

电气工程
新技术丛书



永磁同步电机智能控制技术

王军 著

电气工程
新技术丛书

永磁同步电机智能控制技术

YONGCI TONGBU DIANJI ZHINENG KONGZHI JISHU

王军 著

西南交通大学出版社
·成都·

图书在版编目 (C I P) 数据

永磁同步电机智能控制技术 / 王军著. —成都：
西南交通大学出版社，2015.11
(电气工程新技术丛书)
ISBN 978-7-5643-4076-6

I . ①永… II . ①王… III . ①永磁同步电机 - 智能控
制 IV . ①TM351

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 170123 号

电气工程新技术丛书
永磁同步电机智能控制技术
王军著

责任编辑	宋彦博
封面设计	米迦设计工作室
出版发行	西南交通大学出版社 (四川省成都市金牛区交大路 146 号)
发行部电话	028-87600564 028-87600533
邮政编码	610031
网 址	http://www.xnjdcbs.com
印 刷	四川森林印务有限责任公司
成品尺寸	170 mm × 230 mm
印 张	11.75
字 数	212 千
版 次	2015 年 11 月第 1 版
印 次	2015 年 11 月第 1 次
书 号	ISBN 978-7-5643-4076-6
定 价	30.00 元

图书如有印装质量问题 本社负责退换
版权所有 盗版必究 举报电话：028-87600562

前　　言

工业自动化的迅速发展，对不同类型的电气驱动系统提出了更新的要求，包括提高可靠性、降低电能消耗、减少维护费用和满足工业过程的复杂要求等。随着磁性材料技术、电力电子技术、微型计算机技术和控制理论的发展，永磁同步电机以其高转矩惯量比、高能量密度和高效率等优异性能，在中小功率范围获得广泛的应用。特别是以矢量控制技术和直接转矩控制技术为核心的变频调速技术的发展，使永磁同步电机在调速范围、调速精度、动态性能等方面得到了显著提高。但永磁同步电机控制系统实质上是非线性的动态时变系统，受到很多不确定因素的影响，如外界负载干扰和其自身的非线性，很难建立准确的数学模型。为此，人们采用自适应控制、变结构控制和鲁棒控制等许多非线性系统的控制方法来解决这个问题。近二十年来，人们也将人工智能控制技术，包括专家系统、模糊逻辑、神经网络应用到永磁同步电机控制系统中。

本书正是这一背景下的研究成果。全书共分为 6 章，各章主要内容如下：

第 1 章简单介绍了永磁同步电机的结构和原理，重点分析了在不同坐标系下的电机动态数学模型和特性曲线。

第 2 章首先针对表面式和内置式永磁同步电机分析了转子磁场定向矢量控制。其次，分析了弱磁控制和定子电流最优控制技术。再次，分析了基于定子磁场定向的矢量控制技术。最后，利用 MATLAB 仿真软件，给出了基于 SVPWM 技术的矢量控制仿真实现。

第 3 章在介绍了直接转矩控制原理的基础上，分析了转矩控制的三种方法及其特点，并对直接转矩控制的性能和改善低速转矩脉动的方法进行了较深入的分析。

第 4 章首先简单阐述了模糊控制原理，研究了基于模糊控制的直接转矩控制系统。其次，提出并分析了基于模糊神经网络技术的位置控制方法。再次，提出了一种基于模糊小波自适应复合控制的位置控制技术。然后，提出并分析了一种基于滑模变结构的位置控制系统。最后，提出了基于模糊小波辨识的滑模变结构位置控制。此外，本章还给出了几种方法的实验结果。

第 5 章重点分析了几种永磁电机无速度和无位置传感技术，同时分析了几种智能优化算法在永磁同步电机无速度和无位置估计技术中的应用。

第 6 章首先分别介绍了 MATLAB 模糊逻辑工具箱和 MATLAB 神经网络工具箱，同时分别以基于模糊控制和神经网络控制的永磁电机系统为例，给出仿真方法。其次，介绍了作者实验室中基于 DSP 的数字控制系统构成，给出硬件结构和软件方框图和部分代码。最后，简单地分析了数字化系统性能改善方法。

