(x, y) + a_2 u_2(x, y)] = a_1 O[u_1(x, y)] + a_2 O[u_2(x, y)] \quad (2.2-3)$$

其中, a_1 和 a_2 是标量。在离散线性系统中,上面的 (x, y) 被 (m, n) 代替。

假设在 (x_1, y_1) 处的输入为 δ 函数 $\delta(x_1, y_1)$ (参考附录 A 中关于 δ 函数的讨论), 在 (x, y) 处的输出定义为

$$h(x, y; x_1, y_1) = O[\delta(x - x_1, y - y_1)] \quad (2.2-4)$$

$h(x, y; x_1, y_1)$ 被称为系统的脉冲响应(点扩散函数)。

δ 函数的筛选性质允许任意的输入 $u(x, y)$ 表示为

$$u(x, y) = \iint_{-\infty}^{+\infty} u(x_1, y_1) \delta(x - x_1, y - y_1) dx_1 dy_1 \quad (2.2-5)$$

此时,输出函数可以表示为

$$\begin{aligned} g(x, y) &= O[u(x, y)] \\ &= \iint_{-\infty}^{+\infty} u(x_1, y_1) O[\delta(x - x_1, y - y_1)] dx_1 dy_1 \\ &= \iint_{-\infty}^{+\infty} u(x_1, y_1) h(x, y; x_1, y_1) dx_1 dy_1 \end{aligned} \quad (2.2-6)$$

这个结果被称为“叠加积分”。物理上, δ 函数对应于一个点源。叠加积分告诉我们,我们要描述系统,就需要知道系统在感兴趣平面上对所有点源的响应。

如果一个系统输入的平移会产生相同的输出平移,则称之为空间不变或者是平移不变的线性成像系统,对于在原点的一个点源,一个平移不变系统的输出可以写为

$$h(x, y; 0, 0) = O[\delta(x, y)] \quad (2.2-7)$$

如果输入平移为 $\delta(-x_1, -y_1)$, 该平移不变系统的输出一定是 $h(x - x_1, y - y_1; 0, 0)$, 这种现象经常被简写为

$$h(x, y; x_1, y_1) = h(x - x_1, y - y_1) \quad (2.2-8)$$

此时,叠加积分变成

$$g(x, y) = \iint_{-\infty}^{+\infty} u(x_1, y_1) h(x - x_1, y - y_1) dx_1 dy_1 \quad (2.2-9)$$

采用变量代换,上式可以表示为

$$g(x, y) = \iint_{-\infty}^{+\infty} h(x_1, y_1) u(x - x_1, y - y_1) dx_1 dy_1 \quad (2.2-10)$$



图 2.1 系统结构图



这和 $h(x, y)$ 与 $u(x, y)$ 卷积生成 $g(x, y)$ 是一致的。其可以被写成

$$g(x, y) = h(x, y) * u(x, y) \quad (2.2-11)$$

这个结果的重要意义在于，一个线性平移不变 (Linear Shift-invariant, LSI) 系统可以通过卷积进行运算。这样，卷积定理可以用于表示系统的输入输出关系

$$G(f_x, f_y) = H(f_x, f_y) = U(f_x, f_y) \quad (2.2-12)$$

其中， $G(f_x, f_y)$ ， $H(f_x, f_y)$ 和 $U(f_x, f_y)$ 分别是 $g(x, y)$ ， $h(x, y)$ 和 $u(x, y)$ 的傅里叶变换。傅里叶变换将在下节中进行讨论。 $H(f_x, f_y)$ 由下式给出

$$H(f_x, f_y) = \iint_{-\infty}^{+\infty} h(x, y) e^{-j2\pi(f_x x + f_y y)} dx dy \quad (2.2-13)$$

上式被称为系统的传递函数。

在离散空间系统中，叠加积分变成了叠加求和，表示为

$$g[m, n] = \sum_{m_1=-\infty}^{\infty} \sum_{n_1=-\infty}^{\infty} u[m_1, n_1] h[m, n; m_1, n_1] \quad (2.2-14)$$

在离散空间线性平移不变系统中，卷积积分变成了卷积求和，即

$$g[m, n] = \sum_{m_1=-\infty}^{\infty} \sum_{n_1=-\infty}^{\infty} u[m_1, n_1] h[m - m_1, n - n_1] \quad (2.2-15)$$

上式同样可以表示为

$$g[m, n] = \sum_{m_1=-\infty}^{\infty} \sum_{n_1=-\infty}^{\infty} h[m_1, n_1] u[m - m_1, n - n_1] \quad (2.2-16)$$

离散空间线性平移不变系统的传递函数是脉冲响应的离散空间傅里叶变换，表示为

$$H(f_x, f_y) = \sum_{m_1=-\infty}^{\infty} \sum_{n_1=-\infty}^{\infty} h[m_1, n_1] e^{-j2\pi(f_x m_1 \Delta x + f_y n_1 \Delta y)} \quad (2.2-17)$$

其中，卷积定理同样在公式 (2.2-12) 中给出。

2.3 连续空间傅里叶变换

线性性质的特征是允许复杂信号被分解成为许多基本信号的组合，这些基本信号经常被称为基元信号，在傅里叶分析中，基元信号或函数是正弦函数。

对于信号 $u(t)$ ， $-\infty \leq t \leq \infty$ ，其 1-D 傅里叶变换定义为

$$U_c(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(t) e^{-j2\pi f t} dt \quad (2.3-1)$$

傅里叶逆变换是从基元函数 $e^{j2\pi f t}$ 的角度来表示 $u(t)$ 的，定义为

$$u(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} U_c(f) e^{j2\pi f t} df \quad (2.3-2)$$

公式 (2.3-1) 被称为分析方程，而公式 (2.3-2) 被称为合成方程。

多维 (Multidimensional, MD) 傅里叶变换可变成一组可分离的一维变换，因为其傅里叶变换核在每个方向上是可分离的。例如，二维傅里叶变换核 $b(x, y, f_x, f_y)$ 可以表示为

$$b(x, y, f_x, f_y) = b_1(x, f_x) b_2(y, f_y) \quad (2.3-3)$$

$b_i(\cdot, \cdot)$ 中的 i 为 1 或者 2，是一维傅里叶变换核。

信号 $u(x, y)$ ， $-\infty \leq x, y \leq \infty$ ，其二维傅里叶变换定义为