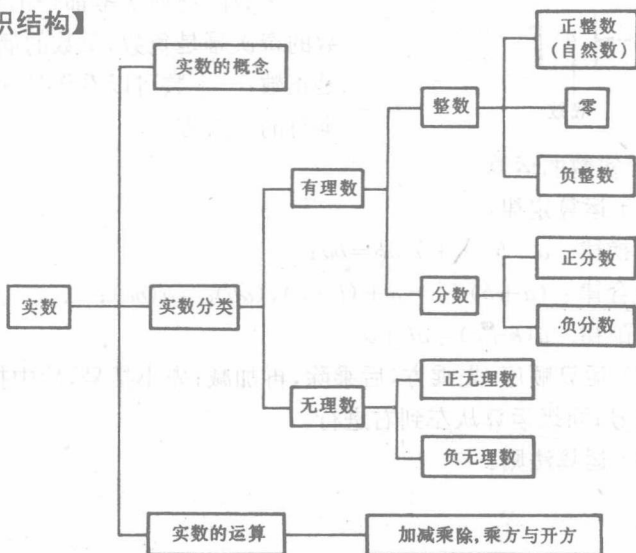


第一篇 代 数

初中代数是整个中学代数的重要组成部分之一,是进一步学习数学、物理、化学和其他学科的基础。它是在小学数学的基础上,把数的范围从非负有理数扩充到有理数、实数,通过用字母表示数,学习代数式、方程、不等式、函数等,学习一些常用的数据处理方法,发展对于数量关系的认识和抽象概括的思维,提高运算能力。学习中要抓住重点,突破难点,掌握好每一部分的内容以及它们之间的内在联系。

第一部分 实 数

【知识结构】



【知识要点】

1. 数轴:规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴。

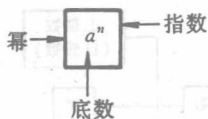
2. 相反数:只有符号(+、-)不同的两个数,我们说其中一个是另一个的相反数。0的相反数是0。 a 、 b 互为相反数,则 $a+b=0$ 。

3. 绝对值:一个数 a 的绝对值就是数轴上表示数 a 的点与原点的距离。数 a 的绝对值记作 $|a|$ 。

一个正数的绝对值是它本身;一个负数的绝对值是它的相反数;0的绝对值是0。

$$|a| = \begin{cases} a & (a > 0), \\ -a & (a < 0), \\ 0 & (a = 0). \end{cases}$$

4. 乘方:求 n 个相同因数的积的运算,叫做乘方。



正数的任何次幂都是正数;负数的奇次幂是负数,负数的偶次幂是正数;一个数可以看作是这个数本身的一次方。

5. 实数的运算

(1) 运算定律:

交换律 $a+b=b+a, ab=ba$;

结合律 $(a+b)+c=a+(b+c), (ab)c=a(bc)$;

分配律 $a(b+c)=ab+ac$ 。

(2) 运算顺序:先乘方,后乘除,再加减;先小括号,后中括号,再大括号;同级运算从左到右进行。

(3) 运算法则:

	原数同号		原数异号	
	符号	绝对值	符号	绝对值
加法	保持原号	相加	同绝对值较大数	相减
减法	减去一个数等于加上这个数的相反数			
乘法	正号	相乘	负号	相乘
除法	正号	相除	负号	相除

6. 科学记数法:把一个大于10的数记成 $a \times 10^n$ 的形式,其中 a 是整数数位只有一位的数,这种记数法叫做科学记数法。

7. 近似数与有效数字:一个近似数,四舍五入到哪一位,就说这个近似数精确到哪一位,这时,从左边第一个不是0的数字起,到精确到的数位止,所有的数字,都叫做这个数的有效数字。

【题型精析】

例1 选择题

1. 下列命题正确的是()。

- (A) 任何有理数都可以写出它的倒数;
- (B) 若 a 为实数,则 a^2 为正数;
- (C) 一个数的平方不一定大于原数;
- (D) 若两个实数的和是正数,则这两个数一定都是正数。

