

国家自然科学基金面上项目资助 (11171181)

三峡大学学科建设项目资助

# 复合材料细观结构的 数学模型及其应用



宋来忠 著



科学出版社

# 复合材料细观结构的 数学模型及其应用

宋来忠 著

国家自然科学基金面上项目资助(11171181)

三峡大学学科建设项目资助

科学出版社

北京

# 版权所有,侵权必究

举报电话:010-64030229;010-64034315;13501151303

## 内 容 简 介

本书以计算机辅助几何设计(CAGD)理论为基础,讲述了具有增强颗粒复合材料的随机参数化颗粒数学模型及其在混凝土细观力学研究中的应用。

本书共10章,主要内容包括:具有大量不规则颗粒随机分布区域的二维数学模型;具有大量星形随机分布区域的二维数学模型;具有大量凸多边形随机分布区域的二维数学模型;具有大量椭圆随机分布区域的数学模型;具有大量不规则颗粒随机分布区域的三维数学模型;具有大量凸多面体随机分布区域的三维数学模型;具有大量星形随机分布区域的三维数学模型;以混凝土材料为例,进行了有限元网格划分与力学分析实验。

本书可作为水利水电、工程力学、计算数学等专业的研究生教材,也可供具有增强颗粒复合材料的研究人员参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

复合材料细观结构的数学模型及其应用/宋来忠著. —北京:科学出版社, 2015.11

ISBN 978-7-03-046145-2

I. ①复… II. ①宋… III. ①复合材料结构—数学模型—研究  
IV. ①TB33

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第255814号

责任编辑:吉正霞 张茂发 / 责任校对:董艳辉 王 晶

责任印制:高 嵘 / 封面设计:蓝 正

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

武汉市新华印刷有限责任公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

开本: B5(720×1000)

2015年11月第 一 版 印张:12 1/2

2015年11月第一次印刷 字数:237 000

定 价:48.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

# 前 言

本书所介绍的是作者及其合作者近几年来的研究成果. 主要的思想是将复合材料中的增强颗粒用参数方程表示, 得到数字化材料试件(如数字混凝土), 使之更有利于力学、热学分析等. 主要内容包括: 对不同的增强颗粒形状(多边形、多面体或称卵石形、碎石形、星形以及更加不规则形状)的参数方程表示; 具有大量增强颗粒随机分布区域的模拟; 混凝土材料的力学分析模拟等. 本书按由浅入深、循序渐进的原则编写, 为减少读者的使用困难, 还把一些关键的计算机程序附在相关章节的后面, 使本书更具实用性.

本书共 10 章. 第 1 章为绪论, 阐述具有增强颗粒复合材料数学模型的研究意义, 以混凝土为例, 总结该领域的研究概况以及研究动态. 第 2 章介绍作者引入的在几何设计和计算机图形学、几何造型、计算机动画、科学数据可视化等领域有广泛应用的基本伸缩因子. 第 3 章介绍大量不规则颗粒随机分布区域的二维数学模型, 基于椭圆, 使用基本伸缩因子进行适当的拓扑变换, 得到颗粒/孔洞、缝隙(个体)的参数化表示, 研究二维颗粒随机分布区域的随机投放算法, 创建混凝土二维参数化骨料模型并做数值试验. 第 4 章介绍大量星形随机分布区域的二维数学模型, 假设增强颗粒为星形颗粒, 给出参数方程, 直接判断点与已生成增强颗粒的位置关系、直接计算点与生成增强颗粒之间的距离, 把混凝土试件描述成“星形随机分布的区域”, 使骨料含量进一步提高, 实验表明, 如此生成的混凝土试件, 其骨料含量可以达到 75%(面积比)以上, 基本达到混凝土的实际结构. 第 5 章介绍大量凸多边形随机分布区域的二维数学模型, 考虑到有些材料的增强颗粒是人为产生的, 可以表示为多边形(二维的情形), 本章介绍凸多边形的参数化表示, 以及建立二维的混凝土参数化碎石骨料模型的方法. 第 6 章介绍大量椭球随机分布区域的数学模型, 并介绍基于伸缩因子的自由变形方法, 把在区域中随机生成的椭球作为覆盖, 对具有大量不规则颗粒随机分布区域进行模拟. 第 7 章介绍大量不规则颗粒随机分布区域的三维数学模型, 基于椭球使用基本伸缩因子进行适当的拓扑变换, 得到颗粒/孔洞、缝隙(个体)的参数化表示, 研究三维颗粒随机分布区域的随机投放算法, 创建混凝土三维参数化骨料模型并做数值试验. 第 8 章介绍大量凸多面体随机分布区域的三维数学模型, 用广义椭球的特例——八面体来代替椭球, 用八面体变形得到多面体, 使用自由曲线曲面变形技术得到多面体表面的参数方程, 然后研究大量凸多面体随机分布区域的模拟方法, 为对复合材料的物理和力学性能研究提供几何模型. 第 9 章介绍大量星形随机分布区域的三维数学模型, 对颗粒的形

