

初中重难点突破宝典

MATHS

BAODIAN

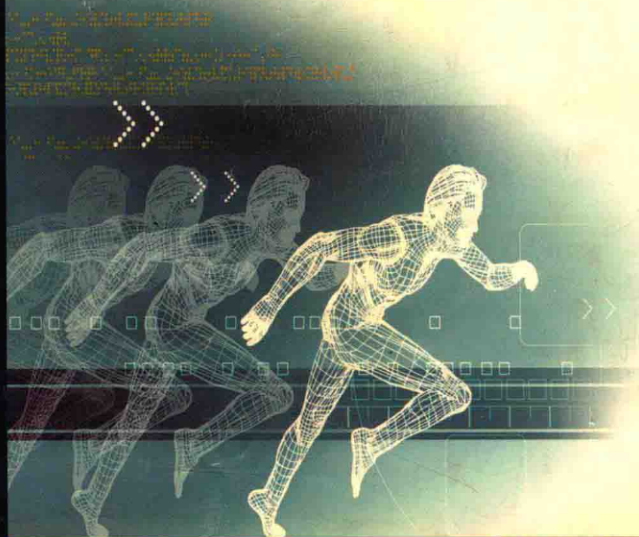
突破

初一
数学

宝典

主 编 叶尧城
副主编 冯善庆
孙延洲

TUPU BAODIAN
CHUZHONG ZHONGNANDIAN



初中重难点突破宝典

突破 宝典

BAODIAN

主 编 叶尧城
副主编 冯善庆 孙延洲
编 委 南秀全 姚启平

初一
数学

湖北教育出版社

(鄂)新登字 02 号

图书在版编目 (CIP) 数据

初一数学重难点突破宝典/叶尧城主编. —2 版.

—武汉: 湖北教育出版社, 2002

ISBN 7-5351-2698-7

I. 初… II. 叶… III. 数学课—初中—教学参考资料 IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2002) 第 012405 号

出版 发行: 湖北教育出版社
网 址: <http://www.hbedup.com>

武汉市青年路 277 号
邮编: 430015 传真: 027-83619605
邮购电话: 027-83669149

经 销: 新 华 书 店
印 刷: 武汉大学出版社印刷总厂
开 本: 850mm×1168mm 1/32
版 次: 2003 年 8 月第 2 版
字 数: 299 千字

(430015·新华下路 192 号)
11.5 印张
2004 年 2 月第 3 次印刷
印数: 15 001—18 000

ISBN 7-5351-2698-7/G·2194

定价: 14.50 元

如印刷、装订影响阅读, 承印厂为你调换

前 言

《初中重难点突破宝典》(数、理、化)是依据九年义务教育初中各科最新教学大纲规定的任务和要求,为培养面向 21 世纪初中学生应具备的学科素质和能力而编写的。旨在密切配合初中各科教学,拓宽学生的知识面,提升学生的综合素质。本书将通过对精典例题的分析与说明,导出学习中的重难点,再对重难点知识进行消化、分解、综合,总结学习方法,归纳认知规律,拓展思维路径,使学生能掌握并运用知识解决问题,且能在应用能力与创新意识上有所突破。

根据当前初中数理化教学的实际需要及学生的知识结构,《初中重难点突破宝典》按教材中的顺序分章节进行编写,每章节由以下四部分组成:



精典题解

Learn

精选典型例题进行精炼讲解,力求使每道例题都能对该章节的重点或难点有所反映。在分析中着重注意问题的解题思路,阐释思想方法,引导读者掌握分析问题、解决问题的方法(重点突出解决问题的通法),并给出较为详细规范的解答。



重难点透析

Understand

重点剖析本章的重难点知识,说明重在何处,难在哪里,如何理解,怎样归纳、拓展,以知识为载体培养学生分析问题和解决问题的能力。同时,为进一步加强对重难点知识的理解和把握,也适当补充了一些例子加以阐述。