2. 和数轴上的点一一对应的数的集合是()。

- (A) 全体整数;
- (B) 全体有理数;
- (C) 全体无理数;
- (D) 全体实数。

3. 一个数的相反数与这个数的倒数的和等于零,则这个数的绝对值是()。

- (A) 0;
- (B) $\frac{1}{2}$;
- (C) 1;
- (D) 2。

4. 若 $|a|=3$, $|b|=2$, 则 $a+b$ 等于()。

(A) 5; (B) 1; (C) 5 或 1; (D) ± 5 或 ± 1 。

答案 1. C; 2. D; 3. C; 4. D。

评析 该题组主要考察实数的基本概念, 只有正确理解实数的有关概念, 才能灵活地运用它去解决有关问题。

对“0”这个数要特别地加以注意。

第4题需分类讨论, 分类讨论是数学中常用的思想方法。当 a, b 同号时, 即 $a=3, b=2$ 或 $a=-3, b=-2$, 此时 $a+b=\pm 5$; 当 a, b 异号时, 即 $a=3, b=-2$ 或 $a=-3, b=2$, 此时 $a+b=\pm 1$ 。

例2 比较 $0.01, -\frac{1}{3}, -3$ 这三个数的大小。

解 因为正数都大于负数, 所以 0.01 最大; 又因为两个负数中, 绝对值大的反而小, 而 $|\frac{1}{3}| = \frac{1}{3}, |-3| = 3, 3 > \frac{1}{3}$, 所以 $-\frac{1}{3} > -3$ 。因此, 这三个数的大小关系是: $-3 < -\frac{1}{3} < 0.01$ 。

例3 实数 a, b 在数轴上的位置如图 1-1 所示, 用“ $>$ ”或“ $<$ ”填空:

- (1) $a+b$ _____ 0; (2) $a-b$ _____ 0;
(3) ab _____ 0; (4) $|b|$ _____ a 。



图 1-1

答案 (1) $>$; (2) $>$; (3) $<$; (4) $<$ 。

评析 本题是数形结合的简单运用。由 a, b 在数轴上的位置可知, $a > 0, b < 0, |a| > |b|$, 据此不难得出本题的答案。

在解决此类问题时, 要充分利用数轴的直观性。

例4 用科学记数法表示下列各数:

- (1) 696000; (2) 0.000000036。

解 (1) $696000=6.96\times 10^5$;

(2) $0.000000036=3.6\times 10^{-8}$ 。

评析 一个绝对值较大的数,用科学记数法表示时,10的指数比原数的整数位数少1。如第(1)题,原数有6位整数,指数就是5。

一个绝对值较小的数,用科学记数法表示时,小数点后第一个不为零的数前面有几个零(包括小数点前面的一个零),10的指数就是负几。如第(2)题,3前面有8个零,指数就是-8。

例5 用四舍五入法,按括号里的要求对下列各数取近似值:

(1) 0.85149(精确到千分位);

(2) 47.6(精确到个位);

(3) 1.5972(精确到0.01)。

解 (1) $0.85149\approx 0.851$;

(2) $47.6\approx 48$;

(3) $1.5972\approx 1.60$ 。

评析 在大量的实际数学问题中,都会遇到近似数的问题,因此近似数在日常生活中应用广泛。

注意准确数和近似数的区别,如 π 是一个准确数,而 π 常取3.14的意思是取精确到0.01的近似数。

第(3)题中,由四舍五入得来的1.60跟1.6不一样,不能随便把最后一个0去掉,否则就不能表示这个近似数精确到0.01。

例6 计算

(1) $-10+8\div(-2)^2-(-4)\times(-3)\div\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}$;

(2) $-3-\left[-1+\left(1-0.2\times\frac{3}{5}\right)\div(-2)\right]+(\sqrt{2}-1)^0$ 。

