



EXPERIMENT

大学物理实验

张昌莘 方运良 王德明 主编



科学出版社

大学物理实验

张昌莘 方运良 王德明 主编

科学出版社

北 京

内 容 简 介

全书共分4章,第1章着重介绍物理实验的误差理论和数据处理的有关内容;第2章为基础性物理实验,内容包括力学、热学、电磁学、光学的23个实验项目,并介绍了相应的物理实验中仪器的使用方法和注意事项等;第3章为综合性与近代物理实验,内容包括力学、热学、电磁学、光学和近代物理学的26个实验项目;第4章为设计性实验,内容包括力学、热学、电磁学、光学的16个实验项目。

本书中实验项目的编排和教学过程体现了逐步培养和提高学生实验技能的思想。本书可作为高等院校物理实验教材或教学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验 / 张昌莘, 方运良, 王德明主编. —北京: 科学出版社, 2016.3
ISBN 978-7-03-047214-4

I. ①大… II. ①张… ②方… ③王… III. ①物理学-实验-高等学校-教材 IV. ①04-33

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第200439号

责任编辑: 杨 凯 / 责任制作: 魏 谨
责任印制: 赵 博 / 封面设计: 杨安安

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

三河市骏杰印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2016年3月第 一 版 开本: 787×1092 1/16

2016年3月第一次印刷 印张: 22 1/2

字数: 500 000

定价: 39.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

前 言

大学物理实验课程是理工科非物理学专业的必修课程。通过本课程的学习，应使学生：

(1) 接受基本实验理论和实验操作技能的训练，养成良好的实验习惯和严谨的科学作风，具有刻苦钻研、勇于探索和创新开拓精神。

(2) 掌握基本物理量的测量原理和常用的测量方法，能合理选择仪器和正确使用实验仪器。

(3) 能正确熟练运用有效数字、误差分析和基本的数据处理方法，对实验结果进行分析和判断，写出符合要求的实验报告。

(4) 能够理论联系实际，正确地应用理论知识指导实验，提高观察实验现象和分析问题能力，加深对物理概念、物理规律及理论的理解和应用，提高实验技能，具有独立研究工作的基本能力。

为了加强学生实验技能的培养，本书在实验内容的安排上进行了改革。改变了传统的按照力学、热学、电磁学和光学、近代物理学实验内容的编排顺序，以循序渐进培养学生的实验技能为基础，将实验内容按基础性物理实验、综合性物理实验和设计性实验三个部分编写。基础性物理实验和综合性物理实验内容覆盖了力学、热学、电磁学、光学和近代物理学各部分。理工科不同专业根据本专业人才培养的要求，选择基础性物理实验、综合性物理实验和设计性实验不同的内容进行教学。

大学物理实验由张昌莘、方运良和王德明负责编写。长期担任物理实验教学工作的邓锂强、陈丽娜、梁一机、陈海波、李富全和席伟参加了本书的编写。张昌莘负责全书的策划、编写大纲和定稿。

本书在编写过程中参阅了许多兄弟院校编写的实验教材和实验仪器说明书，对有关资料作了适当地引用。本书的出版得到新世纪广东省高等教育教学改革工程项目经费的资助，作者在此一并表示感谢。

编 者

2015年11月

目 录

前 言	i
绪 论	1
第 1 章 误差理论及数据处理	5
1.1 测量与误差	5
1.2 随机误差的处理与标准偏差	8
1.3 测量不确定度及其估算	13
1.4 有效数字及运算规则	18
1.5 实验数据处理基本方法	21
1.6 Excel 处理物理实验数据的应用	28
第 2 章 基础性物理实验	39
实验 1 长度的测量	39
实验 2 流体静力称衡法测量固体和液体密度	49
实验 3 气垫导轨上滑块运动的研究	53
实验 7 液体表面张力系数的测量	73
实验 8 空气密度与气体普适常数的测量	77
实验 9 金属线膨胀系数的测量	81
实验 10 落球法测量不同温度下液体的粘度	88
实验 11 冷却法测量金属比热容	92
实验 12 惠斯登电桥测量电阻	95
实验 13 非线性元件伏安特性的测量	101
实验 14 电表的改装与校正	105
实验 15 阴极射线示波器	111
实验 16 模拟法测绘静电场	125
实验 17 霍尔效应法测量通电螺线管内部磁场	132
实验 18 薄透镜焦距的测量	139
实验 19 用牛顿环测量透镜的曲率半径	143
实验 20 用双棱镜测光波波长	150
实验 21 透镜组基点和焦距的测量	152
实验 22 分光仪的调节与使用	155
实验 23 光谱的拍摄(观测)与测量	161

