

齐民友◎著

数学与文化

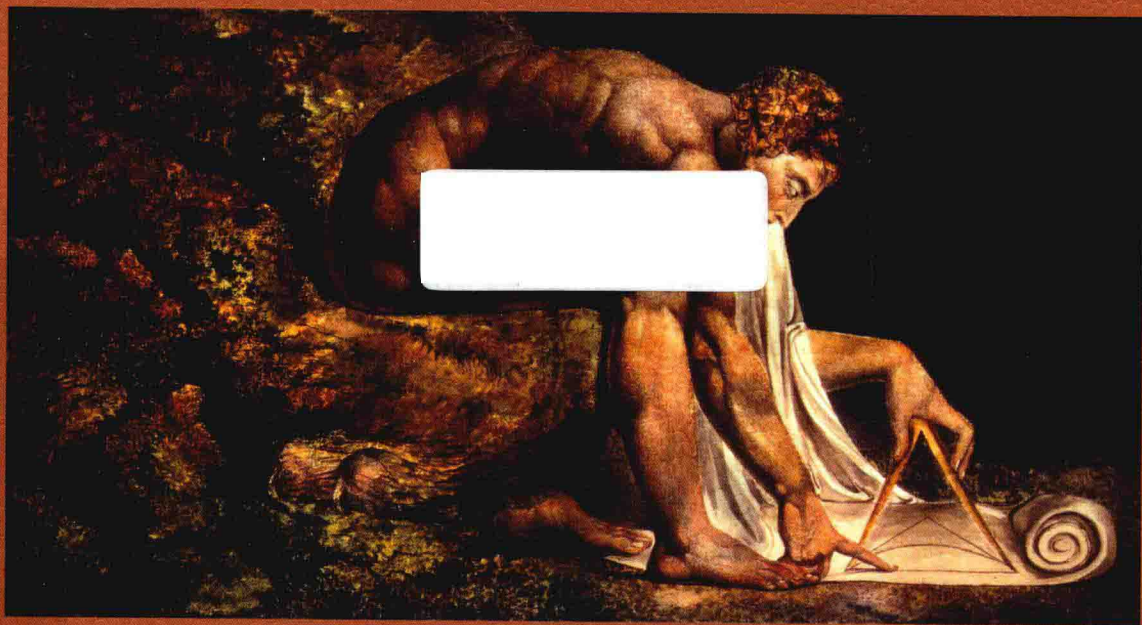


02

(珍藏版)

数学科学文化理念传播丛书(第二辑)

Mathematics and Culture



 大连理工大学出版社
Dalian University of Technology Press

齐民友◎著

数学与文化



02

(珍藏版)

数学科学文化理念传播丛书(第二辑)

Mathematics and Culture



大连理工大学出版社
Dalian University of Technology Press

图书在版编目(CIP)数据

数学与文化：珍藏版 / 齐民友著. —2版. —大连：
大连理工大学出版社，2016.1
(数学科学文化理念传播丛书)
ISBN 978-7-5685-0148-4

I. ①数… II. ①齐… III. ①数学—文化研究 IV.
①O1-05

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 233309 号

大连理工大学出版社出版

地址：大连市软件园路 80 号 邮政编码：116023

发行：0411-84708842 传真：0411-84701466 邮购：0411-84703636

E-mail: dutp@dutp.cn URL: http://www.dutp.cn

大连住友彩色印刷有限公司印刷

大连理工大学出版社发行

幅面尺寸：188mm×260mm

印张：14.25

字数：200千字

2008年7月第1版

2016年1月第2版

2016年1月第1次印刷

责任编辑：刘新彦 王 伟

责任校对：田中原

封面设计：冀贵收

ISBN 978-7-5685-0148-4

定价：39.00元



数学科学文化理念传播丛书·第二辑

编写委员会

丛书主编 丁石孙

委 员 (按姓氏笔画排序)

王 前 史树中 刘新彦

齐民友 张祖贵 张景中

张楚廷 汪 浩 孟实华

胡作玄 徐利治

写在前面*

—

20世纪80年代,钱学森同志曾在一封信中提出了一个观点,他认为数学应该与自然科学和社会科学并列,他建议称之为数学科学。当然,这里问题并不在于是用“数学”还是用“数学科学”,他认为在人类整个知识系统中,数学不应该被看成是自然科学的一个分支,而应提高到与自然科学和社会科学同等重要的地位。