本书由西华大学王军教授撰写，由曹太强副教授审稿。在撰写过程中，部分图表和文字得到了孙章老师和李虹、谭靖、陈科、白波、唐静、贺婷婷等研究生的参与。本书部分内容来自我们十多年来在该领域的研究成果，在此感谢曾经在本实验室学习、现已毕业并分布在全国的研究生，他们是：黄艺、郭忠林、武卯泉、丁传东、丁仕光、杨文方、宋志强、李建坤和王桂娟。

同时，本书的出版也得到了相关基金项目支持，包括：四川省经济与信息委员会重点装备项目（川财建〔2014〕128号），四川省科技厅四川省围绕产业链部署创新链及公益类重大科技项目（项目编号：14ZC2277），四川省科技厅支撑计划项目（基金号：2013GZ0130）。

在本书的编写过程中，作者参考和引用了国内外同行专家和学者的相关研究成果，在此表示由衷的感谢！

由于作者学术水平有限，在永磁同步电机智能控制系统方法和实验方法上还有很多没有介绍和开展研究的地方，同时书中也可能存在不当之处，请大家给予批评和指正。

王 军

2015 年 1 月于四川成都

主要缩略语及变量说明

一、缩略语

BLDCM	无刷直流电机
PMSM	永磁同步电机
FOC	磁场定向矢量控制技术
DTC	直接转矩控制技术
IGBT	绝缘栅双极性晶体管
SVPWM	空间电压脉宽调制
DSC	直接自控制
ANFIS	自适应神经模糊系统
SISO	单输入单输出
FNN	模糊神经网络
FWN	模糊小波网络
ANN	人工神经网络
EKF	扩展的卡尔曼滤波器
RNN	递归网络
DRNN	对角递归网络
MRAS	模型参考自适应系统
NNO	神经网络观测器
DSP	数字信号处理器
LQ	线性二次型
VSC	变结构控制

二、变 量

$C_{3s/2s}$, $C_{2s/2r}$	分别为从三相静止坐标系变换到两相静止坐标系的变换矩阵和其逆矩阵
$C_{2s/2r}$, $C_{2r/2s}$	分别为从两相静止坐标系变换到两相旋转坐标系的变换矩阵和其逆矩阵
$C_{3s/2r}$, $C_{2r/3s}$	分别为从三相静止坐标系变换到两相旋转坐标系的变换矩阵和其逆矩阵

f	定子电流的固定频率 (Hz)
L_{AA} , L_{BB} , L_{CC}	分别为三相定子绕组的自感 (H)
L_{AB} , L_{BC} , L_{AC} , L_{BA} , L_{CB} , L_{CA}	分别为三相定子绕组之间的互感 (H)
L_{a0}	定子绕组漏感的平均值 (H)
L_{aa0}	气隙磁链的基波分量产生的磁化电流对应电感的平均值 (H)
L_s	定子自感平均值 (H)
L_{s2}	定子自感的二次谐波平均值 (H)
M_{ao}	定子两相绕组的漏互感平均值的绝对值 (H)
M_{so}	定子两相绕组互感的平均值 (H)
L_s	同步电感 (H)
L_d , L_q	分别为定子电感在 d、q 轴的分量 (H)
L_{md} , L_{mq}	分别为 d、q 轴定子线圈的励磁电感 (H)
L	定子平均电感 (H)
n_r	转子转速或同步转速 (r/min)
n_r^*	转子给定转速 (r/min)
θ_r , θ_r^*	分别为转子实际电角位移和给定电角位移 (rad)
θ , θ^*	分别为转子实际机械角位移和给定机械角位移 (rad)
θ_s	定子磁链位置角 (定子磁链和 A 轴夹角) (rad)
ω_r , ω_r^*	分别为转子实际角速度和给定角速度 (rad/min)
ω , ω^*	分别为转子实际机械角速度和给定机械角速度 (rad/min)
ω_s	电源角频率
ω_{sl}	转差频率
I_N	额定电流
i_a , i_b , i_c	分别为定子三相相电流 (A)
i_a , i_β	分别为定子电流在 α 、 β 轴的分量 (A)
i_d , i_q	分别为定子电流在 d 、 q 轴的分量 (A)
i_a^* , i_b^* , i_c^*	分别为给定的定子三相相电流 (A)
i_d^* , i_q^*	分别为给定的定子电流在 d 、 q 轴的分量 (A)
i_f	励磁电流 (A)
I_{fd}	d 轴励磁电流 (A)
i_s	定子电流 (A)
i_{dn} , i_{qn}	分别为直、交轴电流标幺值 (A)