突破训练

Try

依据剖析的本章内容的重难点,有针对性地精选一些习题供学生练习。其中带★号的习题稍稍增加了一些思维强度和综合度。



创新与应用

Create

为积极贯彻国家教育部有关实施素质教育的文件精神,在本书中特选了一些与生产和生活实际相关的学科问题及创新题型,着重培养综合能力、创新意识和创新能力。

在每章学习结束后,我们均给出了一组单元训练题,其目的是使学生巩固所学的有关知识,同时也便于教师对学生反馈的情况进行评介与调控。书末附有3套综合测试题以及参考答案。

“精、实、新”是本书的主要特色,我们在编写过程中力求例题精、讲解精、习题精;用朴实的文笔,使内容较为充实,能为学生打下扎实的基础;同时在选编例习题时,注意了选用近两个出现的新颖问题和最新题型,培养学生的创新意识和创新能力,从而使得本书具有较强的针对性、启发性、实用性和指导性。

参加本丛书编写的均是湖北省一线优秀的特级教师和高级教师,他们不仅教学经验丰富,而且极富开拓精神,为奉献给读者真正实用的精品,在萃取和钻研最新资料上下了很深的功夫。相信读者在使用本书的过程中就有体会。

在编写和审校中,尽管我们力求避免失误,但疏漏之处仍恐在所难免,敬请广大读者批评指正。

编者

2002年1月21日

代 数

第一章 代数初步知识

1.1 代数式	1
1.2 公式和代数式的值	7
1.3 简易方程	14
单元训练(一)	20

第二章 有理数

2.1 正数和负数	24
2.2 数轴	29
2.3 相反数	33
2.4 绝对值	38
单元小结(2.1 ~ 2.4)	44
2.5 有理数的加法	47
2.6 有理数的减法	53
2.7 有理数的加减混合运算	58
2.8 有理数的乘法	63
2.9 有理数的除法	67
2.10 有理数的乘方	71
2.11 有理数的混合运算	76
2.12 近似数与有效数字	81

单元小结(2.5 ~ 2.12)	85
单元训练(二)	89
第三章 整式的加减	
3.1 整式	93
3.2 同类项	97
3.3 去括号与添括号	102
3.4 整式的加减	107
单元训练(三)	112
第四章 一元一次方程	
4.1 等式和它的性质	115
4.2 方程和它的解	119
4.3 一元一次方程和它的解法	123
4.4 一元一次方程的应用	128
单元训练(四)	136
第五章 二元一次方程组	
5.1 二元一次方程组	139
5.2 用代入法解二元一次方程组	143
5.3 用加减法解二元一次方程组	148
5.4 三元一次方程组的解法举例	153
5.5 一次方程组的应用	158
单元训练(五)	164
第六章 一元一次不等式和一元一次不等式组	
6.1 不等式和它的基本性质	167
6.2 不等式的解集	172

6.3 一元一次不等式和它的解法	176
6.4 一元一次不等式组和它的解法	181
单元训练(六)	187

第七章 整式的乘除

7.1 同底数幂的乘法	191
7.2 幂的乘方与积的乘方	195
7.3 ~ 7.4 单项式的乘法和单项式与多项式 相乘	198
7.5 多项式的乘法	203
7.6 平方差公式	209
7.7 完全平方公式	214
7.8 立方和与立方差公式	219
7.9 同底数幂的除法	224
7.10 ~ 7.12 单项式除以单项式和多项式 除以单项式	229
单元训练(七)	236

几 何

第一章 线段、角

1.1 直线	239
1.2 线段、射线	242
1.3 线段的比较和度量	247
1.4 角	254
1.5 角的比较	260

1.6 角的度量	266
1.7 角的画法	271
单元训练(八)	274
第二章 相交线、平行线	
2.1 相交线、对顶角	278
2.2~2.3 垂线、同位角、内错角和同旁内角	284
2.4~2.5 平行线、平行公理和平行线的判定 ...	289
2.6~2.7 平行线的性质和空间里的平行关系 ...	295
2.8~2.9 命题、定理与证明	300
单元训练(九)	304
综合测试(一)(上学期期末试卷)	307
综合测试(二)(下学期期末试卷)	311
综合测试(三)	315
参考答案及提示	319

第一章 代数初步知识

1.1 代数式



经典题解

例 1 判断下列各式哪些是代数式,哪些不是代数式:

(1) $x + y + z = a + b + c$; (2) $3a + 2b$; (3) $s = \frac{1}{2}ab$; (4) $2 + \frac{1}{2} + 3$; (5) x ; (6) $2x + 4y = 7$; (7) 0 .