我基本上同意钱学森同志的这个意见。数学不仅在自然科学的各个分支中 useful,同时在社会科学的很多分支中也有用。随着科学的飞速发展,不仅数学的应用范围日益广泛,同时数学在有些学科中的作用也愈来愈深刻。事实上,数学的重要性不只在它于科学的各个分支有着广泛而密切的联系,而且数学自身的发展水平也在影响着人们的思维方式,影响着人文科学的进步。总之,数学作为一门科学有其特殊的重要性。为了使更多人能认识到这一点,我们决定编辑出版《数学·我们·数学》这套小丛书。与数学有联系的学科非常多,有些是传统的,即那些长期以来被人们公认与数学分不开的学科,如力学、物理学以及天文学等。化学虽然在历史上用数学不多,不过它离不开数学是大家都看到的。对这些学科,我们的丛书不打算多讲,我们选择的题目较多的是那些与数学的关系虽然密切,但又不大被大家注意的学科,或者是那些直到近些年才与数学发生较为密切关系的学科。我们这套丛书并不想写成学术性的专著,而是力图让更大范

* “一”为丁石孙先生于1989年4月为《数学·我们·数学》丛书出版所写,此处略有改动;“二”为丁先生为本丛书此次出版而写。

围的读者能够读懂,并且能够从中得到新的启发.换句话说,我们希望每本书的论述是通俗的,但思想又是深刻的.这是我们的目的.

我们清楚地知道,我们追求的目标不容易达到.应该承认,我们很难做到每一本书都写得很好,更难保证书中的每个论点都是正确的.不过,我们在努力.我们恳切希望广大读者在读过我们的书后能给我们提出批评意见,甚至就某些问题展开辩论.我们相信,通过讨论与辩论,问题会变得愈来愈清楚,认识也会愈来愈明确.

二

大连理工大学出版社的同志看了《数学·我们·数学》这套丛书,认为本套丛书的立意与该社目前正在策划的《数学科学文化理念传播丛书》的主旨非常吻合,因此出版社在征得每位作者的同意之后,表示打算重新出版这套书.作者经过慎重考虑,决定除去原版中个别的部分在出版前要做文字上的修饰,并对诸如文中提到的相关人物的生卒年月等信息做必要的更新之外,其他基本保持不动.

在我们正准备重新出版的时候,我们悲痛地发现我们的合作者之一史树中同志因病于上月离开了我们.为了纪念史树中同志,我们建议在丛书中仍然保留他所做的工作.

最后,请允许我代表丛书的全体作者向大连理工大学出版社表示由衷的感谢!

丁石孙

2008年6月

再版序言

开始打主意写这本书是 1988 年,也就是 20 年前的事了.那时还没有想到这里的困难有多大.于是说了一句“豪言壮语”:通俗作品应该努力做到“通而不俗”,结果是给自己出了一个难题.因此,这本书本应重写.但是我 20 年来也不一定有多大进步,写不出什么好作品;再加上仍然有朋友想看看这本书,因此也就勉为其难地同意了.所以新版也只能是改正了一些文字性质的错误,补充了一些引文——这些年来,有不少经典之作有了中译本,例如牛顿的《原理》就有了王克迪的译本,由武汉出版社 1992 年出版.本书的引文自应作相应的核对.但因时间限制,没有在我的书上找到相应的文字,只好作罢,并向这些译者致歉.

再版时有一个新情况:许多大学为非数学专业的学生开设了数学文化课程.而且有不少同志以为对于数学专业也应该(甚至是更需要)开设类似的课程.于是教材问题就突出了.这方面,我以为 R. Courant 和 H. Robbins 的 *What is Mathematics?* (有好几个中译本,前几年,由 I. Stewart 主持还出了一个增订的新版,已由复旦大学出版社 2005 年出版)自是经典之作.还有一本书: E. Cramer, *The Nature and Progress of Modern Mathematics*, 由舒五昌等译为《大学数学》(有删节),由复旦大学出版社 1987 年出版,我以为是很有用的书.这些书至少有一个优点,即数学上可靠(R. Courant 和 H. Robbins, *What is Mathematics?* 是经典之作,自然不在话下).所以对于我们至少是值得参考.