i_M , i_T	分别为励磁电流、转矩电流 (A)
i_M^* , i_T^*	分别为给定的励磁电流、转矩电流 (A)
$i_{\alpha h}$, $i_{\beta h}$	分别为高频电流信号在 α 、 β 轴的分量 (A)
u_a , u_b , u_c	分别为定子三相相电压 (V)
u_α , u_β	分别为定子电压在 α 、 β 轴的分量 (V)
u_a^* , u_β^*	分别为定子电压给定值在 α 、 β 轴的分量 (V)
u_d , u_q	分别为定子电压在 d、q 轴的分量 (V)
u_d^* , u_q^*	分别为定子电压给定值在 d、q 轴的分量 (V)
u_{ref}	合成的参考电压矢量 (V)
u_d	母线直流电压 (V)
ψ_{a0}	定子绕组的漏磁链 (Wb)
ψ_α , ψ_β	分别为定子磁链在 α 、 β 轴的分量 (Wb)
ψ_d , ψ_q	分别为定子磁链在 d、q 轴的分量 (Wb)
Ψ_f , ψ_f	转子磁链空间矢量和转子永磁体磁链 (Wb)
Ψ_s , Ψ_s^*	分别为实际定子绕组磁链矩阵和给定磁链矩阵
ψ_Q	磁链调节信号
$\psi_{m\alpha}$, $\psi_{m\beta}$	分别为 ψ_f 在 α 、 β 轴的分量 (Wb)
T_N	额定转矩 (N · m)
T_e , T_e^*	分别为实际电磁转矩和给定电磁转矩 (N · m)
T_L	负载阻转矩 (N · m)
T_{en}	转矩标么值 (N · m)
T	脉宽调制波周期
T_s	系统的采样周期
T_Q	转矩调节信号
F_s	合成磁动势
F_{Ad} , F_{Aq}	A 相轴线方向的磁动势在 d、q 轴的分量
F_A	A 相轴线方向的磁动势
F	摩擦系数
P_n	磁极对数
p	微分算子
P	电机总功率 (kW)
P_N	额定功率 (kW)

P_a , P_b , P_c	分别为三相电机功率 (kW)
P_α , P_β	分别为电机功率在 α 、 β 轴的分量 (kW)
ρ	凸极率
e_a , e_b , e_c	分别为电机在 a 、 b 、 c 轴上的感应电势
e_α , e_β	分别为电机在 α 、 β 轴上的感应电势
ε_m	磁链容差
ε_T	转矩容差
E_ψ	定子磁链误差
E_T	转矩误差
e	误差信息
R_s	定子每相绕组等效电阻 (Ω)
J	机电系统转动惯量 ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)
B	阻力转矩的阻尼系数 ($\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}/\text{rad}$)
W_m	电机内磁场的磁储能
N_A	A 相定子绕组的匝数
N_2 , N_3	分别为两相绕组和三相绕组每相的有效匝数
φ	功率因数角 (定子电压与定子电流之间的相位差)
β	转矩角 (定子三相基波合成磁动势轴线与永磁体基波励磁磁场轴线间的空间电角度)
δ_{sr}	负载角 (定子磁链和转子磁链的夹角)
K_p , K_i	分别为比例、积分系数



目 录

1 永磁同步电机概述	1
1.1 永磁同步电机的结构与工作原理	1
1.2 永磁同步电机的动态数学模型	4
本章小结	20
参考文献	21
2 三相永磁同步电机矢量控制变频调速系统	22
2.1 转子磁场定向矢量控制	22
2.2 三相永磁同步电机弱磁控制与定子电流最优控制	26
2.3 三相永磁同步电机磁场定向矢量控制的调速系统	32
2.4 电压可控PWM逆变器矢量控制系统的MATLAB仿真	35
本章小结	43
参考文献	43
3 三相永磁同步电机直接转矩控制	45
3.1 直接转矩控制原理	45
3.2 直接转矩控制方法	47
3.3 调速性能改善方案	56
3.4 直接转矩控制系统的MATLAB仿真	68
本章小结	76
参考文献	76
4 三相永磁同步电机智能控制的调速系统	80
4.1 模糊控制	80
4.2 模糊神经网络控制	85
4.3 模糊小波自适应复合位置控制器	90
4.4 永磁同步电机滑模变结构位置控制	101