解

(1) 原式

$$=-10+8\div 4-(-4)\times(-3)\times\frac{3}{2}\times\frac{3}{2}$$

$$= -10 + 2 - 27$$

$$= -35;$$

(2) 原式

$$= -3 - \left[-1 + \left(1 - \frac{1}{5} \times \frac{3}{5} \right) \times \left(-\frac{1}{2} \right) \right] + 1$$

$$= -3 - \left[-1 + \frac{22}{25} \times \left(-\frac{1}{2} \right) \right] + 1$$

$$= -3 - \left(-1 - \frac{11}{25} \right) + 1$$

$$= -3 + 1 + \frac{11}{25} + 1$$

$$= -\frac{14}{25}.$$

评析 混合运算要注意运算的顺序——先乘方,后乘除,再加减;若有括号,应先做括号内的运算。

在实数的运算中,加减、乘除、乘方和开方都可以互相转化。“转化”就是把一种形式转化成另一种形式,这是解决数学问题的一个重要的思想方法。

熟悉下列换算: $0.2 = \frac{1}{5}$ 、 $0.5 = \frac{1}{2}$ 、 $0.6 = \frac{3}{5}$ 、 $0.25 = \frac{1}{4}$ 、 $0.125 = \frac{1}{8}$ 等,可以提高运算的速度。

第1题最后两个数字 $\frac{2}{3}$ 与 $\frac{3}{2}$ 不能约简,否则将铸成大错。

【基础题典】

一、填空题

1. 最小的自然数是_____;最大的负整数是_____;绝对值最小的数是_____。

2. $-1\frac{3}{4}$ 的相反数是_____; $-1\frac{3}{4}$ 的倒数是_____。

3. 用科学记数法表示下列各数:

$-25600000 =$ _____; $0.0000314 =$ _____。

4. 若 $|a| < 2$, 且 a 是非负整数, 则 $a =$ _____。
5. 若 a, b 互为倒数, 则 $ab =$ _____; 若 a, b 互为相反数, 则 $a + b =$ _____。
6. 计算 $(-2)^3 =$ _____; $2^{-2} =$ _____。
7. 若 $(2x-1)^2 + |y-3| = 0$, 则 $x =$ _____ $y =$ _____。
8. 实数 a, b 在数轴上的位置如图 1-2 所示, 化简 $|a| - |a+b| - |b-a| =$ _____。

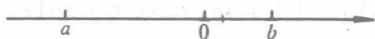


图 1-2

9. 比较大小: $\sqrt{3}$ _____ $\frac{5}{3}$; $\frac{\sqrt{2}}{2}$ _____ $\frac{\sqrt{3}}{3}$;
 -12.3 _____ $-12\frac{2}{5}$

二、选择题

1. 如果一个数的相反数是正数或 0, 则这个数是()。
 (A) 正数; (B) 负数; (C) 非正数; (D) 非负数。
2. 如果一个数和它的绝对值互为相反数, 则这个数是()。
 (A) 正数; (B) 负数; (C) 非正数; (D) 非负数。
3. 数轴上有两点, 它们离开表示 2 的点的距离都等于 4, 那么这两点所表示的数()。
 (A) 都是 6; (B) 都是 4; (C) 6 和 -2; (D) 4 和 -4。
4. 由四舍五入法得到的近似数 0.0103 的有效数字的个数是()。
 (A) 2 个; (B) 3 个; (C) 4 个; (D) 5 个。
5. 已知 $a < b < 0$, 则下列各式中正确的是()。
 (A) $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$; (B) $ab < 0$; (C) $\frac{a}{b} < 0$; (D) $\frac{a}{b} > 1$ 。

6. $(a-b)$ 的倒数的相反数是()。

- (A) $\frac{1}{a+b}$; (B) $\frac{1}{b-a}$; (C) $-\frac{1}{a+b}$; (D) $-\frac{1}{b-a}$ 。