第3章 综合性与近代物理实验	167
实验 24 声速的测量	167
实验 25 旋转液体综合实验	173
实验 26 空气比热容比 C_p/C_v 的测量	178
实验 27 稳态法测量不良导体的导热系数	184
实验 28 空气热机实验	188
实验 29 电位差计测量电源电动势	195
实验 30 双臂电桥测量低电阻	199
实验 31 液体电导率测量	203
实验 32 亥姆霍兹线圈的磁场测量	205
实验 33 霍尔传感器测量铁磁材料的磁滞回线和磁化曲线	209
实验 34 RLC 电路特性的研究	215
实验 35 电子在电磁场中运动规律的研究	226
实验 36 交流电桥的原理和应用	234
实验 37 压力传感器特性的研究	243
实验 38 太阳能电池特性的研究	250
实验 39 PN 结的物理特性及弱电流测量	256
实验 40 用透射光栅测量光波波长	260
实验 41 光强分布的研究	262
实验 42 迈克尔逊干涉仪的调节与使用	269
实验 43 全息照相技术	275
实验 44 基本电荷的测量	281
实验 45 超声光栅实验	288
实验 46 光电效应与普朗克常数的测定	292
实验 47 夫兰克-赫兹实验	299
实验 48 液晶的电光效应	303
实验 49 光敏传感器光电特性的研究	311
第4章 设计性实验	321
实验 50 135 照相胶片密度的测定	321
实验 51 物体在液体中的运动研究	322
实验 52 用焦利氏秤测量弹簧的有效质量	322
实验 53 用热敏电阻改装温度计	323
实验 54 小灯泡伏安特性的研究	323
实验 55 高值电阻的测量	324
实验 56 用电磁打点计时器测定电容量	325
实验 57 表头参数的测定	326
实验 58 将微安表改装成多量程电流表并进行初校	327
实验 59 用钢板尺测量激光的波长	328
实验 60 CD-R 光盘轨道密度的测定	330

实验 61	用迈克尔逊干涉仪测量透明的折射率·····	331
实验 62	用迈克尔逊干涉仪测量金属丝的杨氏模量·····	332
实验 63	用双缝干涉仪测量金属丝的杨氏模量·····	332
实验 64	光的色散研究·····	333
实验 65	分光计测反射光的偏振特性·····	334
参考文献	·····	335
附 录	·····	337

绪 论

一、物理实验课程的地位、作用和任务

在 16 世纪之前,物理学还不是一门独立的学科,是属于自然哲学的一部分。研究物理问题主要是用数学的方法。到了 16 世纪,物理学家伽利略开创性地把科学实验方法应用于物理现象的研究,并取得一系列伟大成果,物理学也随之成为一门独立的学科。通过物理实验发现物理规律,进而形成物理理论。到了 19 世纪末,在物理实验研究的基础上物理学取得巨大的成就,并推动了社会的发展。如 18 世纪由热学实验而产生的热机应用于社会生产,导致了第一次工业革命,社会生产力得到快速发展。19 世纪由电磁学实验而产生的电动机、发电机应用于社会生产,导致了第二次工业革命,社会经济得到迅猛发展。随着科学技术的发展突飞猛进,各种新技术、新发明层出不穷。新的物理实验不断地出现,如光电效应、黑体辐射、X 射线、原子光谱、 α 粒子散射实验等,对这些物理实验的研究又推动了物理学理论的发展,20 世纪初诞生了近代物理学。20 世纪以来以物理学理论和实验为基础而发展起来的多门学科和高新技术对社会的发展产生了巨大的推动作用。如原子能开发和应用、半导体技术、电子计算机、激光技术、光纤通信、我国的“神舟”系列载人飞船成功上天和嫦娥三号成功落月等一大批高新技术和科技成果与物理学理论、实验技术是密不可分的。由此可看出物理学的本质是一门实验科学,物理学的突破都依赖于物理实验的重大发现,物理实验是物理学发展动力和源泉。物理学的发展对社会的进步产生深刻的影响。