4.5 基于模糊小波辨识器的滑模变结构位置控制	106
本章小结	113
参考文献	113
5 三相永磁同步电机无速度（位置）传感器控制与智能控制技术	119
5.1 基于电机数学模型的直接计算法	120
5.2 模型参考自适应方法	122
5.3 状态观测器方法和扩展卡尔曼滤波器方法	124
5.4 高频信号注入法	132
5.5 智能控制技术在电机参数估计中的应用	139
本章小结	144
参考文献	144
6 MATLAB 智能控制工具箱及数字化控制系统	149
6.1 MATLAB模糊逻辑工具箱	149
6.2 神经网络控制工具箱	154
6.3 永磁同步电机数字化控制系统	164
6.4 数字化控制系统性能改善方法	170
参考文献	173
附录 基于 DSP 的永磁同步电机矢量控制系统程序	174



1 永磁同步电机概述

1.1 永磁同步电机的结构与工作原理

永磁材料主要有铁氧体、稀土钴、钕铁硼。20世纪80年代，永磁材料特别是具有高磁能积、高矫顽磁力、低廉价格的钕铁硼永磁材料的发展，使人们研制出了价格低廉、体积小、性能高的永磁电机。永磁电机的主要类型有：无刷直流电机(Brushless DC Motor, BLDCM)，永磁同步电机(Permanent Magnet Synchronous Motor, PMSM)。前者采用方波电流驱动，后者采用三相正弦波电流驱动。本书介绍永磁同步电机的原理以及控制技术。

1.1.1 永磁同步电机的结构

永磁同步电机的结构与一般同步电机相似，主要由定子、转子和检测元件(转子位置传感器和测速发电机)组成。其中定子有齿槽，内有三相绕组，形状与普通电机的定子相同，但其外圆多呈多边形，且无外壳，以利于散热，避免电机发热对机床精度的影响。永磁同步电机与一般同步电机的主要区别是其转子部分用高磁能积的永磁体代替了同步电机的电励磁系统，省去了励磁绕组、集电环和电刷，使得其结构简单、坚固耐用。图1.1所示为永磁同步电机的剖面图。

永磁同步电机按使用的转子磁路不同，主要分为两种：表面式和内置式(也称内埋式)，如图1.2所示。表面式又按转子磁路结构分为两种：凸出式和插入式，如图1.2(a)所示。凸出式的永磁体形状一般为瓦片形，位于转子铁心的外表面上，径向充磁；插入式的永磁体嵌入转子表面。内置式转子的永磁体位于转子内部，永磁体外表面与定子铁心内圆之间有由铁磁物质