7. 绝对值小于3的整数有()。

- (A) 2个; (B) 3个; (C) 4个; (D) 5个。

8. 若 $|a-1|=1-a$,则实数 a 的取值范围是()。

- (A) $a>1$; (B) $a<1$; (C) $a\geq 1$; (D) $a\leq 1$ 。

9. $\pi\approx 3.1415926\cdots$,精确到千分位的近似值是()。

- (A) 3.1416; (B) 3.1415; (C) 3.141; (D) 3.14。

10. 下列命题中正确的是()。

- (A) 无理数都是无限小数;
(B) 有理数都是有限小数;
(C) 偶数都是自然数;
(D) 奇数都是正数。

三、计算

1. $(-3)^2 - \left(-1\frac{1}{2}\right)^2 \times \frac{2}{9} - 6 \div \left|-\frac{2}{3}\right|$ 。

2. $0.25^2 \div \left(-\frac{1}{2}\right)^4 \times (-1)^{19} + \left(1\frac{3}{8} + 2\frac{1}{3} - 3.75\right) \times 24$ 。

3. $-1^2 - \left\{\left(-3\frac{1}{3}\right) \times 1\frac{1}{5} + \left[-8 \times \left(-2\frac{1}{2}\right)^2 - 1 \div (-0.1)^2\right]\right\}$ 。

4. $(-1)^{2n+1} \times (\sqrt{2}-1)^{-1} + (-1)^{2n} \div 0.2^3 + (\sqrt{3}+1)^0$
(n 为整数)。

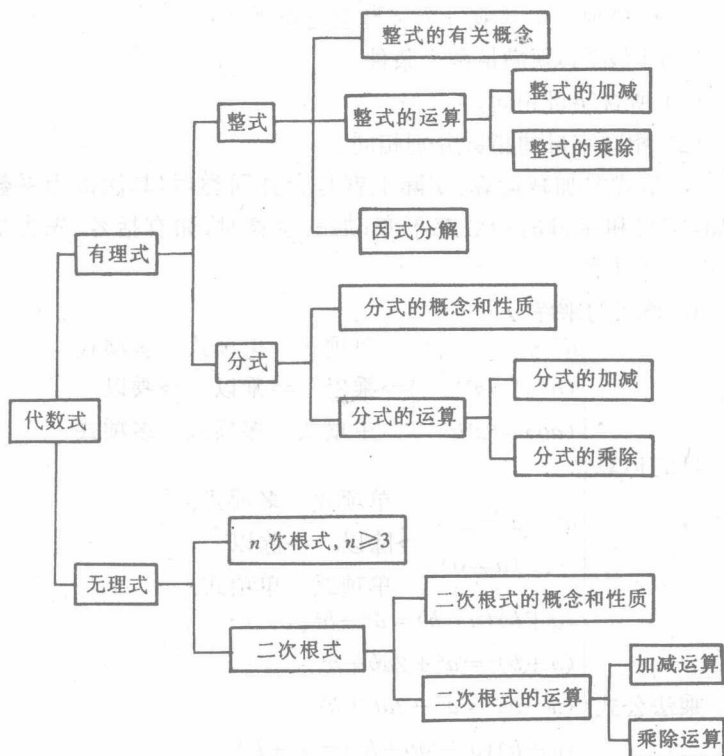
四、解答题

1. 已知 $|x+1|+(y+3)^2=0$,求 $x^{1997}+y^2$ 的值。

2. 已知 $2x-3>5$,化简 $|x+2|-|x-3|$ 。

第二部分 代数式

【知识结构】



(一) 整式

【知识要点】

1. 单项式、多项式和整式的关系

整式 $\begin{cases} \text{单项式,} \\ \text{多项式.} \end{cases}$

注意:单独一个数或一个字母也是单项式。

2. 同类项必须满足两个条件

(1) 所含字母相同;

