

经济学 数学化的代价

崔殿超◇著



经济学 数学化的代价

崔殿超◇著



黑龙江大学出版社
HEILONGJIANG UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

经济学数学化的代价 / 崔殿超著. -- 哈尔滨 : 黑龙江大学出版社, 2015.6

ISBN 978 - 7 - 81129 - 884 - 0

I. ①经… II. ①崔… III. ①经济数学 - 研究 IV.
①F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 066204 号

经济学数学化的代价

JINGJIXUE SHUXUEHUA DE DAJIA

崔殿超 著

责任编辑 刘 岩

出版发行 黑龙江大学出版社

地 址 哈尔滨市南岗区学府路 74 号

印 刷 哈尔滨市石桥印务有限公司

开 本 720 × 1000 1/16

印 张 14.5

字 数 208 千

版 次 2015 年 6 月第 1 版

印 次 2015 年 6 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978 - 7 - 81129 - 884 - 0

定 价 42.00 元

本书如有印装错误请与本社联系更换。

版权所有 侵权必究

前 言

本书的主题是批判现代经济学近乎疯狂的数学化倾向。一直以来,对经济学数学化的批评之声就没有间断过。较早的有影响的批评来自凯恩斯。马歇尔则主张谨慎地使用数学,把数学放在注释里。他们两位都是学数学出身的,马歇尔是数学教授,凯恩斯的博士论文是《概率论》,有意思的是,凯恩斯将本是数学的概率论写成了非数学,即无法用数学公式表达的概
率论,正像凯恩斯的一位朋友所说,凯恩斯只重视现实。

在现代经济学家中,一些诺贝尔经济学奖得主都表达过对数学化的不满,包括萨缪尔森、里昂惕夫、蒙代尔、弗里德曼、克鲁格曼等。萨缪尔森是经济学全面数学化的奠基者,他的博士论文提供了最优化、均衡、比较静态分析所用的数学,奠定了经济学静态分析的基础,但后来的数学化已发展到超出他能认可的程度。

金融危机过后,高度数学化的经济学模型更加声名狼藉。约翰·奎金在《僵尸经济学》一书中怒斥,金融危机正是在大稳健理论(即经济将稳步发展而不再有危机)、有效市场假说、动态随机一般均衡、来自供给经济学的财富下渗理论(对富人有利的政策会惠及每一个人)、私有化理论指导下发展起来的。其中,以动态随机一般均衡方法构建起的各种模型都没有预见
到经济危机的发生,令经济学丢尽了面子。动态一般均衡与动态随机一般均衡是20世纪80年代以后发展起来的分析方法,目前已经主导了经济学的发展方向,令宏观经济学不再关注总量而借助个体的动态最优化构建和推导模型。克鲁格曼痛批其将经济学带入了黑暗时代。

对经济学的批判大多是从方法论的角度进行的,包括各种各样的主义,如逻辑实证主义、证伪主义、科学主义、工具主义、实在论等等。在讨论经济学方法论时,这些主义似乎都有人提到过。对照一下,经济学与这些主义都有联系,但与每一种主义都不完全吻合。这种现象并不奇怪,一方面,经济学家们不遵循方法论规定的研究方法,或者说,经济学模型不是按照上述某种方法论搞出来的,这也是件好事,如他们遵循的话,对于那些他们通常谈论的大多数事情就会哑口无言,鉴于经济学家们往往夸夸其谈、言过其实,许多正规方法论显然不是其科学信仰的根据(T. 劳森,2014)。多数现代经济学家对方法论并不感兴趣,或许他们发现方法论很蹩脚,是理论研究的束缚,没有它反倒更轻松,但劳森认为:虽然主流经济学家们反复断言,“方法论”或“哲学”与经济学的进步无关,并积极贬损它,但同样的那些经济学家自己却似乎忍不住要去参加明显是关于方法论的讨论与探索活动。方法论似乎在理论上被视为无益于经济学,或被认为是使经济学分心的事,但在实践中又被认为是必不可少的或至少是不可避免的。

另一方面,上述任何一种方法论都不是完美无缺的,都不能指导经济学提供一套对现实世界有解释能力和预测能力的理论,各种主义各说各话难以统一。任何方法论都不完美可能有两个原因:一是经济学的研究对象过于庞杂,每个问题或每类问题都有与其他问题不同的地方,如同人的异质性一样,不同类型的问题使用同样的分析方法并不有效;二是经济学的很多研究对象都十分复杂,或许任何方法对它们都不有效。这是本书批判经济学数学化却又不涉猎已有方法论的一个原因。