物理学理论课程和物理实验课程是物理学中既紧密联系又相互独立的两门课程。学生通过物理实验课程的学习,可以在实验室中自己动手组建测量系统,得到被测量的量值及其变化规律,从而加强了对物理概念和规律的理解与认识。

物理实验在培养学生运用实验手段观察、分析、发现、研究和解决问题,进行科学实验基本训练,提高动手能力和科学实验素养等方面都起着重要的作用。同时也为学生在今后的学习、工作奠定良好的实验基础。

物理实验课的主要任务是:

(1) 通过对实验现象的观察、分析和对物理量的测量,学习有关实验的基本知识、基本方法和基本技能,加深对物理学原理的理解。

(2) 培养学生的科学实验能力。包括能够通过阅读实验教材或资料做好实验前的准备工作,能够正确安装、调整和使用仪器,正确设计和安排实验方法、步骤,能够运用物理学原理对实验现象进行观察、分析和判断,正确记录和处理实验数据,绘制图表,撰写合格的实验报告。加深对物理学基本概念和基本规律的理解与掌握。

(3) 培养学生的探索精神、创新精神和严格、细致、实事求是、一丝不苟的科学态度, 培养与提高学生的自主学习能力和创新能力, 培养学生善于动手、乐于动手、遵守操作规程、爱护国家财产、注意安全等良好的科学习惯。

二、物理实验课的学习特点和要求

实验课与理论课在学习方法和过程上是有所区别的, 实验课的学习特点是学生在教师的指导下自己动手操作, 独立地完成实验任务。在物理实验过程中, 学生应注重以下几点:

1. 实验的物理思想

对于每一个物理实验, 不仅要重视其物理原理、实验仪器和数据处理方法等问题, 更应着重了解其物理思想, 这对于我们设计新的实验往往能提供很多启示和借鉴。例如, 在用单摆测重力加速度的实验中, 将难以直接测量的重力加速度, 转变为易于直接测量的摆动周期, 由此而间接测出重力加速度。在用三线摆测刚体的转动惯量的实验中, 也是将难以直接测量的转动惯量, 转变为易于直接测量的摆动周期, 由此而间接测出转动惯量。并且通过测量多个摆动周期, 减小随机误差对测量结果的影响。又如, 在密立根油滴实验中, 利用一个小油滴的自由下落来求出其半径, 然后再利用油滴在电场中平衡的条件测量油滴所带的电荷量, 当测量了大量的不同的电荷量之后, 通过统计分析将发现存在着最小的电荷。

2. 实验仪器

学生在实验中不仅要了解实验仪器原理和掌握正确使用方法, 而且还要了解仪器设计的独创性之所在, 以激发创新设计的兴趣。例如, 测量低电阻的双臂电桥, 其设计的创造性就在于它消除了导线电阻和接触电阻的影响, 使低电阻的测量成为可能。

由于在使用仪器时都会给测量引入误差, 因此在测量时必须考虑这种误差。在实验时通常是将其估计值作为测量不确定度的一部分去统计。也可通过采取适当的方法减小其误差的影响。使用仪器在准确度的选择上要适当, 准确度低将达不到测量的要求, 准确度过高则是浪费。

使用仪器要充分发挥它的性能, 一是要满足它的环境条件, 二是要将其调节到正常使用状态。为此, 要了解什么是正常使用状态, 怎样判断它是否达到正常使用状态。天平、电势差计、数字检流计、分光仪和迈克尔逊干涉仪等是很有代表性的仪器。

使用仪器时, 要遵守仪器的操作规程, 这是取得客观数据所必需的, 也是保护仪器所必需的。因此, 什么是仪器的操作规程, 为什么制定这样的操作规程, 对于实验者在使用仪器之前就应该明确, 否则就要查阅有关资料。