解 (2) $3a + 2b$ 、(4) $2 + \frac{1}{2} + 3$ 、(5) x 、(7) 0 都是代数式. 而(1) $x + y + z = a + b + c$ 、(3) $s = \frac{1}{2}ab$ 、(6) $2x + 4y = 7$ 都不是代数式.

 说明 单独一个数或字母也是代数式.

例 2 说出下列各代数式的意义

(1) $4a + 2$; (2) $6(m + 3)$; (3) $\frac{m}{ab}$; (4) $a^2 + b^2$; (5) $(a - b)^2$;
(6) $a^2 - \frac{b^2}{2}$; (7) $5a - \frac{3c}{2b}$; (8) $\frac{1}{2}(a^2 - b^2)$. .

解 (1) $4a + 2$ 的意义是 $4a$ 与 2 的和;

(2) $6(m + 3)$ 的意义是 6 与 $m + 3$ 的积;

(3) $\frac{m}{a + b}$ 的意义是 m 除以 ab 的商;

(4) $a^2 + b^2$ 的意义是 a 、 b 的平方和;

(5) $(a-b)^2$ 的意义是 a 与 b 的差的平方;

(6) $a^2 - \frac{b^2}{2}$ 的意义是 a^2 与 b^2 的一半的差;

(7) $5a - \frac{3c}{2b}$ 的意义是 $5a$ 减去 $\frac{3c}{2b}$ 的差;

(8) $\frac{1}{2}(a^2 - b^2)$ 的意义是 a 与 b 两数平方差的一半.

说明 用语言表示一个代数式的意义,具体说法上没有统一规定,可以按意义去读,但在不引起误会的前提下,可以比较简练地读,如例2可以读作“6乘以 m 加3”.另外,对于不含括号的代数式,习惯上从左到右按运算顺序读,如例1;含括号的代数式,应把括号里的代数式看作一个整体运算结果去读;对于含分数线的式子,不论按分数形式,还是按除法形式去读,都要把分子、分母看成一个整体去读,一般地,表达代数式本身整体的关系即可,没有必要分得太细.

例3 填空:

(1)长方形的宽为 a 米,长比宽多2米,则长方形的长为_____米;

(2)每件上衣售价 a 元,降价10%后的售价为_____;

(3)绿豆发成绿豆芽,重量可增加6.5倍,用 a 千克绿豆,可得到_____千克绿豆芽;

(4)某校女生人数是学生人数的45%,女生人数为 a 人,则男生人数为_____人;

(5)甲乙两地相距 s 千米,某人从甲地步行到乙地要 t 小时,若要求他提前15分钟到达乙地,此人步行的速度为_____.

解 (1) $(a+2)$; (2) $90\%a$; (3) $(6.5+1)a$ 或 $7.5a$; (4) $\frac{55\%}{45\%}a$;

(5) $s/(t - \frac{1}{4})$.

说明 为了利用代数式正确表达数量关系,就要注意书写格式的规范:

1. 数与字母相乘时,数字要写在字母前面且省略乘号,如7

乘以 a , 记作 $7a$. 如果是带分数与字母相乘, 应把带分数化为假分数, 如 $6\frac{1}{2}$ 乘以 x , 写成 $\frac{13}{2}x$, 而不能写成 $6\frac{1}{2}x$.

2. 含有字母的除式, 用分数线代替除号, 如 a 除以 b , 应写成 $\frac{a}{b}$, 一般不写成 $a \div b$ 的形式.

3. 在一些实际问题中, 如果运算结果是加或减时, 要用括号把整个式子括起来, 再写单位名称, 如 $(4m + 5n)$ 千克, 不能写成 $4m + 5n$ 千克.

4. 要注意单位的统一, 如第(5)题中, t 的单位是小时, 15 分钟要化成 $\frac{1}{4}$ 小时.

5. 相同字母相乘, 可以写成幂的形式. 如 $x \cdot x$ 可写成 x^2 , $(x - y)^2(x - y)$ 可写成 $(x - y)^3$.