状给出一定的限制,使其成为星形,直接给出空间点与这类星形颗粒位置关系的判别法则、空间点与这类星形颗粒的距离的近似计算与误差估计,使得试件创建中颗粒的影响区域缩小,使颗粒分布更加合理、密度增加,从而能创建更高颗粒含量的试件.第10章简单介绍有限元网格划分与力学分析试算,以说明所建模型的实用性.

为使内容具有系统性和完备性,本书引用了许多国内外学者的观点和研究成果,从他们的工作中作者得到许多灵感和启发,在此表示诚挚的感谢!特别需要指出的是,限于作者的知识水平和所收集文献的局限性,书中难免出现不妥,敬请读者和同行专家批评指正,希望本书的出版能起到抛砖引玉的作用,能推动本领域的研究工作.

感谢三峡大学土木与建筑学院的彭刚教授和姜袁教授夫妇!正是在他们的启发下,作者进行了本课题的研究,并在数年来进行了愉快而又卓有成效的合作.感谢三峡大学理学院、研究生院以及科学出版社对本书出版的关心和支持.

本书的研究工作得到了国家自然科学基金面上项目(11171181)的资助,在此表示感谢!

宋来忠

2015年3月

# 目 录

第 1 章 绪论	1
第 2 章 伸缩因子函数	7
2.1 一元伸缩因子函数	8
2.1.1 伸缩因子定义	8
2.1.2 一元基本伸缩因子的性质	8
2.1.3 平面参数曲线以任意点为中心的伸缩变形	9
2.1.4 以点为中心沿径向方向的伸缩变形	11
2.1.5 若干互不相交的支区间的复合变形	11
2.1.6 沿向量场的伸缩变形	12
2.1.7 简单 MATLAB 程序	13
2.2 二元伸缩因子函数	17
2.2.1 圆形区域上基本伸缩因子定义	17
2.2.2 二元基本伸缩因子的性质	17
2.2.3 参数曲面以任意点为中心的伸缩变形	19
2.2.4 参数曲面以点为中心沿径向方向的伸缩变形	23
2.2.5 参数曲面沿向量场的伸缩变形	24
2.2.6 基本 MATLAB 程序	24
第 3 章 大量不规则颗粒随机分布区域的二维数学模型	28
3.1 平面上点与椭圆的位置关系判别	28
3.2 单颗增强颗粒的参数方程	29
3.2.1 单颗卵石型颗粒的参数化描述	29
3.2.2 单颗碎石型颗粒的参数化描述	30
3.3 点到增强颗粒边界的距离	31
3.3.1 求点到骨料颗粒边界距离的搜索法	32
3.3.2 搜索法求距离的误差估计	32
3.4 几何模型的建立	33
3.4.1 二维颗粒随机分布区域的随机投放算法	33
3.4.2 混凝土二维数值模拟实例	34
3.5 二维不规则颗粒模型的 MATLAB 程序	36
3.5.1 点到增强颗粒边界的距离及误差控制程序	36

3.5.2	单个卵石型颗粒变形程序	37
3.5.3	卵石骨料颗粒试件创建程序	38
3.5.4	单颗碎石生成程序	42
3.5.5	碎石骨料颗粒试件创建程序	44
<b>第4章</b>	<b>大量星形随机分布区域的二维数学模型</b>	<b>48</b>
4.1	平面星形及其简单性质	48
4.2	一类可由(椭)圆变形形成边界的图形	50
4.2.1	以一点为中心由椭圆伸缩变形得到的星形边界	50
4.2.2	沿向量场由椭圆伸缩变形得到的星形边界	52
4.3	大量星形颗粒随机分布区域模拟的算法	53
4.4	在混凝土数值模拟中的应用	54
4.4.1	个体颗粒的生成	54
4.4.2	试件的模拟	55
<b>第5章</b>	<b>大量凸多边形随机分布区域的二维数学模型</b>	<b>58</b>
5.1	凸多边形的参数方程	58
5.2	平面上点与多边形的位置关系	59
5.2.1	有向夹角测试法	60
5.2.2	有向面积测试法	60
5.3	平面上点到多边形边界的距离	61
5.4	两凸多边形之间的距离	61
5.5	凸多边形随机分布区域的模拟算法	62
5.5.1	产生随机多边形区域的快速随机投放算法	62
5.5.2	沉降算法	63
5.6	二维凸多边形骨料混凝土试件的模拟	64
5.6.1	单颗骨料的生成控制	64
5.6.2	试件的生成控制	65
5.6.3	带有沉降算法的随机多边形区域的快速随机投放算法	66
5.6.4	考虑界面层的颗粒表示	69
5.7	凸多边形颗粒模型的 MATLAB 程序	70
5.7.1	点到线段的距离程序	70
5.7.2	菱形变碎石(凸多边形)程序	71
5.7.3	沉降程序	72
5.7.4	凸多边形骨料模型创建程序	73
<b>第6章</b>	<b>大量椭球随机分布区域的数学模型</b>	<b>78</b>
6.1	点与椭球的位置关系	78