(2) 相同字母的指数分别相同。

3. 整式的加减运算:实际上就是合并同类项,其法则为系数相加,字母和字母的指数都不变;加减运算时,如有括号,先去括号,再合并同类项。

4. 整式的乘除

幂的运算 $\begin{cases} a^m \cdot a^n = a^{m+n} \\ (a^m)^n = a^{mn} \\ (ab)^n = a^n b^n \end{cases} \begin{matrix} \text{单项式} & \text{单项式} & \text{多项式} \\ \Rightarrow \text{乘以} & \Rightarrow \text{乘以} & \Rightarrow \text{乘以} \\ \text{单项式} & \text{多项式} & \text{多项式} \end{matrix}$

$\begin{cases} a^m \div a^n = a^{m-n} \\ (a \neq 0) \end{cases} \begin{matrix} \text{单项式} & \text{多项式} \\ \Rightarrow \text{除以} & \Rightarrow \text{除以} \\ \text{单项式} & \text{单项式} \end{matrix}$

乘法公式 $\begin{cases} (a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \\ (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \\ (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \\ (a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3 \\ (a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3 \end{cases}$

【题型精析】

例 1 填空

(1) 已知下列各式: $\frac{1}{a+b}$, $\frac{1}{2}a$, $\sqrt{x}-1$, a^2-3a+1 , $\frac{3}{x+1}$, $-abc$, $\frac{3}{xy}$, $x+1+\frac{1}{y}$, $\frac{x+y}{2}$, 其中单项式是_____, 多项式是_____, 分式是_____, 无理式是_____。

(2) $-a^2bc$ 是_____次单项式, 系数是_____。

(3) 多项式 $2-3x^2+4x-x^3$ 按字母 x 降幂排列为_____, 是_____次_____项式, 常数项是_____。

(4) $-\frac{2}{3}x^{m+2}y^2$ 与 $4x^3y^{n-1}$ 是同类项, 那么 $m=$ _____, $n=$ _____。

解 (1) 单项式有 $\frac{1}{2}a$, $-abc$; 多项式有 a^2-3a+1 , $\frac{x+y}{2}$; 分式有 $\frac{1}{a+b}$, $\frac{3}{x+1}$, $\frac{3}{xy}$, $x+1+\frac{1}{y}$; 无理式有 $\sqrt{x}-1$ 。

(2) $-a^2bc$ 是 4 次单项式, 系数是 -1 。

(3) 按 x 降幂排列为 $-x^3-3x^2+4x+2$, 是三次四项式, 常数项是 2。

(4) $\because -\frac{2}{3}x^{m+2}y^2$ 与 $4x^3y^{n-1}$ 是同类项,

$$\therefore \begin{cases} m+2=3, \\ 2=n-1. \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} m=1, \\ n=3. \end{cases}$$

例 2 列代数式

(1) a 的平方的相反数与 b 的倒数的和。

(2) x 与 y 的和除 5 的平方的商。

(3) 某厂一月份产糖 a 吨, 每月平均增长 5%, 问二月份、三月份产糖分别多少吨?

(4) 汽车往返甲乙两地之间, 去时速度 x 千米/时, 返回速度 y 千米/时, 则往返一次平均速度是多少?

解 (1) $-a^2+\frac{1}{b}$ 。

(2) $\frac{25}{x+y}$ 。

(3) 二月份产糖 $(1+5\%)a$ 吨, 三月份产糖 $(1+5\%)^2a$ 吨。

(4) 平均速度 $\frac{2xy}{x+y}$ (千米/时)。

评析 (1)、(2)是用代数式来表示数学语句,要弄清各种数量及相互关系,抓住某些关键词的含义,如“的”、“除”、“除以”等,并注意其在运算中的区别。

(4) 平均速度应是总路程除以总时间,可设单程为 s 千米,则平均速度为 $\frac{2s}{\frac{s}{x} + \frac{s}{y}}$, 化简即可得解。