实验后, 不要立即拆散测量系统, 要对记录的数据进行初步分析, 在不需要补测数据时才可结束。实验结束时, 仪器装置要恢复到使用前的状态, 这是保护仪器的必要条件。

3. 发现问题

学生在实验中,由于某种原因而出现一些问题是常见的。出现问题的原因是多方面的,如仪器调节不到位,线路接错,参量取值不当,看错了现象,读错了数据,实验装置变动等。

实验时要边观察现象,边审查数据,边思考分析,看看是否有不正常的现象或数据,如果不假思索地埋头测量,那可能在实验结束时才发现测量出现错误了!应力求避免这种情况的出现。

4. 实验记录

做实验就要做记录,但是如何记录以及记录的价值如何,对学生来讲不一定都清楚。记录是整理实验结果以及分析问题的依据,这要求记录的是原始数据,即从仪器上读出的未经任何运算的量值。记录要清楚,便于日后自己和别人都能看懂。记录又是资料,它对日后的工作会有一定的参考价值。

记录不仅要记下实验数据,还应包括实验的环境条件、仪器的型号和编号,以及实验中遇到的问题、故障及可疑现象等一切有价值的内容。学生实验结束前应将原始记录交给指导教师审查签字后方可离开实验室。

5. 实验报告

对实验报告首先要明确,报告是工作的总结,是实验课学习足迹,是日后可供参考的资料,而不仅是供教师评定成绩的资料。因此实验报告要对实验过程和结果有分析和评价,要有自己的思考,所以实验报告是实验课学习的重要组成部分。撰写实验报告的要求是:文字通顺、简洁明了、字迹清楚、图表正确、数据完备和结论明确,并有自己的见解和思考。

实验报告的内容包括:

(1) 实验名称。

(2) 实验目的。

(3) 实验仪器与用具。列出实验中使用的仪器名称、型号、规格、编号,以及实验用具等。

(4) 实验原理。在理解实验原理的基础上做到简明扼要、图文并茂(原理图和装置示意图等),并列测量和计算所依据的主要公式,注明公式中各量的物理意义及公式的适用条件。

(5) 实验内容与步骤。概括性地写出实验进行的主要过程,特别是关键性的步骤和注意事项。

(6) 数据处理与分析。一般要求以列表形式给出完整而清晰的原始测量数据,写出数据处理的主要过程,绘制图线并进行误差分析等,完整地表示出实验结果。

(7) 实验讨论。如对物理现象、实验结论和误差来源进行分析,对实验方案提出改进建议,回答实验思考题,叙述实验体会等。

6. 做好实验前的预习

实验课前的预习是实验课的一个重要环节,认真预习将对顺利完成实验起到事半功倍的作用。

预习的内容包括:阅读实验教材或实验指导书,明确实验目的和要求,通过查找资料和学习相关知识理解实验原理,初步了解仪器的构造原理和使用方法,知道实验

的内容和基本步骤。在此基础上写预习报告。预习报告的内容主要是写实验目的、实验仪器、实验原理和实验步骤，根据实验要求绘出记录的数据表格等。如果在预习时能够发现和搜集一些问题，在实验时可以通过实验去探索解决或与教师讨论解决，收益会更大。

实验课后应对实验进行总结和评价，发现哪些问题和解决了哪些问题，有哪些收获。总之，在实验过程中一定既要动手又要动脑，使自己的实验能力一步一步地提高。

第1章 误差理论及数据处理

1.1 测量与误差

1.1.1 测量

测量是物理实验中一个重要过程。研究物理现象、了解物质特性、验证物理原理都要进行测量。测量就是将待测物理量与计量标准仪器来比较,确定待测物理量的量值和单位的过程。根据测量过程不同可以把测量分为直接测量和间接测量。