---

6.2	空间一点到椭球面的距离	79
6.3	求点到椭圆的距离的搜索法	79
6.4	搜索法求距离误差分析	80
6.5	具有大量椭球颗粒/孔洞的随机分布区域模拟的算法	81
6.6	视骨料为椭球的混凝土试件的几何模拟	83
6.7	把随机椭球作为覆盖的不规则骨料颗粒模型	85
6.8	椭球颗粒模型的 MATLAB 程序	86
6.8.1	点到椭球的距离程序	86
6.8.2	椭球作图程序	86
6.8.3	二级配椭球骨料模型创建程序	87
<b>第 7 章</b>	<b>大量不规则颗粒随机分布区域的三维数学模型</b>	<b>91</b>
7.1	单颗颗粒的参数方程	91
7.2	空间点到颗粒的距离与误差估计	93
7.2.1	空间点到颗粒的距离	93
7.2.2	求点到颗粒距离的搜索法	93
7.2.3	搜索法求距离的误差分析	93
7.3	几何模型的创建	94
7.3.1	基于覆盖椭球的快速投放算法	94
7.3.2	混凝土数值模拟实例	96
7.4	三维不规则颗粒模型的 MATLAB 程序	97
7.4.1	单颗颗粒变形程序	97
7.4.2	点到颗粒的距离计算程序	103
7.4.3	二级配创建程序	103
<b>第 8 章</b>	<b>大量凸多面体随机分布区域的三维数学模型</b>	<b>107</b>
8.1	广义椭球的参数方程	107
8.2	基于八面体的凸多面体生成	108
8.2.1	基本方法	108
8.2.2	平移因子	110
8.2.3	变形控制	110
8.3	内外判别	111
8.4	空间点到多面体距离的计算	112
8.5	两凸多面体之间的距离	114
8.6	随机多面体分布区域的模拟算法	114
8.7	凸多面体骨料混凝土试件模拟	115



8.7.1	单个多面体骨料颗粒的生成方法 .....	115
8.7.2	具有大量多面体随机分布区域的几何模型 .....	116
8.7.3	沉降算法 .....	117
8.7.4	更高颗粒含量试件的生成方法 .....	120
8.8	多面体颗粒模型的 MATLAB 程序 .....	121
8.8.1	碎石(多面体)生成程序 .....	121
8.8.2	多面体体积计算程序 .....	125
8.8.3	点到多面体距离计算程序 .....	126
8.8.4	沉降算法程序 .....	135
8.8.5	多面体骨料模型创建程序 .....	137
<b>第 9 章</b>	<b>大量星形随机分布区域的三维数学模型</b> .....	<b>141</b>
9.1	空间星形的定义 .....	141
9.2	一类星形的参数化描述及条件 .....	142
9.3	点在星形内(外)部的判断方法 .....	143
9.4	点到星形体的距离计算的搜索算法与误差估计 .....	145
9.4.1	点到星形体的距离计算的搜索算法 .....	145
9.4.2	误差控制 .....	146
9.5	空间星形的随机分布的数值实验 .....	146
9.6	混凝土数值模拟实例 .....	147
<b>第 10 章</b>	<b>有限元网格划分与力学分析实验</b> .....	<b>149</b>
10.1	二维模型基于参数映射法的有限元网格划分 .....	149
10.1.1	二维界面的网格划分 .....	149
10.1.2	二维骨料的网格划分 .....	150
10.1.3	二维水泥砂浆单元的网格划分 .....	150
10.2	三维模型有限元网格的划分 .....	151
10.2.1	三维界面的网格划分 .....	151
10.2.2	三维骨料网格划分 .....	152
10.2.3	三维水泥砂浆单元的网格划分 .....	152
10.3	二维模型的有限元分析试算 .....	153
10.4	三维试件的有限元网格划分与加载试验 .....	156
10.4.1	使用 Ansys 基于背景网格的各相材料的网格划分 .....	156
10.4.2	使用 Abaqus 进行非线性分析 .....	159
10.5	二维随机参数化骨料模型的裂纹扩展分析 .....	165
10.5.1	骨料含量对裂纹扩展的影响 .....	168