例 4 用代数式表示:

(1) 被 2 整除得 m 的数;

(2) 被 7 除余 4 的数, 其中商为 m ;

(3) a 除以 b 所得的商与 d 除 c 所得商的和的平方;

(4) a 与 b 平方的和除以 a 与 b 两数的平方差;

(5) 比 x 与 y 的 3 倍的差的 0.01 倍大 $\frac{1}{4}$ 的数;

(6) 十位上的数字是 a , 个位上的数字比十位上的数字的 2 倍小 3 的两位数.

解 (1) $2m$; (2) $7m + 4$; (3) $(\frac{a}{b} + \frac{c}{d})^2$; (4) $\frac{a + b^2}{a^2 - b^2}$; (5) $0.01(x - 3y) + \frac{1}{4}$; (6) $10a + (2a - 3)$.

 说明 列代数式的关键:

1. 要抓住关键性的词语, 如“大”、“小”、“多”、“少”、“增加”、“减少”、“扩大”、“缩小”、“除”、“除以”、“和”、“差”、“积”、“商”、“倍”、“分”、“倒数”等, 这些词语是列代数式的关键.

2. 要弄清运算顺序. 对一些数量关系的运算顺序, 通常是先

读的运算在前,后读的运算在后,如“和的积”与“积的和”运算顺序不同,前者是先和后积,后者是先积后和;又如“两数平方差”和“两数差的平方”运算顺序不同,前者是先平方后再求差,用式子表示是 $a^2 - b^2$,而后者是先求差后再平方,用式子表示是 $(a - b)^2$.

例 5 下面排了两组数,分别用代数式表示其中第 n 个数:

$$(1) 1, 5, 9, 13, 17, 21, \dots$$

$$(2) 1, \frac{3}{4}, \frac{5}{9}, \frac{7}{16}, \frac{9}{25}, \dots$$

解 (1)所给各数都是被 4 除余 1 的数,可以写成 $4n + 1$ 或 $4n - 3$,但因其第一个数是 1,故应写成 $4n - 3$;

(2)分子是从 1 开始的奇数,分母是从 1 开始的连续自然数的平方,故可写成 $\frac{2n-1}{n^2}$.

 说明 本例考查分析、归纳能力和列代数式的能力,解题时要仔细分析所给式子的特点,从特殊中发现一般的规律,再用能表示一般规律的代数式表示出来.



重难点透析

本节的重点:一是对给出的一个具体的代数式,能准确表达出它的数学意义,如前面的例 2;二是列代数式,即将基本数量关系的语言用代数式来表示,尤其是在今后学习列方程(组)解应用题时,就更显出列代数式的重要性.

列代数式是本节的难点,它是以后学习的基础,必须熟练掌握.特别是对层次较多的列代数式问题,要善于运用分步、分层的方式来处理.如“ a 的一半与 b 的平方的差”与“ a 的立方与 b 的相反数的倒数之差”的商,可分两步来处理,第一步为 $\frac{1}{2}a - b^2$;第二

步为 $a^3 - \frac{1}{-b}$,故原题的代数式为 $\frac{\frac{1}{2}a - b^2}{a^3 - \frac{1}{-b}}$.对于列实际问题的代

数式,还要熟悉各类问题的一些基本关系式.如行程问题中,路程

= 速度 $\times$ 时间; 工程问题中, 工作效率 = 工作量 $\div$ 工作时间等.

例 一个游泳池有甲、乙两根进水管和一根排水管丙, 单独打开甲管进水需 m 小时将池注满水, 单独打开乙管进水需 n 小时将池注满水, 只打开丙管排水 2 小时便可将水放完. 如果将甲、乙两管同时打开 3 小时后, 又将丙管打开 1 小时(此时未关进水管). 试写出这时池中所蓄水量的代数式(m, n 均大于 5 且小于 16).

分析 设水池总蓄水量为 1, 则甲管每小时注入的水量是 $\frac{1}{m}$, 乙管每小时注入的水量是 $\frac{1}{n}$, 丙管每小时排出的水量是 $\frac{1}{2}$, 故甲、乙两管同时打开 4 小时注入的水量是 $4(\frac{1}{m} + \frac{1}{n})$, 丙管开后 1 小时内排出水量为 $\frac{1}{2}$, 那么这时池中所蓄水量是 $4(\frac{1}{m} + \frac{1}{n}) - \frac{1}{2}$.