(1) 直接测量:将待测物理量与计量标准仪器进行比较直接测出被测量的物理量。例如用天平和砝码测物体的质量、温度计测温度、电流计测电路中的电流等都是属于直接测量。

(2) 间接测量:利用待测的物理量与直接测量的物理量之间的函数关系,通过一个或多个直接测量的物理量计算出待测物理量。例如通过测量长度的仪器直接测量圆柱体的直径 D 、高度 h ,用天平称出其质量 m ,再用公式 $\rho = 4m / (\pi D^2 h)$ 计算出物体的密度 ρ 。

有些物理量既可以直接测量,也可以间接测量,这主要取决于使用的仪器和测量方法。如测电阻既可用欧姆表直接测量,也可用伏安法间接测量。

根据对某一待测量进行多次测量的条件不同,把测量分为等精度测量和不等精度测量。

(1) 等精度测量:对某一物理量进行多次测量,每次测量的条件相同,即测量仪器、方法、环境和操作人员等条件都不变的测量,称为等精度测量。在等精度测量中测得一组数据 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 。尽管各次测量结果并不完全相同,但没有任何理由判断某一次测量更为精确,只能认为测量的精确程度是相同的。这样的一组数据称为测量列。

(2) 不等精度测量:对某一物理量进行多次测量,每次测量的条件不同或部分不同,即测量仪器、方法、环境和操作人员等条件每次测量都有所变化或部分条件发生变化的测量,称为不等精度测量。

由于在实验中一般无法保持测量条件完全不变,所以严格的等精度测量是不存在的。当某些条件的变化对测量结果影响不大或可以忽略时,可视这种测量为等精度测量。在物理实验中,要求对待测量进行多次测量的均指等精度测量,本课程中有关测量误差与数据处理的讨论,都是以等精度测量为前提的。

1.1.2 真值与误差

1. 真 值

待测物理量 x 的大小在一定条件下都有一个客观存在的值, 称为真值, 用 x_0 表示。由于实验仪器的精确度、实验理论的近似和实验方法及环境等一些不确定的因素, 真值是无法测量的。我们通常所说的真值主要有以下三类:

(1) 理论真值或定义真值。如三角形的三个内角之和等于 180° 等。

(2) 计量学约定真值。由国际计量大会决议约定的真值。如基本物理常数中的冰点绝对温度 $T_0 = 273.15\text{K}$, 真空中的光速 $c = 2.99792458 \times 10^8 \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ 等。

(3) 标准器的相对真值。用比被校仪器高级的标准器的量值作为相对真值。例如, 用 1.0 级、量程为 2A 的电流表测得某电路电流为 1.80A, 改用 0.1 级、量程为 2A 的电流表测量同样电流时为 1.802A, 则可将后者视为前者的相对真值。

2. 误 差

任何测量结果都有误差, 这是因为测量仪器、方法、环境及实验者等都不可能完美无缺。分析测量中可能产生的各种误差, 并尽可能消除其影响。对测量结果中不能消除的误差进行合理估计是实验的一项重要内容。

测量值 x 与真值 x_0 的差值称为误差或绝对误差, 用 Δ 表示

$$\Delta = x - x_0 \quad (1.1)$$

绝对误差的大小反映了真值落在 $(x - x_0, x + x_0)$ 范围内的可能性的大小。测量结果的准确程度与测量值的大小有关。如测量某电阻的阻值是 1000Ω , 绝对误差是 1Ω , 另一个电阻测量值是 10Ω , 绝对误差也是 1Ω , 虽然两次测量的绝对误差是相同的, 但是第一种测量结果准确程度要好于第二种测量结果。因此测量误差常用相对误差 E 表示

$$E = \frac{\Delta}{x_0} \times 100\% \quad (1.2)$$

通过对误差进行分析可以指导实验的全过程, 主要体现在以下两个方面:

(1) 为了从测量中正确认识客观规律, 必须分析误差的原因和性质, 正确地处理测量数据, 尽量消除、减少误差, 确定误差范围, 以便能在一定条件下得到接近真值的结果。

(2) 在设计一项实验时, 先对测量结果确定一个误差范围, 然后用误差分析方法指导我们合理选择测量方法、仪器和条件, 以便能在最有利的条件下, 获得较好的预期结果。