---

10.5.2	界面厚度对裂纹扩展的影响.....	170
10.5.3	骨料分布对裂纹扩展的影响.....	173
10.5.4	骨料形状对裂纹扩展的影响.....	176
<b>参考文献</b> .....		182

# 第 1 章 绪 论

在复合材料计算中会遇到形状怪异的增强颗粒/空洞,如石子、沙子、水泥组成的混凝土材料、渗流中的空洞材料等多种多相复合材料.随着科技的进步,具有增强颗粒的复合材料以其高强度、高刚度、耐高温和防腐蚀等性质而越来越受重视,其性能计算变得越来越重要.要用多尺度有限元法计算这类材料的物理和力学参数,首要的任务是要对这些材料给出计算机仿真.而大容量高速计算机的出现,使得基于细观层次上对具有增强颗粒复合材料的计算机仿真成为可能,目前已成为科学工作者感兴趣的研究方向之一,并取得了一定的进展.

以混凝土的用量为例,混凝土材料是水利水电、桥梁、隧道、港口等工程中用量最大的建筑材料,面宽量大.据国家统计局统计公布的数据,2004 年我国水泥产量达到了 9.7 亿吨,占世界总产量的 48.5%,消耗量为 9.63 亿吨,占世界消耗量的 45%;2005 年为 10.64 亿吨,占世界总产量的 42.73%,消耗量为 10.4 亿吨,占世界消耗量的 40%;2006 年为 12.4 亿吨,占世界总产量的 47%,消耗量为 11.9 亿吨,占世界消耗量的 46%.在我国,水泥基本是国内市场消费,产量基本相当于消费量,2007 年总产量为 13.6 亿吨;2008 年总产量为 13.88 亿吨;2009 年的水泥总产量为 16.3 亿吨,混凝土的工程用量已达 68 亿吨左右,相当于全国每人每年 5 吨左右……这不能不说是一个很大的数字.

巨大的混凝土用量必将建造出大量的混凝土结构建筑,特别是混凝土高坝.在“西部大开发”和“西电东送”战略决策支持下,我们国家将要修建众多的巨型高坝与水电站工程,在方圆 2.1 万平方公里的湖北宜昌市境内,集聚着一大批世界瞩目、国内屈指可数的水电工程——三峡工程、葛洲坝水利枢纽工程、清江隔河岩工程、高坝洲水电工程等,都浇筑有巨型的混凝土高坝.但是,与混凝土工程应用繁荣兴旺的背景相比较,关于混凝土科学,尤其是混凝土结构学的研究,明显赶不上发展的需要.一些关键的科学与技术问题,仍然处于悬而未决的境地<sup>[1-5]</sup>.例如,我国是一个多地震国家,加上很大一部分混凝土结构本身就以动力荷载为主要工况,因此,绝大多数的混凝土结构都需要进行动荷载作用下的动力损伤分析与安全性评价,这也是学科发展的未来趋势<sup>[1]</sup>.

混凝土是由粗骨料、细骨料、水泥水化物、未水化水泥颗粒、孔隙及裂纹等组成的非均质多相复合材料.近代混凝土试验表明混凝土的宏观力学性能和内部的裂缝发展密切相关.为了建立混凝土细观结构各种缺陷及其特性的不均匀性与其在宏观力学特性的关系,自 20 世纪 70 年代末,从混凝土的细观结构入手,利用细

观力学的研究方法,抓住混凝土材料及其力学性质的非均匀性,结合理论与试验成果,建立数值模型,研究混凝土材料的力学性能和破坏过程,已成为国内外学者研究混凝土材料力学性能的主要研究方法之一<sup>[6-15]</sup>。