另一个原因是,现代经济学最显著且无可争议的方法是模型化,一种非常执着甚至偏执的模型化。对此,已有一些经济学家意识到了这个问题(哈里·兰德雷斯、大卫·C. 柯南德尔,2014):现代经济学依赖于一套不同的技术工具,这些工具远远超越了边际主义者的微积分学。现代经济分析要求作品用一种数学模型来加以表述,得出引人注意的见解,并且原则上能够进行经验检验。经济学的现时代可以称为“模型化时代”。如果一种观点不能被转换成一种数学模型,那么就必须放弃它。模型化就是 T. 劳森所说的

演绎主义的解释模式,待解释事物必须从一套初始条件和边界条件加上“只要事件 x ,那么事件 y ”的形式的普遍规律中推导出来。显然,根据这个演绎主义概念,解释与预测完全是一回事。演绎主义解释模式的中心地位被认为是理所当然的,在此范围内,任何捍卫或证明其正确性的企图都是不必要的。“经济理论家”一般来说对遵循演绎主义解释模式抱有信心,特别对遵循其支持的形式化建模抱有信心。

模型化才是经济学实际使用的方法论,每个模型都是按照一套完整的模型化方法构造出来的,起码主流经济学如此。因此,它是经济学当之无愧的方法论。与之相似的是公理化,它是一些数学家如冯·诺依曼、德布鲁等人首先引入经济学的,一些经济学家如瓦里安更愿意使用公理化这个说法。

然而,鉴于经济学研究对象的规模庞大(如有上百万企业和上亿消费者的整个经济体)、各种因素相互影响,几乎任何经济学的数学模型都难以拟合现实。如T. 劳森所言,如果承认正统经济学明显不能解释真实世界的现象,那么,它的主要“罪犯”就是被称为“演绎主义”的解释模式。但是,作为致力于追求科学性的经济学来说,现实性即对现实世界的解释能力又是必不可少的,与现实不搭边的模型是很难被认可的,因此,模型化(或数学化)与现实性的冲突就成了现代经济学的核心矛盾。

既要做出数学模型来,又要其能够解释现实,是很难做到的,最后,经济理论就成了模型与现实因素一个不对称的统一体。其中模型及其严谨性居于核心地位,现实性处于次要位置,模型首先以其逻辑严谨为主要目标,现实性在模型中能保留多少就保留多少,但现实性必须保留一点,哪怕是极低的水平,如研究的问题是现实中的一个问题,一个有趣的比喻就是现实性在模型中处于做菜的佐料的水平。

本书正是抓住这一核心矛盾展开的,原因在于,经济学模型的非现实性太显眼、太突出了,按照传统方法论检视出来的问题与非现实性相比,其严重性微不足道。以传统方法论为标准检视出来的问题不过是无心之失,而模型的非现实性则是明知故犯的结果。经济学家们知道模型的非现实性,但为了个人学术影响、学术地位,不惜创造这种荒诞不经的模型。

本书的内容包括三个部分。第一部分是概括经济学数学化的过程,共两章,即第一章和第二章。

第一章是经济学的初步数学化。经济学数学化从古诺开始讲起,中间经历了边际主义和有影响的瓦尔拉斯均衡,最后是萨缪尔森给出了经济学数学化的基本方法,其中的最优化和均衡为数学模型提供了一般方法。但这个阶段的数学化显然没有完成,因为,最具影响力的一般均衡理论的逻辑论证还没有被解决。

第二章是经济学的高级化。首先是阿罗、德布鲁等人用公理化表述的一般均衡理论。该理论既是分析整个经济体的唯一理论,也为后来的经济学方法向动态化和随机化扩展奠定了基础。冯·诺依曼和摩根斯坦的预期效用函数和博弈论成了经济学新的分析工具与分析方法,拓展了经济学的分析空间和结构。在此基础上,经济学理论开始动态化和随机化,并且在各个分支学科扩展,似乎圆了经济学的动态梦和现实化的梦想。最后,本章介绍了金融学的数学化过程,金融学数学化的规模和发展速度令我们不能无视它的存在。

第二部分是经济学的模型技术。就是本书的第三章。第三章首先阐述了市场经济的不确定性本质。内在不确定性是具有实质意义的不确定性,它在现实中是主体理性行为的障碍,理论上则是经济学模型化的障碍。因此,所谓模型技术很大程度上就是排除不确定性的过程和方法。该章介绍了微观经济学、宏观经济学和不确定性模型的模型技术。