1.1.3 误差的分类

根据误差的来源和性质可分为系统误差、随机误差和过失误差三大类。

1. 系统误差

系统误差是指在多次测量同一物理量的过程中, 符号和绝对值保持不变或以某一确定的规律变化的误差。系统误差主要来源有以下几方面:

(1) 仪器的固有缺陷。如仪器刻度不准、零点位置不正确、仪器的水平或铅直未调整好、天平不等臂等。

(2) 实验理论近似性或实验方法不完善。如用伏安法测电阻没有考虑电表内阻的影响,用单摆测重力加速度时取 $\sin \theta \approx \theta$ 带来的误差等。

(3) 环境的影响或没有按规定的条件使用仪器。例如标准电池是以 20°C 时的电动势数值作为标称值的,若在 30°C 条件下使用时,如不加以修正就引入了系统误差。

(4) 实验者心理或生理特点造成的误差。如计时的滞后,习惯于斜视读数等。

系统误差不能通过多次测量来减小误差,一般应通过校准测量仪器、改进实验装置和实验方案、对测量结果进行修正等方法加以消除或尽可能减小。发现并减小系统误差通常是一项困难的任务,需要对整个实验所依据的原理、方法、仪器和步骤等可能引起误差的各种因素进行分析。在得知产生系统误差原因后,可采取相应措施去减小或消除系统误差。如在天平称衡物体的质量时可以利用在左、右两盘上各称一次的方法来消除因天平不等臂的原因所引起的系统误差。在分光仪实验中通过两个角游标的读数消除偏心误差。在惠斯登电桥测电阻中通过调换比例臂两边电阻来消除因阻值不准确相等所引起的系统误差。实验结果是否正确,往往在于系统误差是否已被发现和尽可能消除,因此对系统误差不能轻易放过。

2. 随机误差 (偶然误差)

随机误差是指在多次测量同一被测量的过程中,绝对值和符号以不可预知的方式变化着的误差。随机误差是实验中各种因素的微小变动引起的,主要有:

(1) 实验装置的变动性。如仪器精度不高、稳定性差、测量示值变动等。

(2) 观察者本人在判断和估计读数上的变动性。主要指观察者的生理分辨本领、感官灵敏程度、手的灵活程度及操作熟练程度等带来的误差。

(3) 实验条件和环境因素的变动性。如气流、温度、湿度等微小的、无规则的起伏变化,电压的波动以及杂散电磁场的不规则脉动等引起的误差。

这些因素的共同影响使测量结果围绕测量的平均值发生涨落变化,这一变化量就是各次测量的随机误差。随机误差的出现,就某一测量而言是没有规律的,当测量次数足够多时,随机误差服从统计分布规律,可以用统计学方法估算随机误差。

3. 过失误差 (粗差)

除系统误差和随机误差外,还可能发生人为读数、记录上的错误或仪器故障、操作方法不正确等引起的误差,称为过失误差。过失误差不属于正常的测量误差。可以运用异常数据剔除准则来判别和剔除。

1.1.4 仪器量程、精密度、准确度

测量要通过仪器或量具来完成,所以必须对仪器的量程、精密度、准确度等有一定的了解和认识。

(1) 量程:表示仪器所能测量的范围。如 TW-1 物理天平的最大称量(量程)是 1000g , UJ36a 电位差计的量程为 230mV 。对仪器量程的选择要适当,当被测量超过仪器的量程时会损坏仪器,这是不允许的。同时也不应一味选择大量程,因为如果仪器的量程比测量值大很多时,测量误差往往会比较大。

(2) 精密度: 表示仪器重复测量所得结果互相接近的程度。一般是指仪器所能分辨物理量的最小值, 与仪器的最小分度值一致。最小分度值越小, 仪器的精密度越高。如螺旋测微器(千分尺)的最小分度值为 0.01mm , 即其分辨率为 $0.01\text{mm}/\text{刻度}$ 或仪器的精密度为 100 刻度/ mm 。