由于混凝土内部细观结构难以观测,而通过常规实验方法进行非均质材料(混凝土)强度特性的研究困难重重,人们一般选择使用数值模拟方法作为补充.运用数值模拟方法来研究混凝土的结构,首先需要建立符合实际的混凝土数字模型.从数学的角度,在细观层次,这些材料试件都可归结为具有大量不规则颗粒随机分布的区域.但在以往,一般文献大多都将颗粒/孔洞的形状表示成具有随机分布特征的长、中、短轴的椭球,或者基于这类椭球生成的凸多面体,这显然与实际颗粒/孔洞的形状差距很大,不能真实地代表混凝土的细观结构.同时,以往的骨料模型,除椭球模型外,其他模型中的增强颗粒/空洞的形状没有统一的数学表示,不仅几何模型生成速度慢,生成有限元网格模型也很困难,对进一步研究混凝土的各种力学性能有一定的影响,特别是在计算方面<sup>[16-31]</sup>。

总之,现有的数学模型与混凝土的实际结构还有较大差距,如何在数学模型的描述上缩小这些差距,而又在计算的复杂性方面可以有效控制,是目前混凝土细观力学研究中不可回避的课题之一。

混凝土细观力学数值模拟混凝土细观数值试验,具有以下优势。

(1) 不仅能直观反映混凝土细观损伤和裂缝扩展的情形,且可以通过细观参数的敏感性分析,得出各细观参数对试件极限承载能力的影响,如骨料的形状、级配、分布形式和黏结界面强度等细观参数对宏观强度的影响。

(2) 在计算模型合理和混凝土各相材料特性数据足够精确的条件下,不仅可以取代部分试验,且能够避开试验条件的客观限制和人为因素对其结果的影响。

换言之,借助能体现混凝土细观构造特性的细观有限元模型,既能进行损伤破坏的追踪模拟,又可进行宏观力学参数的考察研究.因此,数字混凝土与数值模拟实验,对于虚拟实验的基本理论与技术发展有重要的意义。

以往有关的模拟结果表明,通过调整模拟中的有关参数,对于已有结果的性能模拟可以拟合得较好,但对性能进行预测时,往往与实验结果差异较大,究其根本原因,是人们对混凝土材料细观层次的性能及不同组成(水泥石与骨料)之间的相互作用的规律掌握得不够,以致模拟的方法或者细节不够适当.要想更细致的了解这些规律,就需要在细观层次上对混凝土作细观力学分析,而在细观层次上,快速生成在统计学的意义与实际混凝土构件一致的全级配的混凝土数值试样,是首要任务,也是关键难点。

例如,人们希望开发出能反映实际大坝混凝土配合比的全级配动态试件的三维细观力学分析方法和计算程序,这就需要解决按给定配合比,对多级骨料在试件中的空间位置的随机投放技术;各类骨料、水泥砂浆基体及其两者界面的不同介质

力学特性和强度本构关系的确定以及在试件各部位的随机取值;细观力学模型的三维空间网格剖分,特别是界面层网格的细化等问题.另外,根据已有的资料,在骨料如何投放而配合比不变的基础上,强度准则、本构关系如何选择对混凝土数值模型影响更大.因此,为了讨论在配合比不变的前提下,强度准则、本构关系等的不同选择对模拟结果的影响,非常关键的是试样的几何模型以及有限元网格模型的快速生成及其可靠性的研究.实际上,对于卵石而言,如果尺寸较小,把它的形状假设为椭球是可以的,如果尺寸较大,仍把它的形状假设为椭球,与实际情况有较大出入.同样,对于碎石而言,如果尺寸较小,把它的形状假设为凸多面体是可以的,如果尺寸较大,仍把它的形状假设为凸多面体也同样不合理.不仅如此,更值得注意的是这些非参数化的骨料模型不利于有限元网格的生成.因此,对以往的数学模型需要进行改进,以使其更能接近实际情况.

尽管在以往关于混凝土的研究中,对骨料粒形状、大小的数学表述有众多方法,但用细观力学数值模拟取代部分实验任务还有很多工作要做.其中最关键的就是要改进试样的几何模型以及研究有限元网格快速生成方法与可靠性,从而得到有限元网格模型.

混凝土是一种复杂的多相非均质材料,混凝土随机骨料投放技术是混凝土材料强度计算的重要内容,混凝土的计算模型要求骨料的形状、尺寸以及分布都要同真实的混凝土在统计意义上一致.文献[1]在总结了国内外学者在细观层次上对混凝土实验研究和数值模拟的研究成果的基础上,指出混凝土细观力学数值模拟主要沿着两个方向进行:

(1) 将连续介质力学、损伤力学和计算力学相结合去分析细观尺度的变形、损伤和破坏过程,以发展较精确的细观本构关系和模拟细观破坏的物理机制;

(2) 基于对细观结构和细观本构关系的认识,将随机分析等理论方法和计算力学方法相结合去预测材料的宏观性质和本构关系,对混凝土试件的宏观响应进行计算仿真.