例3 选择题

(1) $4x^2 + 20xy + k^2$ 是完全平方式, 则 k 为()。

(A) $5y$; (B) $-5y$; (C) $\pm 5y$; (D) ± 5 。

(2) 下列运算正确的是()。

(A) $[(x^2)^m]^p = x^{2mp}$;

(B) $(x+y)^3[(x+y)^m]^p = (x+y)^{3mp}$;

(C) $[(a-b)^4]^3 = (a-b)^7$;

(D) $[(a+b)^m]^n \div (a+b)^n = (a+b)^m$ 。

(3) $(x^2 - 3x + k)(x - 2k) - x(x - k)(x + k)$ 展开式中不含 x 项, 则 k 为()。

(A) 0; (B) -7 ;

(C) 0 或 -7 ; (D) 一切实数。

(4) 下列各组单项式中是同类项的是()。

(A) $3x^2y$ 与 $-3xy^2$; (B) $\frac{1}{2}abc$ 与 bc ;

(C) $-5m^3n^2$ 与 $0.2n^3m^2$; (D) -0.2 与 $(\sqrt{3}-2)^0$ 。

解 (1) C; (2) A; (3) C; (4) D。

评析 (1) $4x^2 + 20xy + k^2$ 是完全平方式, 则 $k^2 = 25y^2$, $k = \pm 5y$ 。

(3) 展开式中不含 x 项, 即展开式中 x 项的系数是 0, 原式展开可得 x 项系数为 $k^2 - 7k$, 所以 k 取 0 或 -7 。

(4) -0.2 和 $(\sqrt{3} - 2)^0$ 都是常数项。

例 4 化简

$$(1) (1+x^2)^2(1+x)^2(1-x)^2;$$

$$(2) (x^2-3)(x^2-\sqrt{3}x+3)(x^2+\sqrt{3}x+3);$$

$$(3) (9a^2b^3-12a^4b^3) \div (-3a^2b) + (a^2b-b) \cdot (-3b);$$

$$(4) \text{ 已知 } A=x^3-2x^2+x-4, B=2x^3-5x-4, \text{ 求 } 3A-2B.$$

解

$$(1) \text{ 原式} = [(1+x^2)(1+x)(1-x)]^2 = (1-x^4)^2 \\ = x^8 - 2x^4 + 1;$$

$$(2) \text{ 原式} = (x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})(x^2 - \sqrt{3}x + 3)(x^2 + \sqrt{3}x + 3) \\ = [(x + \sqrt{3})(x^2 - \sqrt{3}x + 3)][(x - \sqrt{3})(x^2 + \sqrt{3}x + 3)] \\ = (x^3 + 3\sqrt{3})(x^3 - 3\sqrt{3}) \\ = x^6 - 27;$$

$$(3) \text{ 原式} = -3b^2 + 4a^2b^2 - 3a^2b^2 + 3b^2 \\ = a^2b^2;$$

$$(4) 3A - 2B = 3(x^3 - 2x^2 + x - 4) - 2(2x^3 - 5x - 4) \\ = -x^3 - 6x^2 + 13x - 4.$$

评析 整式化简计算时, 灵活运用幂的运算性质和乘法公式, 可使运算简捷, 还要注意括号。如第(2)题, 可另解为

$$\text{原式} = (x^2 - 3)[(x^2 + 3) - \sqrt{3}x][(x^2 + 3) + \sqrt{3}x] \\ = (x^2 - 3)[(x^2 + 3)^2 - (\sqrt{3}x)^2] \\ = (x^2 - 3)(x^4 + 3x + 9) \\ = x^6 - 27.$$

例 5 已知 $x+y=9, xy=14$, 求 x^2-xy+y^2 的值。

$$\begin{aligned}
 \text{解} \quad x^2 - xy + y^2 &= x^2 + y^2 - xy \\
 &= x^2 + 2xy + y^2 - 2xy - xy \\
 &= (x+y)^2 - 3xy \\
 &= 9^2 - 3 \times 14 \\
 &= 39.
 \end{aligned}$$