(3) 准确度: 表示仪器本身的准确程度。一般用等级来描述。测量是以仪器为标准进行比较, 要求仪器本身要准确。由于测量目的不同, 对仪器准确程度的要求也不同。按国家规定, 电气测量指示仪表的准确度等级 α 分为 0.1 、 0.2 、 0.5 、 1.0 、 1.5 、 2.5 、 5.0 共七级, 在规定条件下使用时, 其示值 x 的最大绝对误差(示值误差)为

$$\Delta = \pm \text{量程} \times \text{准确度等级}\% \quad (1.3)$$

例如, 0.5 级电压表量程为 3V 时

$$\Delta = \pm 3 \times 0.5\% = \pm 0.015\text{V}$$

对仪器准确度的选择要适当, 在满足测量要求的前提下尽量选择准确度等级较低的仪器。当待测物理量为间接测量时, 各直接测量仪器准确度等级的选择, 应根据误差合成和误差均分原理, 视直接测量的误差对实验最终结果影响程度的大小而定, 影响小的可选择准确度等级较低的仪器, 否则应选择准确度等级较高的仪器。

1.2 随机误差的处理与标准偏差

随机误差与系统误差的来源和性质不同, 所以处理的方法也不同。

1.2.1 随机误差的处理

1. 随机误差的正态分布(高斯分布)规律

实验和理论证明, 大部分的随机误差服从正态分布规律。正态分布的曲线如图 1.1 所示。图中的横坐标表示误差 $\Delta = x_i - x_0$, 纵坐标为误差的概率密度 $f(\Delta)$ 。应用统计理论可以导出概率密度 $f(\Delta)$ 与误差 $\Delta = x_i - x_0$ 的函数关系

$$f(\Delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}} \quad (1.4)$$

式中, 特征量 σ 为

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum \Delta_i^2}{n}} (n \rightarrow \infty) \quad (1.5)$$

称为标准误差, 其中 n 为测量次数。

由图 1.1 所示的随机误差的正态分布曲线可以直接看出: 绝对值小的误差出现的概率大于绝对值大的误差出现的概率;

绝对值很大的误差出现的概率趋于零；随机误差有正、有负，绝对值相等的正误差和负误差出现的概率相等；当随机误差相加时会出现相互抵消的特点。

2. 测量结果的最佳值——算术平均值

设对某一物理量进行 n 次测量，测量值分别为 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ ，各次测量值的随机误差为 $\Delta_i = x_i - x_0$ 。将随机误差相加

$$\sum_{i=1}^n \Delta_i = \sum_{i=1}^n (x_i - x_0) = \sum_{i=1}^n x_i - nx_0$$

或

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i - x_0 \quad (1.6)$$

用 $\bar{x}$ 代表测量列的算术平均值

$$\bar{x} = \frac{1}{n} (x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1.7)$$

式 (1.7) 改写为

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta_i = \bar{x} - x_0 \quad (1.8)$$

由随机误差相加时会出现相互抵消的特点可知，随着测量次数的增加，有：

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta_i = 0 \quad (1.9)$$

即 $n \rightarrow \infty$ 时，

$$\bar{x} \rightarrow x_0 \quad (1.10)$$

由此可见，当测量次数为无限多次时，测量列的算术平均值 $\bar{x}$ 更接近真值 x_0 。因此可以通过增加测量次数减小随机误差，测量次数越多，测量列的算术平均值 $\bar{x}$ 越接近真值 x_0 。测量列的算术平均值 $\bar{x}$ 是测量结果的最佳值，也称为近真值。

3. 标准误差、置信区间、置信概率（置信度）

随机误差的大小常用标准误差表示。由概率论可知，服从正态分布的随机误差落在 $[\Delta, \Delta + d\Delta]$ 区间内的概率为

$$f(\Delta) d\Delta$$

随机误差出现在 $(-\sigma, +\sigma)$ 区间内的概率 P 就是图 1.1 中 $(-\sigma, +\sigma)$ 区间内 $f(\Delta)$ 曲线下的面积

$$P(-\sigma < \Delta < +\sigma) = \int_{-\sigma}^{+\sigma} f(\Delta) d\Delta = \int_{-\sigma}^{+\sigma} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}} d\Delta = 68.3\% \quad (1.11)$$