第三部分是分析经济学数学化的代价。包括第四章、第五章、第六章。

第四章是对经济学数学化的总体评估。该章首先介绍了经济学内外对数学化的不满。虽然总结了数学化为经济学带来的繁荣,但认为这是一个虚假繁荣。经济学数学化最核心的问题就是令经济学理论偏离现实,其中的一个原因就是数学的公理化方法与经济学的经验性质的冲突。该章还罗列了一大堆经济学数学化带来的具体问题。从另一个角度看,经济学偏离现实就是无法面对现实,本章谈到了对国内竞争性市场、国际市场和金融市场的直觉认识,指出经济学做不出关于这些现实市场的模型,只能虚构一个

类似甚至只是同名的市场来研究,并给出一个完美的结局——市场均衡。本章指出,模型化或数学化与现实性的冲突是经济学的核心冲突。而计量经济学对经济学偏离现实起了遮羞布的作用。

第五章分析经济学的神话色彩。经济学的神话色彩都是拜数学化所赐:为了做模型必须做非现实假定,而且是完美的假定,令经济学看上去像可望而不可即的神话,经济学最著名的神话有一般均衡神话、自由贸易神话、完美金融市场神话。动态一般均衡和动态随机一般均衡分析方法的广泛使用又将神话色彩传染给了整个经济学。

第六章分析数学化给宏观经济学带来的问题。首先,即使是初级的模型化也令宏观经济学扼杀了凯恩斯本人的理论,而凯恩斯本人的理论是非常接近现实的。后来的高级宏观经济学则完全偏离了总量分析。此外,生产函数和总供给分析也存在问题。

本书写作过程中参考了书后所列参考文献的大量观点,这些观点很有启发和借鉴意义。本书使用了很多内容,这些引用基本上都做了标示,并无侵占抄袭之意,同时,向这些作者表示感谢。书中本人的观点自当本人负责,恳请读者批评指正。

本书的写作和出版得到黑龙江大学经济与工商管理学院院长焦方义的倾力支持和帮助,在此表示诚挚的谢意。

崔殿超

2015.1.18

目 录





第四章 经济学数学化与现实化的冲突	93
第一节 数学化带来的虚假繁荣与不满	93
第二节 经济学数学化代价的总体评估	97
第三节 对现实的简化或抽象演变为虚构	108
第四节 数学模型的局限:无法面对现实的市场	112
第五节 被“模型与现实冲突”困扰的经济学	123
第六节 实证检验拯救不了经济学的科学性	125
第七节 经济学现实化的楷模:凯恩斯《通论》	129
第五章 数学化铸就了经济学的神话色彩	145
第一节 神话一:一般均衡理论	145
第二节 神话二:新古典金融理论	152
第三节 神话三:自由贸易理论	156
第四节 一般均衡方法将神话色彩传染了主流 经济学	162
第六章 宏观经济学越来越偏离现实与总量分析	170
第一节 模型化扼杀了凯恩斯理论	170
第二节 偏离了总量分析的高级宏观经济学	180
第三节 生产函数与总供给分析	193
结 语 数学化与经济学的未来发展	204
参考文献	208

第一章 经济学的初步数学化

今天的经济学包括它的分支学科几乎已完全数学化了,经济学及其分支学科的高级部分似乎就是数学模型的同义语,但是,经济学的数学化不是一蹴而就的,它经历了一个漫长的发展过程。本书首先对这一过程做一个简要的回顾和分析,而本章则主要介绍早期的初步数学化。限于篇幅,本书不可能面面俱到,但是,其中的重要人物和理论是必须涉及的,他们几乎都有划时代或原创意义。

第一节 古诺创立了数理经济学

一、古诺超越其所处时代的数学化经济理论

很早就有人尝试在经济学中使用数学,但系统地使用数学始于古诺1838年发表的名著《财富理论的数学原理的研究》,古诺因此被称为“数理经济学之父”。

除了最早系统地使用数学外,古诺对经济学数学化的贡献是提出了数学形式的厂商理论,包括垄断理论和双寡头理论。

1. 古诺的需求理论与数学方法的使用

古诺的伟大成就之一是发现了需求规律(小罗伯特·B.埃克伦德、罗伯特·F.赫伯特,2000)。古诺强调,几乎众口一词地讲道:“物品的价格与供应的数量成反比(即供给增加价格下降),与需求的数量成正比”,却从未考虑过,要做出准确的数字估值须要有统计值,而事实上,无论是供应的量还