另外,由于进行规模较大体积的全级配大体积混凝土强度试验,既费钱费时又受设备条件的限制,且少量试验往往难以得出规律性成果.此外,即使从较多试验中能得出统计结果,但难以搞清大体积混凝土在地震荷载作用下的内部结构裂纹扩展过程,从而无法探索其静动态破坏过程的差异、动态强度增大及其静态预载影响的机理,更不能得出包括初始静态影响在内的各种工况及混凝土配合比、等级、试件尺寸、动态荷载特性等因素变化影响的一般规律.所以近年来在宏观层面上,虽然基于断裂力学或损伤力学对混凝土损伤和破坏机理的研究较多,但难以充分反映混凝土非均质材料的特点<sup>[4-8]</sup>.为此,国内外开始探索基于细观力学对混凝土内部强度破坏机理的研究,即把混凝土作为不同粒径骨料和砂浆基体及界面三种介质组成的、骨料空间位置和介质强度都随机分布的复合材料,采用力学理论对这

类复合材料的试件进行结构分析,研究其承受荷载后的破坏机理.目前一般多局限于静态的和二维的情况下断裂研究,对于三维模型主要存在以下困难:

(1) 按实际大体积混凝土级配实现骨料随机分布有很大困难.

(2) 包括黏结界面层在内的网格划分会导致难以实现的巨大计算工作量.

(3) 混凝土及其细观力学模型各组成部分的本构关系缺乏试验数据,其软化部分的试验结果更难获取.

(4) 试件破坏过程的非线性动态分析方法以及动态加载率效应的考虑方式等,都有待深入解决.

(5) 缺乏对这类细观力学分析结果的试验验证和比较.

(6) 对于全级配混凝土试件的三维动态性能分析而言,无论是各类粒径骨料在空间的随机投放,还是其有限元网格的划分,都比较困难,且其自由度数量的巨大,更是在目前普遍应用的计算设备和采用常规的串行计算方法所难以解决的.

由于在混凝土细观力学研究中,骨料的尺寸、形状和分布直接影响混凝土强度特性,Wittmann 等<sup>[6]</sup>建立了角度和边数都随机选择的多棱角无规则的骨料模型,并利用 Beddow 和 Meloy<sup>[7]</sup>的方法自动生成圆形骨料模型,其他一些国外研究成果一般都仅仅将骨料假定为圆形或球形,显然与实际骨料的形状差异太大.在二维数值混凝土研究领域,王宗敏等<sup>[23]</sup>提出的 RAS(random aggregate structure)是最为成熟的方法之一,与实际碎石骨料的形状更近了一些,但其难以描述卵石的形状,后经刘光廷,高政国<sup>[24,25]</sup>改造(加上“凸”性条件)并推广到三维.又因为骨料没有统一形式的方程表示,所以有限元网格划分也比较困难.在骨料尺寸和空间分布仿真研究中,众多的研究者均用骨料投放方式,也有 De Schutter 和 Taerwe<sup>[8]</sup>等使用了空间分割填充方法,各有优点与不足,都有改进的余地.

21 世纪上半叶,我国将在西南地区大规模兴建水电站,混凝土大坝的安全性成为人们关注的焦点.2008 年的汶川大地震,许多混凝土建筑物遭到破坏并产生二次灾害,特别有许多混凝土大坝也遭到了不同程度的破坏,更加提醒人们要关注大坝的安全性<sup>[2,3]</sup>.因此,我国学者在细观层次上对混凝土实验研究和数值模拟领域的研究非常活跃,处于世界领先水平.例如,陈厚群,马怀发,李运成,胡晓<sup>[16-21,28,29]</sup>;王宗敏,邱志章<sup>[22,23]</sup>;刘光廷,高政国<sup>[24,25]</sup>,孙国立,杜成斌,戴春霞<sup>[26]</sup>;夏晓丹等<sup>[30]</sup>,李友云,崔俊芝<sup>[31,32]</sup>;林皋,李建波,陈健云,赵娟<sup>[33-35]</sup>;宋玉普<sup>[36]</sup>以及唐安春<sup>[38]</sup>等.许多学者都取得了丰硕成果.CT 技术也被引入混凝土细观层次的研究<sup>[45,46]</sup>.