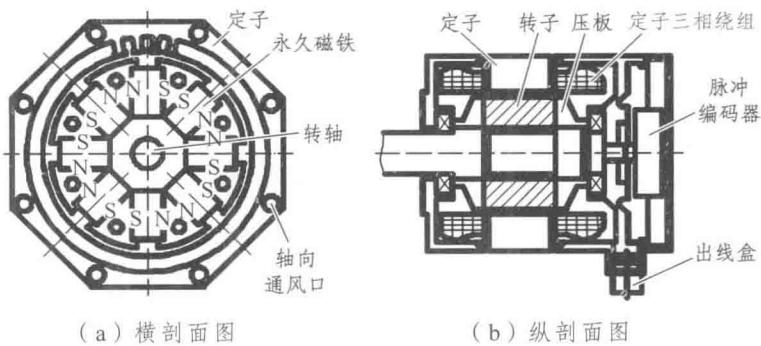


图 1.1 永磁同步电机的剖面图

制成的极靴，可以保护永磁体。内置式转子按永磁体磁化方向与转子旋转方向的相互关系，可以分为径向式、切向式和混合式三种，如图 1.2 (b) 所示。

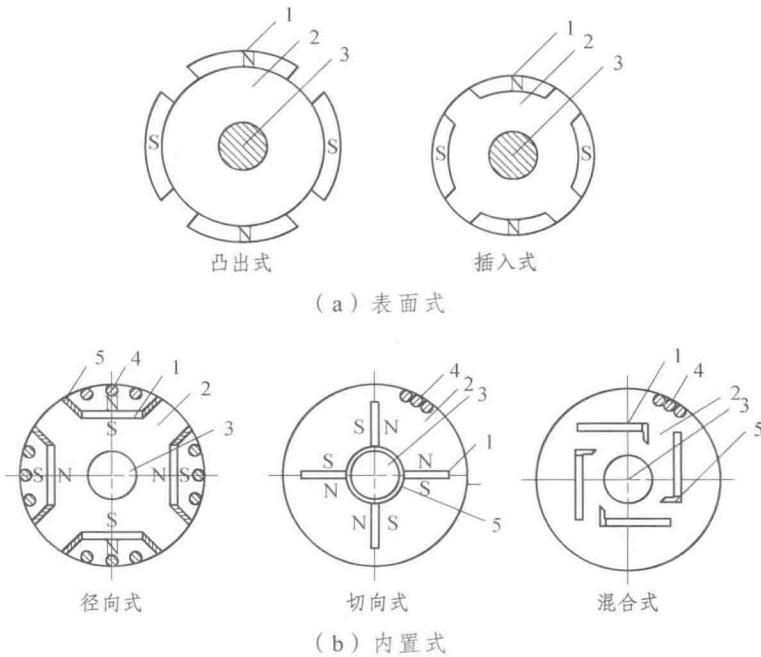


图 1.2 永磁同步电机转子结构

1—永磁体；2—铁心；3—转轴；4—鼠笼条；5—隔磁磁桥

早期的永磁同步电机主要是表面凸出式，其结构简单，交、直流磁路电感近似相等。内置式永磁体位于转子内部，转子磁路结构的不对称使其产生

的磁路电感不相等。如果给电机直轴通入负向励磁电流（弱磁电流），易于实现弱磁升速；同时增加一个磁阻转矩分量，有利于提高功率密度和电机的过载能力。目前，内置式永磁同步电机已在大功率场合（如电动汽车、船舶推进）得到广泛应用。

1.1.2 永磁同步电机的工作原理

图 1.3 所示是一台 3 相 2 极永磁同步电机的内部结构示意图。当定子三相绕组通上交流电流后，就产生一个旋转磁场，该旋转磁场将以同步转速 n_r 旋转。由于磁极同性相斥，异性相吸，该旋转磁场将与转子的永磁磁极互相吸引，并带着转子一起旋转，因此转子也将以同步转速 n_r （或同步角速度 ω_r ）旋转。当转子加上负载之后，转子磁极轴线将落后定子磁场轴线一个角度 θ_r ，随着负载增大， θ_r 也增大；负载减小时， θ_r 也减小；只要不超过一定限度，转子始终跟着定子的旋转磁场以恒定的同步转速 n_r 旋转。因此，永磁同步电机是利用三相交流电流和转子的磁场相互作用，产生电磁转矩驱动转子的转动。转子的转速是由定子电流的频率决定的，其关系为

$$n_r = 60f / p_n \quad (1.1)$$

式中 n_r ——同步转速（r/min）；

f ——定子电流的固定频率（Hz）；

p_n ——永磁同步电机的极对数。

注意，书中速度、角速度都是电气变量，特别说明之处除外。

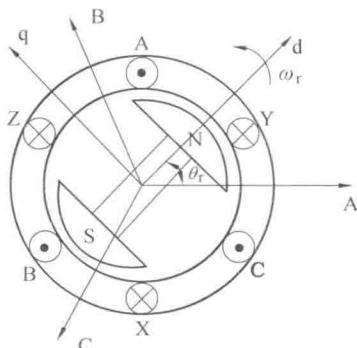


图 1.3 永磁同步电机内部结构

1.2 永磁同步电机的动态数学模型

为了简化分析，现做如下假设：

- ① 忽略铁心饱和效应，不考虑涡流和磁滞损耗；
- ② 转子无阻尼绕组；
- ③ 电机定子绕组电流为三相对称正弦电流，气隙只有正弦分布磁势；
- ④ 永磁体在气隙中产生的磁场是正弦分布的，无高次谐波。

在图 1.3 中，将定子三相绕组产生磁场（右手螺旋定则）的方向规定为该相绕组轴线正方向并作为空间坐标轴的参考线，建立三相静止坐标系——ABC 坐标系。角位移或角速度的正方向为逆时针方向。设定转子永磁体磁极轴线为 d 轴（也称转子直轴），沿转子旋转的逆时针方向超前 90° 为 q 轴（也称转子交轴），则 d-q 坐标系为两相转子同步旋转坐标系（固定在转子上）。磁极 N 的方向为 d 轴正方向，d 轴超前 A 轴的电角度为 θ_r （ θ_r 为转子机械位置角乘以极对数）。