是需求的量,都可能是缺乏的(奥古斯丹·古诺,1994)。可以认为,每一项物品的销售量或年需求量 D 是该物品的价格 P 的特殊函数 $F(P)$ 。知道了这个函数的形式,也就知道了我们称作需求规律或销售规律的东西。它显然取决于该物品的效用种类,取决于物品所提供之服务或由物品获得之享受的性质;取决于人们的风俗习惯、平均财富,以及财富据以分配的尺度。

然而,古诺指出,因为有这么多既不能点数,又不能测量的伦理原因在影响需求规律,想用一个代数式表达它,成了极不现实的想法。正好像关于死亡率的规律,任何一种需由统计学来确定的规律,都不可能用一个代数式来表达。所以,必须依靠观察这一工具,在恰当的上下限之间制作 D 与 P 的对应值表;然后再利用著名的内插法或绘制图像的过程,得出能代表该函数的经验公式或曲线;这样一种解决问题的办法,可以扩展到提供数值应用的程度。但是考虑到要使观察达到足够的数量与精度,极其困难;考虑到一个国家若未在实际上达到驻点条件,需求规律必发生进行性变动,即使实现不了上述目标,仍然可以利用一个不确定的符号,对未知的需求定律,进行解析性的研究。因为,众所周知,数学分析的一个最重要的功能,正是给那些无法指派数字值甚至代数形式的量,规定确定性的关系(奥古斯丹·古诺,1994)。古诺批评斯密、萨伊、李嘉图,在他们看来,使用符号与公式除了进行数字运算以外将无其他任何用处。他们没有看到,数学分析的目的是“发现不能够用数字来加以估计的各种量之间的关系,和其规律不能够用代数符号来表示的各种函数之间的关系”(小罗伯特·B.埃克伦德、罗伯特·F.赫伯特,2000)。

从这段论述中我们可以看到古诺的如下思想:第一,他强调了将需求问题模型化即数学化的困难,其中包括一些无法量化的因素,如风俗习惯;第二,由于这些困难,用代数表达式反映需求规律是不精确的;第三,用不代表具体数字的数学符号表示价格和需求之间的确定性关系仍然是可以的。

古诺在数学化上表现了一种谨慎的态度,他主观上仍然未丢掉现实化。在他看来,经济理论数学化不能让其脱离实际。这种态度是现代经济学家所没有的。

经济学数学化在古诺看来是有意义的。未知的函数仍然可能具有已知的性质或一般性的特点。譬如,它是无限递增或递减的,是周期的或是仅在一定的区间之内才有实数值,等等。尽管这样的资料看来多么不完备,根据这些性质的通用特点,再利用解析的符号,就可发现一些具有同等普遍意义的关系,而假如没有这些帮助,就难以有此发现。此外,未知量之间存在的确定性关系表明之后,分析就使这些未知量的数目尽量减少,而且又指导观察者进行最佳的观察,以发现这些未知量的数值。它减少了也协调了统计文献;而且它还在加深统计学家的理解的同时,减少了他们的劳动(奥古斯丹·古诺,1994)。

出于数学上的严谨,古诺讨论了需求函数的连续性。反映需求规律或市场规律的函数 $F(P)$ 是一连续函数,也就是说,它不会突然从一个值跳到另一个值,而是会遍历所有中间的值。如果消费者的数目十分有限,情况就会不同。市场越广阔,消费者的需要、资财,甚至反复无常癖好的组合,也越多变化,函数 $F(P)$ 伴随 P 的变化,就越接近于连续的形式。 P 的变化不论多么小,总会有这么几个消费者会因该物品价格的微小涨落而影响其消费,他们或者以某种方式停止消费,或者减少其制造的产出,或者以代用品替代变得昂贵了的原料。然而,上述加以阐述的原理有例外的情况,因为连续函数在其变化过程中,也可以在几个点上中断(奥古斯丹·古诺,1994)。

在上述基础上,古诺给出了需求函数

$$D = F(P) \quad (1-1)$$

其中, D 代表着一年中在全国范围或在所考虑的整个市场上卖出的量。不过,一种物品的价格却会在一年之中有相当大的变化,为了提高准确性,在 $F(P)$ 的表达式中, P 必须取年平均值,而代表函数 F 的曲线本身,也必然是一年中各不同时期该函数的所有曲线的平均曲线。但,只是在考虑数值应用时,才必需如此极端的准确性;如果研究的目的只是获得平均结果的一般表达式,不必考虑周期性的振荡,这样的准确程度就是多余的了(奥古斯丹·古诺,1994)。