尽管国内外学者近几年来基于混凝土细观结构的力学研究,取得了很多成果,这在 *ACI Materials Journal*, *Magazine of Concrete Research*, *Journal of Materials in Civil Engineering ASCE*, *Cement and Concrete Research* 以及 *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 等期刊上有不少精彩

的文章,如 Caballero 等<sup>[15]</sup>研究了单轴拉伸下混凝土试件的三维细观结构分析;林皋,李建波,赵娟等<sup>[33-35]</sup>作了“单轴拉压状态下混凝土破坏的细观数值演化分析”“混凝土损伤演化的随机力学参数细观数值影响分析”;以及 21 世纪人们感兴趣的所谓透水混凝土研究<sup>[14]</sup>等.但是,这些文献所依据的计算模型,仍假定骨料为椭球(圆)、或基于椭球(圆)的(凸)多面体(多边形),且主要是二维情形的细观力学的分析成果,三维情形的结果很少,离人们所期望的似乎还有较大距离.正如文献[1]所指出的,用细观力学数值模拟取代部分实验任务还要做很多工作.目前,被认为有效和可行的研究途径如下:

- (1) 改进数学模型及其实现算法.
- (2) 改进计算工具、应用并行计算平台和方法.

已有许多学者据此展开了不懈地研究,如改进数学模型及其实现算法、高性能并行计算的研究<sup>[19,35,37]</sup>等.

有限元方法是应用最广泛的数值分析方法,由于大坝混凝土试件尺寸大,骨料含量高,水泥砂浆与骨料的黏结带区域很薄,一般为  $40\sim 50\ \mu\text{m}$ .为更好地反映材料的特性,黏结带区域的单元需划分得足够细密,因此结构的单元数目较多,需要求解自由度达几十万甚至上百万的方程组.特别是对于非线性动力学问题,在每个时间步,甚至在一个时间步内,还要进行迭代求解如此大规模的方程组,计算机存储量和计算速度是瓶颈问题,而高性能并行有限元计算已经成为解决大规模科学计算的最主要手段之一.陈厚群带领的团队开发了全级配混凝土三维细观有限元并行计算程序<sup>[19,37]</sup>,针对“球骨料模型”或“凸多面体骨料模型”,有效地改进了大规模的方程组计算、计算机存储量和计算速度的瓶颈问题解决方法.

值得一提的是 Carlos M. López 在 2008 年发表的长篇文章<sup>[47,48]</sup>,使用了界面元素研究混凝土的细观结构裂缝,考虑了数值模型以及拉伸、压缩、Brazilian 等试验,得到了一些新结果.但同样因为计算的复杂性,他们只研究了二维的情形,计算模型也是“凸多边形骨料模型”,且没有考虑级配.

总之,以往的这些工作中,除椭球(圆)型的颗粒/孔洞有统一的(参数)方程外,其余类型的颗粒/孔洞均没有统一的(参数)方程即使骨料(椭球)有参数方程也没有充分利用.如果骨料模型没有进行实质性改进,若要进行进一步的力学性能研究,无论怎样改进计算工具与计算平台,仍然是非常困难的.

基于上述分析,若要突破研究的“瓶颈”,应从“改进数学模型”入手.

如图 1.1~图 1.3 所示可以发现骨料的边界都是简单的闭曲线曲面,所以曲线曲面的自由变形技术可用来生成混凝土骨料/孔洞.作者在文献[51]中引入曲线的基本伸缩因子,基于伸缩因子的自由曲线曲面变形技术,文献[52]~[55]建立了二维随机参数化骨料模型,不仅能表示碎石骨料模型,也能较好地表示卵石(砾石)骨料模型,对二维的情形作了成功的尝试;分碎石骨料与卵石骨料(面积含量达 75%