突破训练

1. 某市有 a 辆公共汽车, 电车比公共汽车少 b 辆, 则该市共有 $(2a-b)$ 辆公交车.

2. 某商品现价 a 元, 比原价降低了 25%, 则原价为 $\frac{4}{3}a$.

3. a, b 两数的倒数的平方和加上 a, b 两数和的平方的倒数, 用代数式表示为 $\frac{1}{a^2+b^2} + \frac{1}{(a+b)^2}$.

4. 代数式 $6(a+b) - \frac{c}{b}$ 表示的意义是 $6(a+b)$ 减去 $\frac{c}{b}$ 的差.

5. 甲乙两数的和是 30, 若甲数为 x , 甲数的 3 倍与乙数的 $\frac{2}{3}$ 的和用代数式表示是 (C) .

(A) $3(30-x) + \frac{2}{3}x$

(B) $3x + \frac{2}{3} \times 30$

(C) $3x + \frac{2}{3}(30-x)$

(D) $3(30-x) + \frac{2}{3}$

6. 某农场 1993 年的粮食产量为 a , 以后每年比上年增长 $p\%$, 那么 1995 年该农场的粮食产量是 (B) .

(A) $a(1+p)^2$

(B) $a(1+p\%)^2$

(C) $a + a(p\%)^2$

(D) $a + ap^2$

7. 一批运动服按原价的 85% (八五折) 出售, 每套售价为 y 元, 则这批运

动服每套原价为(B).

- (A) $85\%y$ (B) $y \div 85\%$ (C) $15\%y$ (D) $y \div 15\%$

8. 从 A 地到 B 地, 骑自行车每小时走 m 千米, a 小时可以到达; 为了提前 b 小时到达, 自行车每小时要走多少米? $\frac{a-b}{m \cdot a}$

9. 全校学生共有 a 人, 其中初一学生占 35% , 那么初一学生多少人?

10. 苹果每千克 p 元, 买 10 千克以上按 9 折(即原价的 90%) 优惠, 买 15 千克应付多少钱?



创新与应用

11. 如果 a 名同学在 b 小时内共搬运 c 块砖, 那么 c 名同学以同样的速度搬运 a 块砖所需的小时数是(D).

- (A) $\frac{c^2}{a^2b}$ (B) $\frac{c^2}{ab}$ (C) $\frac{ab}{c^2}$ (D) $\frac{a^2b}{c^2}$

12. 剧院里座位的排数是 m , 用代数式表示:

(1) 若每排的座位数是排数的 $1\frac{1}{5}$ 倍, 则剧院里共有多少个座位?

(2) 若第一排的座位数是 a , 并且后一排总比前一排的座位数多 1 个, 则剧院里共有多少个座位?

13. A 和 B 两家公司都准备向社会招聘人才, 两家公司招聘条件基本相同, 只有工资待遇有如下差异: A 公司, 年薪 10000 元, 每年加工龄工资 200 元; B 公司, 半年薪 5000 元, 每半年加工龄工资 50 元. 从经济收入的角度考虑的话, 选择哪家公司有利?

14. 甲、乙两人整修街道两旁的花池, 由于两旁花池数相等, 所以商定各修一边. 一大清早, 甲先来整修左边的花池, 当他整修完第三个花池时, 乙来了, 他说: “左边难修, 还是我来整修左边吧.” 于是甲又来街道右边去整修花池, 乙整修完左边的花池后又帮甲整修右边的花池, 当乙又整修完右边的六个花池时, 正好全部整修完毕. 试问甲乙两人谁整修的花池数量多, 多几个? 试先填写下表:

设左边有花池个数为	x (个)
那么右边有花池个数为	
甲修了左边花池个数为	

乙修了左边花池个数为	
甲修了右边花池个数为	
乙修了右边花池个数为	
甲共修花池个数为	
乙共修花池个数为	

该如何判断？请列式计算。

15. (北京市海淀区, 2001) 第二十届电视剧飞天奖今年有 a 部作品参赛, 比去年增加了 40% 还多 2 部, 设去年参赛的作品是 b 部, 则 b 是 (B).