由于函数 $F(P)$ 连续,代表一年内销售金额的函数 $P \cdot F(P)$ 也必定连

续。在 P 增长的过程中,函数 $F(P)$ 先增加然后又减少,所以就存在一个使该函数达到极大的 P 值,这个 P 值可由方程

$$F(P) + PF'(P) = 0 \quad (1-2)$$

来决定。这是销售函数(即总收益函数)极大化的一阶条件。

为了与极小化区分开来,极大化的二阶条件为

$$2F'(P) + PF''(P) < 0 \quad (1-3)$$

2. 古诺的厂商理论与垄断理论

在《财富理论的数学原理的研究》的第5章,古诺去分析一个矿泉的所有者的利润最大化问题,该矿泉水恰好被发现具有别人所不知的有益健康的特质。销售一升矿泉水可以换回100法郎,但是正如古诺所表明的,该垄断者将不会对他的矿泉水索取他可能索要的最高价格。相反,他将把他的价格调整到使其净收入最大化的水平上。古诺从数学上证明,在成本为零的情况下,垄断者将使其总收入最大化。假设有一个需求函数 $D = F(P)$, 此外假设需求曲线总是负斜率的(即 $dD/dP < 0$),该所有者将把 P 调整到使总收入 $P \cdot F(P)$ 有最大值的水平(小罗伯特·B.埃克伦德、罗伯特·F.赫伯特,2000)。

古诺给出的利润函数为

$$\pi(P) = P \cdot F(P) - \varphi(D) \quad (1-4)$$

其中, $\varphi(D)$ 为总成本函数,它是需求量 D 的函数,而 $D = F(P)$, 因此,厂商利润最大化的一阶条件为

$$\begin{aligned} \pi'(P) &= D + P \frac{dD}{dP} - \frac{d[\varphi(D)]}{dP} \frac{dD}{dP} = 0 \\ D + \frac{dD}{dP} \left[P - \frac{d[\varphi(D)]}{dP} \right] &= 0 \end{aligned} \quad (1-5)$$

(1-5)式就是厂商利润最大化的条件,厂商选择的不是产量而是价格,利润最大化的条件也不是边际成本等于边际收益,后来经济学对此进行修改得到了现在的厂商理论,但多数介绍古诺理论的著作都直接使用边际原则。注意,经济学在不太严谨的情况下,经常忽略极大值与最大值的区别,

但古诺用的是极大值。

出于数学上的严谨,古诺强调,上述最大化条件成立要求生产能力不会影响最大化的实现。

3. 古诺的双寡头博弈模型

古诺假设由买者决定价格,而两个卖者仅仅根据这些价格来调整产量。每一个垄断者都会估计出这种产品的总需求,并且在对手的产出不变的假设下确定自己的产出量和销售量。每个生产者都通过逐步调整产量达到一个稳定的均衡点,在均衡点上,两个垄断者最终销售相同数量的产品,价格高于竞争价格而低于垄断价格(斯坦利·L. 布鲁、兰迪·R. 格兰特, 2008)。

现在让我们假设有两个经营者和两个矿泉,两个矿泉的质量是完全相同的,由于它们的位置相近,它们为同一个市场提供矿泉水并相互竞争。在这种情形下,每个经营者的价格肯定是相同的。如果 P 是价格, $D = F(P)$ 总销售量, D_1 是矿泉 1 的销售量, D_2 是矿泉 2 的销售量,那么 $D_1 + D_2 = D$ 。忽略生产成本,两个经营者的收入分别是 PD_1 和 PD_2 ,并且他们各自独立地寻求收入尽可能最大。

两个经营者的利润分别为

$$D_1 F(D_1 + D_2), D_2 F(D_1 + D_2)$$

最大化的一阶条件分别为

$$\frac{dD_1 F(D_1 + D_2)}{dD_1} = F(D_1 + D_2) + D_1 \frac{dF(D_1 + D_2)}{dD_1} = 0 \quad (1-6)$$

$$\frac{dD_2 F(D_1 + D_2)}{dD_2} = F(D_1 + D_2) + D_2 \frac{dF(D_1 + D_2)}{dD_2} = 0 \quad (1-7)$$