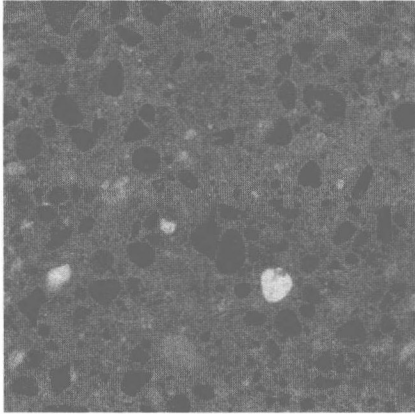


图 1.1 卵石骨料混凝土

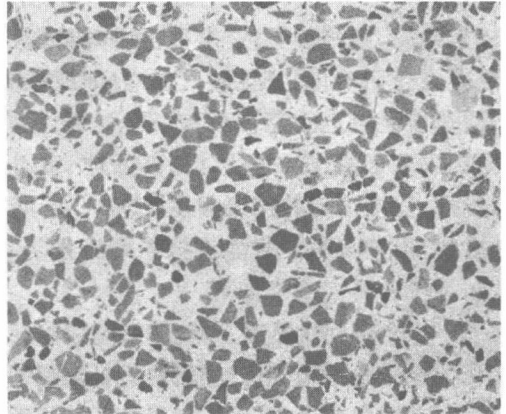


图 1.2 碎石骨料混凝土截面

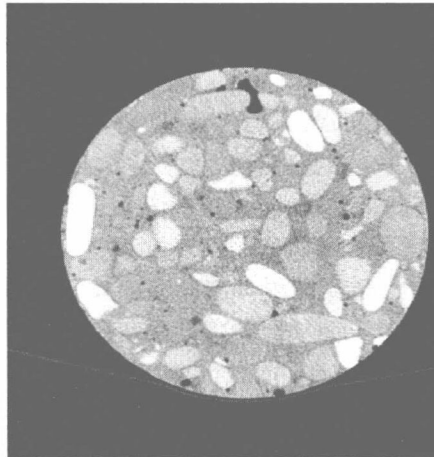


图 1.3 混凝土 CT 截片

以上),快速生成骨料和砂浆基体及界面三种介质组成的混凝土细观骨料结构,并成功实现有限元网格剖分与加载试验试算.

作者在文献[51,74—76]中引入曲面的基本伸缩因子,基于伸缩因子的自由曲线曲面变形技术,文献[59],[60]建立了混凝土等复合材料的三维随机参数化骨料的数学模型.本书全面而细致地介绍大量颗粒随机分布区域的参数化骨料数学模型及其在混凝土数值模拟中的应用.



## 第 2 章 伸缩因子函数

在几何设计和计算机图形学等领域,常常需要生成形状复杂、形态丰富多变的几何形体,变形则是有效手段,在几何造型、计算机动画、科学数据可视化等领域被广泛应用. Barr 首先提出整体与局部的变形方法<sup>[61]</sup>,该方法及其推广<sup>[62]</sup>能够进行常规变形(如弯曲、扭曲、尖角等),但要产生任意形状是很难的. Sederberg 等提出了自由变形方法(Free-form deformation, FFD)<sup>[63]</sup>,克服上述缺点,此方法及其推广<sup>[64]</sup>被广泛应用于几何造型、计算机动画、科学数据可视化等领域,但是该方法不易进行变形控制,变形难以精确达到预期效果. 继承 FFD 思想的其他变形方法中,主要有 Lazarus 等给出的轴变形(Axial Deformations, AXDF)方法<sup>[65]</sup>,冯结青等给出的曲面控制自由变形方法<sup>[66]</sup>,这些方法不同程度的改进了 FFD 方法,增强了控制灵活性. Au 和 Yuen 的 NURBS 曲线形状修改方法<sup>[67]</sup>,可使变形达到细微的效果,但是缺乏几何的直观性,用户不易理解, Sánchez-Reys<sup>[68]</sup>的形状修改技术,操作较方便,然而难以精确控制. 综观这些方法,在确定和调整变形范围、控制变形方向和变形幅度、确保变形边界处的连续性或满足指定的光滑度等方面尚存在不少困难,且都是针对 NURBS, Bézier, B-Spline 曲线,不能用于一般的参数曲线.

所谓几何形体变形,其数学本质是对其逐点施行映射,生成满足某种要求的新的几何形状. 基于映射观点,文献[69]—[73]中提出了基于伸缩因子的自由变形方法,直接对待变形对象施行映射,产生变形效果. 该方法为待变形的物体构造变形函数——伸缩函数,通过调整该函数的伸缩因子变形物体. 这种方法不借助变形辅助工具就能精确控制变形范围,可以人为地控制变形区域和未变形区域交界处的光滑程度,具有计算耗费小、控制参数少和操作简单等特点. 伸缩因子方法具有许多优点:操作简单,不需要先求曲线和曲面的微分再积分,不需要借助平行六面体或轴线等辅助工具;具有普遍性,对除隐函数表示之外的任何形式表示的曲线和曲面都适用;变形灵活,能精确控制变形范围和变形幅度,通过对参数取值的调整可以产生不同的形状;独立于曲线曲面的几何表示;数学背景简单,用户不需要很深的数学知识也可以操作. 最重要的是参数曲线曲面经变形以后仍然是参数曲线曲面,也就是说,只要待变形物体可以用参数曲线曲面表示,那么,无论变形后的物体多么怪异,它仍然有参数方程. 问题归结为对于某类待变形物体,寻找适当的伸缩因子函数,以达到理想的目标. 所以有人<sup>[73]</sup>认为,进一步的研究方向是构造更好的伸缩因子.

但是,以往国内外所有文献给出的伸缩因子函数<sup>[56-58,69-73]</sup>,都仅能在单点达