但是想在一本书内涵盖比较广泛的数学内容,实非易事.所以,在本书初版时,作者就知难而退,把自己限制在如何认识现实空间这个问题上.但是即令如此,仍然太困难.只好自我解嘲说,能说明一个问

题也就不错了,何况这仍然是作者做不到的.因为一本书,如果谁想要做到“通”字,那是极限的理想状况,是做不到的,只能希望不要闹太大太多的笑话;而且不可避免地会有一点“俗”.但我还以为,数学书怎么说也是数学书,不能不讲数学.学生怎么说也还是希望能知道一点数学,这就需要选择必要的而又学生能接受的数学知识.所以在这里愿向读者推荐几本可以读,读了一定会对于数学作为文化有一些新知的书.因为本书讲非欧几何较多,而现在许多人又以为这不过是将近300年前的一桩公案,已经没有什么现实意义了.最多还可以联系到一点公理系统的相容性之类的问题.但我在去年翻译了一本复分析的书:T. Needham, *Visual Complex Analysis* (复分析,可视化方法), (此书英文版可以在人民邮电出版社买到,中译本大概不久后也将由该社出版).该书作者以为可以用它作为非欧几何的教材,而且提出了教学的建议.我以为这些建议是可行的;而且使我们知道,非欧几何不只是一桩笔墨官司,也不只是涉及逻辑和数学基础的问题(当然,它确实是与逻辑和数学基础密切相关的),而且更涉及人类对于空间本性的理解这些哲学和物理学问题.可能读者会以为,那本书是复变函数论的教本,对于一般读者是否太深?实际上,它的这一部分只用到复数的概念和几何表示.所以对于多数大学生(不一定是数学专业的学生)和中学教师都是容易接受的.(我甚至以为对优秀的高中生,也是部分地可以接受的.)特别是,其中有关于高斯和黎曼的思想的介绍,有关于埃尔朗根纲领的精彩解说,还有为什么不可能有三维复数的说明,使得低年级大学生就可以接触到数学作为一种文化的深刻的问题,所以是一本难得的书.

由此书的翻译又联想到一件事.要想把数学作为一种文化介绍给读者和学生,讲一些数学史是一个好方法.但是常见的数学史专书时常失于过专,与具体的数学知识有些脱节. Needham 写这本书时,常引用另一本书:J. C. Stillwell, *Mathematics and its History*.这是一本数学史著作,可是书名叫《数学及其历史》,不叫数学史,可见是想多讲一点数学的了.其中对涉及的数学知识做了深入浅出的介绍,甚至还有一些习题,大学本科(以及优秀的高中生)必不感到很难,对于开设数学文化一类课程必有帮助.此书据说高等教育出版社正在组织翻

译. 希望能满足读者的要求.

本书初版涉及哥德尔(Gödel)定理. 这个定理出现在 20 世纪 30 年代, 至今已近 80 年了. 可是它的意义越来越明显, 而且不只在数学上, 更涉及物理学与计算机科学, 所以世人对它的关心也日盛一日. 但是它又十分难懂, 硬去“介绍”又易流于空谈, 包括 R. Penrose 这样的大物理学家, 对哥德尔理论的讨论也难免行家微词. 但是, 在 21 世纪的今天, 讨论数学文化(特别是对数学专业的大学生谈数学文化)又怎能绕过哥德尔理论呢? 所以作者有一个心愿: 找一本行家认可、多数读者又能读懂的, 介绍哥德尔理论的书(前述舒五昌等翻译的书中有一点介绍), 但一直未能如愿. 有一本书: E. Nagel, J. R. Newman, *Gödel's Proof*, 第 1 版出版于 1957 年. 2001 年由 R. Hofstadter 编辑出了新版, 由 New York University Press 出版. 从书评来看, 这是一本很成功的书, 浅显易读, 好评甚多. 但也据说, 哥德尔本人对第 1 版的解说并不认可. 不知是否有出版社能注意于此?

齐民友

2008 年 6 月

序 言

开始打算写这样一本书直接的起因是 1988 年夏天的一件事。在和几位朋友谈到数学时，我提出了一个大胆的想法。一个没有现代数学的文化是注定要衰落的。朋友们都是数学同行，当然都是赞同这个说法的，而且大家都感到只看到数学对于现代科学技术的作用是远远不够的，数学对于人类文化的影响要深远得多。我们这一批老朋友通常的习惯是，只要聚集在一起，就要谈论数学遭到的冷遇及种种看不惯的事，痛心疾首，直到深夜，然后还是个人干自己的事，似乎谁也没有羡慕过别人的“效益”，到下一次在一起又再议论一番。但是一个问题一直萦绕着我，不太容易摆脱了：数学对于人类文化的影响何在？