1.2.1 三相静止坐标系中永磁同步电机的数学模型

在三相静止坐标系中，永磁同步电机的动态数学模型由如下 4 组方程构成：电压方程、磁链方程、转矩方程和运动方程。

1. 电压方程

在三相静止坐标系中，永磁同步电机的电压方程为

$$\mathbf{u}_s = \mathbf{R}_s \mathbf{i}_s + \frac{d\boldsymbol{\Psi}_s}{dt} \quad (1.2)$$

其中， $\mathbf{u}_s = [u_a \ u_b \ u_c]^T$ ， u_a, u_b, u_c 分别为定子三相相电压 (V)； $\mathbf{i}_s = [i_a \ i_b \ i_c]^T$ ， i_a, i_b, i_c 分别为定子三相相电流 (A)； \mathbf{R}_s 为定子绕组相电阻矩阵 (Ω)； $\boldsymbol{\Psi}_s(\theta_r, i)$ 为定子三相相绕组磁链矩阵。

$$\mathbf{R}_s = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\Psi}_s(\theta_r, i) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi}_A(\theta_r, i) \\ \boldsymbol{\Psi}_B(\theta_r, i) \\ \boldsymbol{\Psi}_C(\theta_r, i) \end{bmatrix}$$

式中， R_s 为每相绕组等效电阻， $\Psi_A(\theta_r, i)$ 、 $\Psi_B(\theta_r, i)$ 、 $\Psi_C(\theta_r, i)$ 分别为定子三相磁链分量 (Wb)。

2. 磁链方程

定子三相绕组磁链 $\Psi_s(\theta_r, i)$ 可表示为

$$\Psi_s(\theta_r, i) = \Psi_{11}(\theta_r, i) + \Psi_{12}(\theta_r) \quad (1.3)$$

式中， $\Psi_{11}(\theta_r, i)$ 为定子绕组电流产生的磁场与定子绕组自身交链的磁链矩阵，即

$$\Psi_{11}(\theta_r, i) = \begin{bmatrix} \Psi_{1A}(\theta_r) \\ \Psi_{1B}(\theta_r) \\ \Psi_{1C}(\theta_r) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{AA}(\theta_r) & L_{AB}(\theta_r) & L_{AC}(\theta_r) \\ L_{BA}(\theta_r) & L_{BB}(\theta_r) & L_{BC}(\theta_r) \\ L_{CA}(\theta_r) & L_{CB}(\theta_r) & L_{CC}(\theta_r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

式中， L_{AA} 、 L_{BB} 、 L_{CC} 分别为定子三相绕组的自感 (H)， L_{AB} 、 L_{BC} 、 L_{AC} 、 L_{BA} 、 L_{CB} 、 L_{CA} 分别为定子三相绕组之间的互感 (H)。

$\Psi_{12}(\theta_r)$ 为转子永磁体产生的磁场到定子绕组的磁链矩阵，仅与转子位置有关，与定子电流无关，可表示为

$$\Psi_{12}(\theta_r) = \begin{bmatrix} \Psi_{fA}(\theta_r) \\ \Psi_{fB}(\theta_r) \\ \Psi_{fC}(\theta_r) \end{bmatrix} = \psi_f \begin{bmatrix} \cos \theta_r \\ \cos(\theta_r - 2\pi/3) \\ \cos(\theta_r + 2\pi/3) \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

式中， $\Psi_{fA}(\theta_r)$ 、 $\Psi_{fB}(\theta_r)$ 、 $\Psi_{fC}(\theta_r)$ 分别为永磁体产生的磁场到定子三相绕组的磁链分量 (Wb)， ψ_f 为转子永磁体磁链 (Wb)。

下面对电机的自感和互感系数进行分析：

(1) 自感系数

对每一相定子绕组来说，它所交链的磁通都是主磁通与漏磁通之和。漏磁通对应的电感与转子位置无关，为常数。主磁通穿过气隙且与另两相定子绕组交链，当永磁体转动引起磁阻变化时，对应的电感系数也产生相应的变化。下面推导电感系数的大小。