该积分值可由拉普拉斯积分表查得。

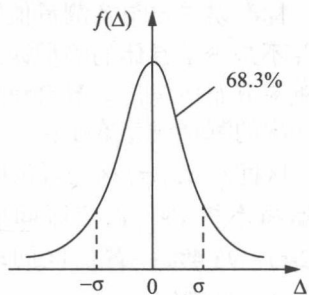


图 1.1 随机误差的正态分布

标准误差 σ 与各测量值的误差 Δ 有着完全不同的含义。 Δ 是具体的测量误差值, 而 σ 并不是一个具体的测量误差值, 它反映在相同条件下进行一组测量后, 随机误差出现的概率分布情况, 只具有统计意义, 是一个统计特征量。式 (1.11) 表明, 在测量列中任一次的测量误差落在 $(-\sigma, +\sigma)$ 区间的概率为 68.3%。

区间 $(-\sigma, +\sigma)$ 称为置信区间, 相应的概率称为置信概率。显然, 置信区间扩大, 则置信概率提高。置信区间取 $(-2\sigma, +2\sigma)$, 随机误差出现在 $(-2\sigma, +2\sigma)$ 之间的概率为 $P(2\sigma) = 95.4\%$; 置信区间取 $(-3\sigma, +3\sigma)$, 随机误差出现在 $(-3\sigma, +3\sigma)$ 之间的概率为 $P(3\sigma) = 99.7\%$ 。

定义 $\delta = 3\sigma$ 为极限误差, 表明在 1000 次测量中只有 3 次测量的误差绝对值可能会超过 3σ 。由于在一般测量中次数很少超过几十次, 因此, 可以认为测量误差超出 $(-3\sigma, +3\sigma)$ 范围的概率是很小的, 故称为极限误差。对于测量次数较多的情况, 可以把极限误差作为剔除过失误差的判定标准, 即超过 $(\bar{x} \pm 3\sigma)$ 的测量值 x_i 可以剔除掉。

图 1.2 是不同 σ 值时的 $f(\Delta)$ 曲线。 σ 值小, 曲线陡且峰值高, 说明测量值的误差集中, 小误差占优势, 各测量值的分散性小, 重复性好。反之, σ 值大, 曲线较平坦, 各测量值的分散性大, 重复性差。

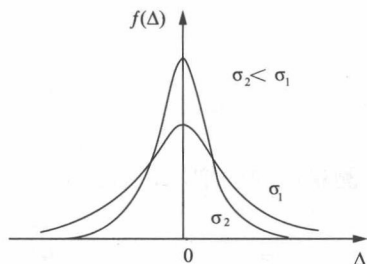


图 1.2 不同 σ 值时的概率密度曲线

4. 随机误差的估算——标准偏差

1) 有限次测量中任一次测量值的标准偏差

由于真值 x_0 是无法知道的, 因此在有限 n 次测量中, 算术平均值是测量结果的最佳值。测量值的随机误差一般用标准偏差 σ_x 表示。由误差理论可得, n 次测量中任一次测量值的标准偏差 σ_x 为

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta x_i^2}{n-1}} \quad (1.12)$$

式中, $(x_i - \bar{x})$ 是测量值与算术平均值之差, 用 Δx_i 表示, 也称为偏差或残差。

σ_x 物理意义是, 有限次测量中的任一次测量值误差落在 $-\sigma_x$ 到 $+\sigma_x$ 区间的概率 (置信概率) 为 68.3%, 这一公式称为贝塞尔公式。

根据极限误差的定义, 用标准偏差代替标准误差, 则极限误差为

$$\delta_x = 3\sigma_x \quad (1.13)$$

δ_x 的物理意义与 δ 相同。

2) 有限次测量 (测量列) 算术平均值的标准偏差

由于有限 n 次测量的算术平均值也具有随机性, 如果用 $\sigma_{\bar{x}}$ 表示算术平均值的标准偏差, 由误差理论可以证明

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta x_i^2}{n(n-1)}} \quad (1.14)$$

由式 (1.14) 可以看出, 有限 n 次测量列的算术平均值的标准偏差是任一次测量值