(A) $\frac{a+2}{1+40\%}$

(B) $a(1+40\%)+2$

(C) $\frac{a-2}{1+40\%}$

(D) $a(1+40\%)-2$

1.2 公式和代数式的值



精典题解

例 1 当 $x=0, \frac{1}{2}, 3\frac{1}{2}$ 时, 求代数式 $\frac{1}{2}x^2 - x + 1$ 的值.

解 当 $x=0$ 时, 原式 $= \frac{1}{2} \times 0^2 - 0 + 1 = 1$.

当 $x = \frac{1}{2}$ 时, 原式 $= \frac{1}{2} \cdot (\frac{1}{2})^2 - \frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{8} - \frac{1}{2} + 1 = \frac{5}{8}$.

当 $x = 3\frac{1}{2}$ 即 $x = \frac{7}{2}$ 时,

原式 $= \frac{1}{2} \cdot (\frac{7}{2})^2 - \frac{7}{2} + 1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{49}{4} - \frac{7}{2} + 1 = 3\frac{5}{8}$.

$\therefore$ 当 $x=0, \frac{1}{2}, 3\frac{1}{2}$ 时, 代数式 $\frac{1}{2}x^2 - x + 1$ 的值分别是 1, $\frac{5}{8}, 3\frac{5}{8}$.

说明 1. 求代数式的值的一般步骤是:(1)代入;(2)计算.代

入数值前一定要指明字母的取值,即把“当 $x = \dots\dots$ 时”写出来;
2. 分数乘方时一定要加上括号,带分数平方时先将其化成假分数,再计算;3. 代数式里原来省略的乘号,代入数字时必须添上乘号,这一点应引起初学者的注意.

例 2 如图 1-1,正方形的边长为 a ,其中有一半半径为 r 的内切圆,若阴影部分的面积为 $S_{\text{阴影}}$. (1) 求 $S_{\text{阴影}}$; (2) 当 $a = 4\text{cm}$, $r = 2\text{cm}$ 时,求 $S_{\text{阴影}}$ 的值.



图 1-1

解 (1) $S_{\text{阴影}} = S_{\text{正方形}} - S_{\text{圆}} = a^2 - \pi r^2$.

(2) 当 $a = 4\text{cm}$, $r = 2\text{cm}$ 时,

$$\begin{aligned} S_{\text{阴影}} &= a^2 - \pi r^2 = 4^2 - \pi \times 2^2 = 16 - 3.14 \times 4 \\ &= 3.44(\text{cm}^2). \end{aligned}$$

 **说明** 此题中的(1)实质上是一个公式推出的过程;(2)是利用公式求值,实质上是代数式的求值.

例 3 挖一条长为 l 的水渠,渠道的横断面是等腰梯形(如图 1-2),梯形的底分别为 a 、 b ,水渠深为 h ,若 $l = 200\text{m}$, $a = 6\text{m}$, $b = 4\text{m}$, $h = 1.5\text{m}$.求挖这条水渠的土方量.

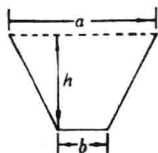


图 1-2

分析 求水渠的土方量,即是求棱柱的体积,棱柱的体积 = 底面积 $\times$ 高.在这里,即是等腰梯形的面积 $\times$ 水渠的长度.为了方便,我们可以设水渠的土方量为 V .

解 $\because V = S_{\text{梯形}} \times l, S_{\text{梯形}} = \frac{1}{2}(a + b)h$.

$$\therefore V = \frac{1}{2}(a + b)hl.$$

当 $l = 200\text{m}$, $a = 6\text{m}$, $b = 4\text{m}$, $h = 1.5\text{m}$ 时,

$$V = \frac{1}{2}(6 + 4) \times 1.5 \times 200 = 1500(\text{m}^3).$$

答:挖这条水渠的土方量 1500m^3 (或 1500 方).

 **例 4** 当 $a = 10$ 时,求图 1-3 所示的阴影部分的面积(结果可保留 π).