在 A 轴轴线上，设在距离 d 轴角度为 θ_r 的 M 点处，单位面积气隙磁导为

$$A_{\delta}(\theta_r) = A_{\delta 0} + A_{\delta 2} \cos 2\theta_r \quad (1.6)$$

式中， $A_{\delta 0}$ 表示气隙磁导的平均值， $A_{\delta 2}$ 表示气隙磁导的二次谐波幅值。

可以看出，当 $\theta_r = 0$ 时，永磁体与定子绕组 A 相轴线重合，此时气隙磁通的路径由于永磁体的存在而变长，永磁体的相对磁导率与空气的相对磁导率近似相等，此时磁阻变得很大，绕组电感会很小。从式 (1.6) 可以求得直轴 (d 轴) 上的气隙磁导为 $A_{\delta d} = A_{\delta 0} + A_{\delta 2}$ 。相反，当 $\theta_r = 90^\circ$ 时，永磁体与定子绕组 A 相轴线垂直，A 轴磁路没有通过 d 轴永磁体，仅通过转子铁心和两边气隙，此时处于交轴 (q 轴) 位置，绕组电感会最大。同样求得交轴上的气隙磁导为 $A_{\delta q} = A_{\delta 0} - A_{\delta 2}$ 。由于 $A_{\delta q} > A_{\delta d}$ ，故 $A_{\delta 2} < 0$ 。因此，可以得到

$$A_{\delta 0} = \frac{1}{2}(A_{\delta d} + A_{\delta q}), \quad A_{\delta 2} = \frac{1}{2}(A_{\delta d} - A_{\delta q})$$

把上式代入式 (1.6)，有

$$A_\delta(\theta_r) = \frac{1}{2}(A_{\delta d} + A_{\delta q}) + \frac{1}{2}(A_{\delta d} - A_{\delta q}) \cos 2\theta_r \quad (1.7)$$

当 A 相定子绕组通过电流 i_a 时，在 A 相轴线方向的磁动势 F_A 与 M 点处单位面积气隙磁导所对应的 A 相定子绕组磁链为

$$\begin{aligned} \Psi_{\delta A}(\theta_r) &= K F_A A_\delta(\theta_r) = K N_A i_a \left[\frac{1}{2}(A_{\delta d} + A_{\delta q}) + \frac{1}{2}(A_{\delta d} - A_{\delta q}) \cos 2\theta_r \right] \\ &= i_a \left[\frac{1}{2}(L_{\delta d} + L_{\delta q}) + \frac{1}{2}(L_{\delta d} - L_{\delta q}) \cos 2\theta_r \right] \end{aligned} \quad (1.8)$$

其中，K 为比例系数， N_A 为 A 相定子绕组的匝数，而且 $L_{\delta d} = K N_A A_{\delta d}$ ， $L_{\delta q} = K N_A A_{\delta q}$ 。因此，A 相定子绕组的自感可表示为

$$\begin{aligned} L_{AA}(\theta_r) &= \frac{\Psi_{\delta A} + \Psi_{\delta A}(\theta_r)}{i_a} = L_{a0} + \frac{1}{2}(L_{\delta d} + L_{\delta q}) + \frac{1}{2}(L_{\delta d} - L_{\delta q}) \cos 2\theta_r \\ &= L_{a0} + L_{aa0} + L_{s2} \cos 2\theta_r = L_{s0} + L_{s2} \cos 2\theta_r \end{aligned} \quad (1.9)$$

式中， Ψ_{a0} 为定子绕组的漏磁链； L_{a0} 为定子绕组漏感的平均值； L_{aa0} 为气隙磁链的基波分量产生的磁化电流对应电感的平均值，且 $L_{aa0} = 0.5(L_{\delta d} + L_{\delta q})$ ； L_{s0} 为自感平均值，且 $L_{s0} = L_{a0} + L_{aa0}$ ； L_{s2} 为自感的二次谐波平均值，且 $L_{s2} = 0.5(L_{\delta d} - L_{\delta q}) < 0$ 。

同理可以推导出 B 相和 C 相绕组的自感。由于 A 相与 B 相、C 相在空间上互差 120° ，可以近似认为三相绕组的自漏感相等。式 (1.9) 中 θ_r 由于空间位置变化而对应变化，于是可以求得定子三相绕组的自感为