第二年，我为武汉大学哲学系的学生讲了一点数学课，这其实也是老想法了。如果按通常的办法在微积分以后再多讲一点具体的东西，似乎对文科学生没有什么用；如果讲一点“新三论”“老三论”，说老实的，我很佩服我们的老祖宗对“数”有特殊的爱好：“四”维“八”德、“十”全大补、“九九”艳阳……谁说中国人不重视数学呢？而我对这些高论，实在大不敬得很，没有首先“忏悔”自己不懂“耗散”“突变”之为论，而是很奇怪：立论何以必“三”，不是“四论”，更不是“五论”？我想，还是讲一点实实在在的东西吧。一位朋友说，哪有一点都不需要算的数学，但是对哲学系的学生而言，更重要的是数学思想。于是我选了非欧几何这样一个题目。我想，至少同学们会知道，关于“空间是什么”，数学家提出了如此革命性的思想，远不是靠几句空话，而是做了极其艰苦的努力，积两千年穷根究底的探讨。如果同学们知道了科学上的事绝没有可以偷巧的，理科、文科统统一样，那就是积了一点阴德了。懂一点非欧几何，知道一点数学基础方面的争论，对学哲学学生的好处，当不亚于知道一点弗洛伊德或法伊尔阿本德（Feyerabend, 1924—

1994,美国哲学家)——不过我怀疑有几个人真肯念一点法伊尔阿本德的书.对这位老先生心仪久矣,却是只听楼梯响,不见人下来.中国人似乎更容易满足,听见楼梯响也就如见其人了.所以直到今年4月,我才找到他的著作的第一个中译本《自由社会中的科学》(上海译文出版社)——讲这样一门课得益最大的是我,因为他逼着我读了一点过去想读而未读的书.

这门课的讲稿就成了这本书的第一个稿子.这时我已开始感觉到数学对人类文化的影响(还需多做探讨),在于它代表了一种理性主义的探索精神.说它是理性主义的并不否认它表现了一种热情.实际上,没有一种极大的热情支持,人们怎么会倾毕生之力去研究一些时常看不见实际应用的问题呢?因为这个想法是逐渐形成的,所以写起来时而明白一些,时而又感到没有真讲清楚,虽然一再修改,终于难以满意.交稿的时间到了,我也只好把这本小书交给读者审阅,如能得到批评和教正,将来再有机会,可把问题说得清楚一点,也就不辜负朋友们和出版社的好意了.

特别要感谢老朋友康宏达.不仅因为他出了许多主意,而且因为,这里面的许多问题是我们多年来谈论的事.我要向他致歉,因为没有留下更多的时间让他严格地评论这本小书.

齐民友

1990年5月

从一无所有之中创立了一个新宇宙

——读齐民友著《数学与文化》

书有两种写法. 尽量收集有关资料, 加以排比归类, 从中总结出几个观点, 增添些自己的见解, 逐条写去, 好歹总能成书. 另一种写法是陈言务去, 尽力把自己拔高, 使“我”的观点、思想达到前所未有的高度, “身高殊不知, 四顾乃无峰”, 居高临下, 有述有议; 同时点燃起胸中炽热的火, 理智与感情俱见于笔端, 从而使读者在书的感染下也激动起来. 本书正是在四顾无峰的高度上写成的.

数学与文化, 这个题目很少有人写过, 系统的长篇论著, 本书也许是第一部, 至少在国内是如此.

一开头作者齐民友教授便提出了前无古人的观点“没有现代的数学就不会有现代的文化, 没有现代数学的文化是注定要衰落的”; “不掌握数学作为一种文化的民族也注定要衰落的”. 数学对科学技术的作用非常巨大, 这是人人皆知的事实. 然而, 作者认为, 只看到数学对科技的作用是不够的, 数学对人类文化的影响要深刻得多, 长远得多, 而这一方面恰恰并非大家都清楚.

那么, 这种影响表现在哪里呢? 就在于“数学代表了一种理性主义的探索精神”. 与艺术不同, 艺术着重感情的熏陶, 拨动人的心弦, 使人激发; 数学鼓舞人们从事理性探索, 使人深刻. 二者都给人以美, 两种不同的相互补充的美! 理性探索什么呢? 这就是“认识宇宙, 也认识自己”, 作者把这叫“永恒的主题”. 本书自始至终都是围绕这一主题而展开的, 它主要论述人类对宇宙的几何性质的探索以及对数学基础的探索.