评析 这题关键是把 $x^2 - xy + y^2$ 化成关于 $x+y$ 和 xy 的代数式, 要善于应用乘法公式和配方法。

例 6 已知 $|5x+3| + (7xy+3x-9)^2 = 0$, 求 $3(7xy+3x-2) - 2(5x+3)^2$ 的值。

$$\begin{aligned}
 \text{解} \quad \because |5x+3| + (7xy+3x-9)^2 &= 0, \\
 \therefore \begin{cases} 5x+3=0, \\ 7xy+3x-9=0. \end{cases} \\
 \text{得 } x &= -\frac{3}{5}, y = -\frac{18}{7}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore 3(7xy+3x-2) - 2(5x+3)^2 &= 3\left[\left(-\frac{3}{5}\right)\left(-\frac{18}{7}\right) \cdot 7 + 3\left(-\frac{3}{5}\right) - 2\right] - \\
 &\quad 2\left[5\left(-\frac{3}{5}\right) + 3\right]^2 \\
 &= 21.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{另解} \quad \because |5x+3| + (7xy+3x-9)^2 &= 0, \\
 \therefore \begin{cases} 5x+3=0, \\ 7xy+3x-9=0; \end{cases} \\
 \therefore \begin{cases} 5x+3=0, \\ 7xy+3x-2=7; \end{cases} \\
 \therefore 3(7xy+3x-2) - 2(5x+3)^2 &= 3 \times 7 - 2 \times 0^2 = 21.
 \end{aligned}$$

评析 正数和零统称非负数。常见非负数有 a^2 , $|a|$, $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$)。非负数有个性质:

如果若干个非负数的和为零, 那么每个非负数只能为零, 即若 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 为非负数, 且 $a_1 + a_2 + \dots + a_n = 0$, 则必有

$$a_1 = a_2 = \cdots = a_n = 0.$$

本题运用了上面性质,第二种解法较简捷。

例 7 已知 $a^2 + b^2 + 5 = 4a - 2b$, 求 $(a+b)^{1996}$ 值。

解 $\because a^2 + b^2 + 5 = 4a - 2b,$

$$\therefore a^2 + b^2 - 4a + 2b + 5 = 0;$$

$$\therefore a^2 - 4a + 4 + b^2 + 2b + 1 = 0;$$

$$\therefore (a-2)^2 + (b+1)^2 = 0;$$

$$\therefore a-2 = b+1 = 0;$$

$$\therefore a = 2, b = -1;$$

$$\therefore (a+b)^{1996} = (2-1)^{1996} = 1.$$

评析 这题关键是用配方法把 $a^2 + b^2 + 5 = 4a - 2b$ 化成 $(a-2)^2 + (b+1)^2 = 0$, 这是一种常用方法。

例 8 对于任意实数 x , 求证 $(4-x)(2-x)(1-x^2)$ 的值不大于 9。

分析 要证 $(4-x)(2-x)(1-x^2) \leq 9$, 则要证 $(x^2-1)(x-2)(x-4) \geq -9$ 。

顺次逆推为

$$(x+1)(x-1)(x-2)(x-4) \geq -9,$$

$$[(x+1)(x-4)][(x-1)(x-2)] \geq -9,$$

$$(x^2-3x-4)(x^2-3x+2) \geq -9,$$

$$(x^2-3x)^2 - 2(x^2-3x) - 8 \geq -9,$$

$$(x^2-3x)^2 - 2(x^2-3x) + 1 - 9 \geq -9,$$

即要证 $(x^2-3x-1)^2 \geq 0$, 这是显见的。

证明 $\because (x^2-3x-1)^2 \geq 0,$

$$\therefore (x^2-3x)^2 - 2(x^2-3x) + 1 \geq 0;$$

$$\therefore (x^2-3x)^2 - 2(x^2-3x) - 8 \geq -9;$$

$$\therefore (x^2-3x-4)(x^2-3x+2) \geq -9;$$

$$\therefore (x+1)(x-1)(x-2)(x-4) \geq -9;$$

$$\therefore (x^2-1)(x-2)(x-4) \geq -9;$$

$$\therefore (2-x)(4-x)(1-x^2) \leq 9 \quad (x \text{ 为一切实数}).$$

评析 逆推法是代数证明中的一种常用法。

例 9 已知四边形 $ABCD$ 的边长依次为 a, b, c, d , 且满足 $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 2ac + 2bd$. 求证: 四边形 $ABCD$ 是平行四边形。