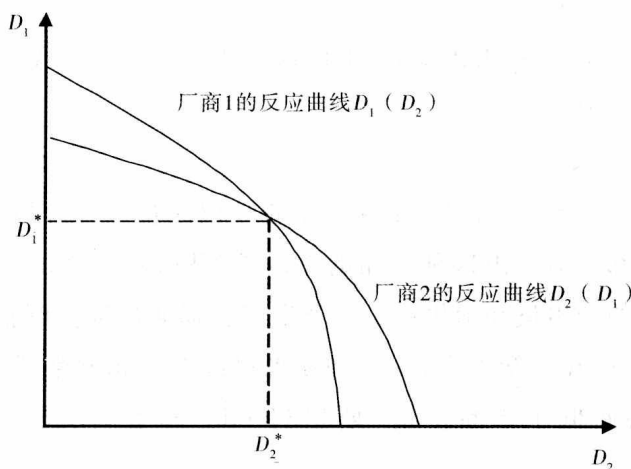


图 1-1 两厂商的博弈模型

由(1-6)、(1-7)联立成方程组,解方程组可以得到该模型的均衡解(D_1^*, D_2^*)。

从经济逻辑的角度看,该模型使用了主体间的博弈,使用了主体间行为猜测的概念。关于博弈论的概念最早为古诺所预见到,其产生直接归功于古诺,但是其理论的正式形成则要归功于 20 世纪伟大的数学家约翰·冯·诺伊曼和经济学家奥斯卡·摩根斯坦于 1944 年合作出版的著作《博弈论与经济行为》(小罗伯特·B.埃克伦德、罗伯特·F.赫伯特,2000)。

古诺关于竞争的概念也值得一提。古诺所说的无限竞争或竞争的极限就是现在的完全竞争。竞争的效果有它们的极限。当每个部分性产量 D_k 的大小,不仅对总产量 $D = F(P)$ 而且对导数 $F'(P)$ 都是微不足道的,以至可以从 $D = F(P)$ 减去部分性产量 D_k ,仍不至于使商品的价格有任何可觉察的变化。到了这时,竞争的效果就已达到了它们的极限(奥古斯丹·古诺,1994)。

古诺所在的年代尤其是其写作《财富理论的数学原理的研究》的年代还属于古典经济学的鼎盛时代,但古诺的著作已经属于新古典经济学的范畴,所以,他是超越时代的。

然而,古诺那个年代使用数学是不合时宜的,正如现在不使用数学不合

时宜一样。当时懂数学的人太少,能读懂古诺著作的人自然不多,而且,那个年代经济理论的数学化也不是必需的,因此,古诺的上述著作出版后 30 多年内一直遭受冷落,直到瓦尔拉斯、杰文斯等人的著作发表后,古诺的著作才被发现和传播。

二、边际分析的其他先驱者的贡献

如果边际分析开始于 1871 年(斯坦利·L. 布鲁、兰迪·R. 格兰特, 2008),那么,古诺等人都是其先驱者。除了古诺,还包括其他人。

1. 朱尔斯·杜普伊特的边际分析

主观边际效用和边际效用递减的思想是边沁很早以前就曾讨论过的,但是,杜普伊特是第一个对边际效用概念给予有说服力的讨论并将它与需求曲线联系起来的经济学家。由于充分地运用他的观察力与抽象力,杜普伊特早在 1844 年就能够表明,单个人(以及单个人的集体)从一种均质的物品存量中获得的效用是由该存量的最后一个单位的使用用途所决定的。这样一来,他便明确地指出了一些具体物品的存量的边际效用将随着其数量的增加而递减。从观察中杜普伊特得出了每个消费者“根据其对于同一客体可能有的消费量将获得不同的效用”这一结论(小罗伯特·B. 埃克伦德、罗伯特·F. 赫伯特,2000)。

根据边际效用递减,杜普伊特创造了需求曲线:产品价格与需求量之间是一种反向关系,需求曲线就是边际效用曲线。后来的经济学家如瓦尔拉斯批评杜普伊特没有区分边际效用曲线和需求曲线。然而,杜普伊特被认为是第一个用画图表的方式揭示价格和需求数量之间反向关系的经济学家。他也是最早强调边际效用是需求的基础的经济学家之一(斯坦利·L. 布鲁、兰迪·R. 格兰特,2008)。

借助于需求曲线,杜普伊特还发明了消费者剩余,消费者愿意支付的价格超过他们必须支付的价格的量是“消费者保留效用”,用现代的术语来说就是“消费者剩余”。杜普伊特确信,只有最后一单位的价格等于边际效用。