全书共三章, 外加一“绪言”. 作者在绪言中把自己的思想叙述得清楚而简明.

第一章“理性的觉醒”。从古希腊几何学讲起,直到1899年希尔伯特《几何基础》问世.其中涉及欧几里得的《几何原本》、数学与第一次科学革命的关系以及在这次革命中矗立的四位巨人哥白尼、开普勒、伽利略和牛顿的贡献;此外,还谈到莱布尼茨、笛卡儿、斯宾诺莎、培根和霍布斯等人.在他们的影响下,人类从宗教和迷信的束缚下解放出来,理性思维伸展到各个领域.不仅天文学、物理学、哲学深受数学的影响,连美国的《独立宣言》也借用了数学中公理化的方法.

第二章“数学反思呼唤着暴风雨”.理性思维不能容忍眼中的微尘,数学家对平行公理的长时期的反思,其结果是非欧几何的发现.这是第一场暴风雨,其深远而巨大的后果在于导致相对论的诞生,在于改变人类对宇宙的认识.它也是一个重要的例证,证明“人类悟性的自由创造”有时会具有一万颗原子弹所无法比拟的强大威力.的确,如果人们只拘泥于“经验归纳”,怎么可能发现非欧几何及其后的相对论呢?遗憾的是,“悟性的自由创造”常常遭到一些幼稚无知的非议.历史证明:“悟性的创造”与“经验的归纳”是科学创造的双翼,是不可或缺的.另一场暴风雨发生在数学基础的研究中,其高潮是哥德尔定理的出现.作者详细地论述了这场暴风雨的酝酿、产生及其后的发展,它的重要意义及对计算机科学的影响.为了帮助读者对内容有确切的数学理解,书中叙述并证明了有关几何学的许多定理,这使得本书不至于成为泛泛的务虚之作.

第三章“我从一无所有之中创造了一个新宇宙”.作者把我们引回到上述那个永恒的主题,并叙述时至今日的新进展.在“认识宇宙”方面,从欧几里得、鲍耶父子、罗巴切夫斯基到高斯、黎曼,最后是爱因斯坦,终于“从一无所有之中创立了一个新宇宙”——弯曲的宇宙.请注意“一无所有”而不是用了“万吨钢材”,于是我们不能不承认这是人类理性或悟性的伟大成就.在“认识自己”方面,作者评述了各种悖论、三大主义(逻辑主义、直觉主义、形式主义)、哥德尔定理,最后归结到计算机.作者认为,计算机不仅改变了我们的生活,而且会根本上改变人类对自己的看法.数学帮助人们制造了计算机,同时也使我们懂得了它的局限性.

以上是评论者对本书主要思想的理解,未必切合作者原意.本书

的特点是思想深刻,内容广博,在主要问题上充分展开,极力驰骋,旁征博引,取材丰富,涉及世界史、哲学史、数学史(东方史似乎少些)、现代物理甚至具体到计算机的程序.从“希腊衰落”“三角形内角和小于180度”(罗氏几何)的证明到李白的文句“夫天地者,万物之逆旅……”洋洋大观,诸体皆备.作者对爱因斯坦非常尊崇,书中讲到其一段轶事:1919年对日全食的观测证实了广义相对论,一位学生问他,如果观测失败又怎么样?爱因斯坦回答说:“那我就为亲爱的上帝遗憾了,这个理论是正确的.”书中除名人轶事外,还有许多作者自己的隽言妙语,诸如在谈到通俗科普作品时说:应该做到“通而不俗”,而不是“俗而不通”.讲到一些大数学家如康托、哥德尔都患有精神病,作者说:“卓越的人时常是孤独的、悲哀的人,他们离群索居,难得人们理解……”先天精神病者甚至天才,他们也许是智力畸形者,但正因为畸形,他们才见到了常人所见不到的东西.然而,到底谁是先天精神病者,恐怕是一场新的庄周与蝴蝶之争吧!