$$\text{证明} \quad \because a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 2ac + 2bd,$$

$$\therefore (a^2 - 2ac + c^2) + (b^2 - 2bd + d^2) = 0,$$

$$\text{即} \quad (a-c)^2 + (b-d)^2 = 0.$$

$$\therefore a-c=b-d=0,$$

$$\therefore a=c, b=d.$$

又根据题意 a, b, c, d 是四边形 $ABCD$ 的四边, 所以四边形 $ABCD$ 是平行四边形。

【基础题典】

一、填空

$$1. a^{18} = a^8 \cdot (\quad);$$

$$2. (a-b)^2 + (\quad) = a^2 + b^2;$$

$$3. (\quad) - (5xy + 6y^2) = 7x^2 + 8xy - 9y^2;$$

$$4. (a+2b)(\quad) = a^3 + 8b^3.$$

二、写出代数式

1. 含盐 18% 的盐水 a 千克, 含纯盐_____克。

2. 矩形周长 50 厘米, 宽 x 厘米, 面积_____平方厘米。

3. 一个两位数, 个位数字 a , 十位数字是个位数字的平方, 这个两位数_____。

4. 某项工作, 甲完成需 x 天, 乙完成需 y 天, 甲乙共同完成这项工作需_____天。

三、选择题

1. 多项式 $8x - 2x^2 + 6x^3 + 2$ 减去 $3(2x^3 + x^2 + 3x - 1)$ 的差是()。

(A) 5 的倍数; (B) 奇数;

(C) 偶数; (D) 以上都不对。

2. 如果 x 是有理数, 那么()。

(A) $1-x$ 的值一定比 1 小;

(B) $1-x$ 的值一定不大于 1;

(C) $1-x^2$ 的值一定比 1 小;

(D) $1-x^2$ 的值一定不大于 1。

3. 多项式 $3x^3+ax^2+bx+42$ 能被 x^2-5x+6 整除, 那么 $a-b$ 的值()。

(A) 9; (B) -9; (C) 25; (D) -25。

4. 电视机原价 x 元, 两次降价 12% 后, 现在价格是()。

(A) $\frac{24}{100}x$; (B) $\left(\frac{24}{100}x\right)^2$;

(C) $\left(1-\frac{12}{100}\right)^2x$; (D) $x-\frac{12}{100}x$ 。

四、化简

1. $-\{-[-(a-b)]\}+\{-[-(a+b)]\}$ 。

2. $4ab-5a^5b^3c^2\div(-2a^2bc)^2$ 。

3. $(-2a)^6-(-3a^3)^2-[-(2a)^2]^3$ 。

4. $(-x+2y-3z)(x-2y+3z)$ 。

五、解答题

1. 当 $x=\frac{1}{\sqrt{5}-2}$ 时, 求 x^2-4x+1 的值。

2. 求 $[x^2+(x-1)^2](3x+2)$ 中 x^2 项的系数。

3. 已知 $\sqrt{a+2}+|ab-4|=0$, 求 $a^{101}+b^{100}$ 值。

4. 已知 a, b, c 在数轴上

位置如图 2-1, 化简 $|a-b|+$

$|b-c|+\sqrt{(c-a)^2}-$

$\sqrt{(-b)^2}+|-1-c|$ 。



图 2-1

5. 已知 $4a^2+\sqrt{a+2b}+|2b+c|-4a=-1$, 求 $\sqrt{a+b+c}$ 值。