王梓坤

2008年6月

目 录

绪 言 /4

一 理性的觉醒 /15

1.1 古希腊的几何学 /16

1.2 欧几里得的《几何原本》 /25

1.3 数学与第一次科学革命 /31

1.4 欧几里得与理性时代 /45

1.5 希尔伯特的《几何基础》 /59

二 数学反思呼唤着暴风雨 /75

2.1 绝对几何学与欧几里得几何 /76

2.2 非欧几何的发现 /86

2.3 罗巴契夫斯基几何内容的简单介绍 /103

2.4 数学——人类悟性的自由创造物? /112

2.5 罗氏几何的相容性 /125

2.6 关于数学基础 /132

2.7 数学的“失乐园”——哥德尔定理意味着什么? /143

三 “我从一无所有之中创造了一个新宇宙” /153

3.1 弯曲的宇宙 /154

3.2 相对论——牛顿时空的终结 /169

3.3 无尽的探索 /190

结束语 /204

人名中外文对照表 /207

绪 言



一种没有相当发达的数学的文化是注定要衰落的,一个不将数学作为一种文化的民族也是注定要衰落的.我手边是《爱因斯坦文集》第一卷,是商务印书馆 1976 年出版的.翻开第一篇是他的“自述”(1946):“我已经 67 岁了,坐在这里,为的是要写点类似自己的讣告那样的东西.”这篇文章多次吸引过我,而在动手写《数学与文化》时,对它的回忆又浮上我的心头.他说:

“当我还是一个相当早熟的少年的时候,我就已经深切地意识到,大多数人终生无休止地追逐的那些希望和努力是毫无价值的,而且,我不久就发现了这种追逐的残酷,这在当年较之今天更加精心地用伪善和漂亮的字句掩饰着的.每个人只是因为有个胃,就注定要参与这种追逐.而且,由于参与这种追逐,他的胃是有可能得到满足的;但是一个有思想、有感情的人却不能由此而得到满足.”

就是说人除了物质生活的需要外,还有精神生活的需要.举例来说,为了满足自己的胃,在爱因斯坦生活的那个世界里,人们不得不追逐、竞争;被剥削是痛苦的,剥削人是残酷的.正因为如此,有思想、有感情的人不得不思索着人类的未来.在没有剥削的社会里,如果只看到人的物质需要,忘记了人是有思想、有感情的,则人的需要就变成单纯生物性的需要,这是很可怕的.讨论文化问题,固然可以列举文化的各个部门:科学、文学、艺术、政治、宗教、伦理……请注意,数学也是文化的一部分,我们可以讨论数学对其他文化部门的影响,但是在我看来更根本的是去思索一下人类的精神生活以及数学对它的影响.我愿

这样来看待文化问题。

满足人的精神生活需要有许多方面：有宗教，这是我们中国人不太熟悉的。我们这个民族及其文化可能是宗教色彩最淡薄的。撇开这一点，人的精神生活还有理性的与感性的两个方面。对后一领域，不妨谈到音乐。曾有人说，数学是理性的音乐，音乐是感性的数学。爱因斯坦一生热爱音乐，他就说过：“音乐和物理学领域中的研究工作在起源上是不同的，可是被共同的目标联系着，就是对表达未知的东西的企求……这个世界可以由音乐的音符组成，也可以由数学的公式组成。我们试图创造合理的世界图像，使我们在那里就像感到在家里一样，并且可以获得我们在日常生活中不能达到的安定。”^①绝大多数人从事于数学是基于人类物质生活上的需要，但是在这一过程中确实也使人产生一种精神上的需要：理性生活的需要。人类的这种理性生活的需要是什么样的呢？爱因斯坦在“自述”中继续写道：

“在我们之外有一个巨大的世界，它离开我们而独立存在，它在我们面前就像一个伟大而永恒的谜，然而至少部分地是我们的观察和思维所能及的。对这个世界的凝视深思，就像得到解放一样吸引着我们，而且我不久就注意到，许多我所尊敬和钦佩的人，在专心从事这项事业中，找到了内心的自由和安宁。在向我们提供的一切可能范围里，从思想上掌握这个在个人以外的世界，总是作为一个最高目标而有意无意地浮现在我的心目中。有类似想法的古今人物，以及他们已经达到的真知灼见，都是我的不可失去的朋友。通向这个天堂的道路，并不像通向宗教天堂的道路那样舒坦和诱人；但是，它已证明是可以信赖的，而且我从来没有为选择了这条路而后悔过。”

作为一个划时代的大科学家，他的自述当然会引起我的敬仰和或更多的共鸣，特别是他提到的“得到解放”是什么意思呢？应该认真想一想。但是首先必须回答一个问题：这仅仅是少数最杰出的人的精神生活还是整个人类精神生活的一个侧面？我作中学生的時候，曾看

^① 引自“论科学”，《爱因斯坦文集》，第一卷，284-286页。