

基础性、拓展性通识课程系列教材

顾问 ◎ 刘沛林 总主编 ◎ 张登玉 副总主编 ◎ 罗文 刘余香

电磁学与电动力学

主 编 ◎ 游开明 朱善华 王友文




华东师范大学出版社

基础性、拓展性通识课程系列教材

顾问◎刘沛林 总主编◎张登玉 副总主编◎罗文 刘余香

电磁学与电动力学

主 编◎游开明 朱善华 王友文

 华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

电磁学与电动力学 / 游开明, 朱善华, 王友文主编.
—上海: 华东师范大学出版社, 2015. 11
ISBN 978 - 7 - 5675 - 4219 - 8

I. ①电... II. ①游... ②朱... ③王... III. ①电磁学—高等学校—教材②电动力学—高等学校—教材 IV. ①O44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 271101 号

电磁学与电动力学

主 编 游开明 朱善华 王友文
项目编辑 姚 望
审读编辑 李 帆
装帧设计 孔薇薇

出版发行 华东师范大学出版社
社 址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062
网 址 www.ecnupress.com.cn
电 话 021 - 60821666 行政传真 021 - 62572105
客服电话 021 - 62865537 门市(邮购)电话 021 - 62869887
地 址 上海市中山北路 3663 号华东师范大学校内先锋路口
网 店 <http://hdsdcbs.tmall.com/>

印 刷 者 当纳利(上海)信息技术有限公司
开 本 787×1092 16 开
印 张 26.5
字 数 596 千字
版 次 2015 年 11 月第 1 版
印 次 2015 年 11 月第 1 次
书 号 ISBN 978 - 7 - 5675 - 4219 - 8 / G · 8730
定 价 47.70 元

出 版 人 王 焰

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社客服中心调换或电话 021 - 62865537 联系)

前 言

20世纪50年代以来,物理本科专业的专业课程体系一直以普通物理和理论物理两个板块为基本框架。课程门数多,内容重复,所占课时过多,需要以它们为基础的现代科技有关课程没办法开,也没时间开,实验实训的时间也很紧张。面对世界高新科技的迅猛发展,为推进物理专业课程整体现代化改革的进行,有利于21世纪创新人才的培养,我们从2000年开始进行物理本科专业的专业基础理论课程的综合改革,探索打破五十年一贯制的旧格局,尝试将普通物理和相应的理论物理综合成一门课程,教学融合,发现教学效果很好。在多年综合课程教学实践经验的基础上,在教育部、财政部第四批高等学校特色专业(物理学)建设点(2009年,项目编号:TS11635)资金资助下,我们编写了符合教育部物理学、应用物理、核物理三个专业大纲的系列综合教材:《力学与理论力学》、《电磁学与电动力学》、《热学与统计物理学》、《量子物理学》,为进一步推广物理专业综合课程的教学提供方便。

本教材包含了上述三个物理专业符合教育部大纲的电磁学与电动力学的全部内容,其中包括:真空中的静电场、有物质存在时的静电场、稳恒电流、真空中的稳恒磁场、有物质存在时的稳恒磁场、电磁感应与暂态过程、交流电、电磁场的基本规律、电磁波的传播、电磁波的辐射与激发、狭义相对论电动力学简介、带电粒子和电磁场的相互作用,它们分别安排在第1到第12章。

教材中把普通物理的“电磁学”与理论物理的“电动力学”有机地融合在一起,使内容做到了循序渐进,避免了重复。如在第1章真空中的静电场中,加入了电动力学中的静电场的散度和旋度,将静电场的高斯定理和环路定理用微分形式表示出来,进一步说明静电场的有源无旋性。对于第2章,在讨论有物质存在时静电场的基本规律中,介绍了梯度概念,把场强用电势的梯度表示,结合高斯定理的微分形式,得出标量场的微分方程,即泊松方程。接着用电动力学里的唯一性定理、分离变量法、镜像法、

格林函数和电多极矩等方法求解泊松方程,并分析结果,从理论上进一步认识静电场。在第4章中增加了真空中的稳恒磁场的散度和旋度,并将其中的高斯定理和安培环路定理用微分形式表示出来。第5章在讨论了有物质存在时稳恒磁场的基本规律后,引入电动力学中稳恒磁场的矢势和磁标势,并分别建立它们的微分方程,并讨论它们的解法。第8章由静电场和静磁场过渡到时变电磁场,讨论电磁场的基本规律,由实验定律上升到理论,把电磁学与电动力学联系起来,此后几章内容纯属电动力学内容。这样处理教材,再也不会像一般电动力学教材那样首先要花较大的篇幅来回顾电磁学的内容。

在该教材的编写方法上,我们力求“以实验为向导,以问题为中心,从实验规律上升到理论,由理论上的结果进一步认识事物本质”,即首先以实验现象提出问题,根据这些问题探索实验规律,得出电磁学对它们的描写,然后用电动力学理论方法解出某些问题的结果,用此结果来讨论该问题的本质,做到对同一个问题从两个方面来认识,以便更好地加深学生对它的印像和理解。另一方面,对理论结果,我们尽可能多地用计算机定量作图,再根据该图讨论其特性,为学生毕业论文打下一定的基础。所以,该综合教材会给学生带来不少的好处。

本书在集体讨论基础上由朱善华编写出教材大纲。游开明负责全书的统稿,并编写第1、2、3、6、8章及附录,朱善华编写第9、10、11、12章,王友文编写第4、5、7章。在编写过程中得到了不少师生的帮助和支持,在此对他们及参考文献中的编者一并表示衷心的感谢。

由于编写时间仓促,限于我们的水平,书中一定存在不少缺点、遗漏及错误,恳请读者不吝指正。

编者

2015年8月

目录

第 1 章 真空中的静电场	1
1.1 基本电现象概述	1
1.2 库仑定律 叠加原理	2
1.3 静电场	4
1.4 静电场的散度	10
1.5 静电场的旋度	19
1.6 静电能	28
第 2 章 有介质存在时的静电场	37
2.1 静电场中的导体	37
2.2 电容器 电容	45
2.3 静电场中的电介质	48
2.4 有介质存在时静电场的基本定理	54
2.5 带电体系的静电能	57
2.6 静电场的标势及其微分方程	61
2.7 唯一性定理	64
2.8 泊松方程的解	68
2.9 电多极矩	86
第 3 章 稳恒电流	102
3.1 电流 稳恒电场	102
3.2 欧姆定律 焦耳定律	105
3.3 电源和电动势	109
3.4 基尔霍夫方程组	113
第 4 章 真空中的稳恒磁场	124
4.1 基本磁现象概述	124
4.2 磁感应强度 稳恒磁场	124
4.3 毕奥-萨伐尔定律	125
4.4 磁场的高斯定理	128
4.5 安培环路定理	130
4.6 带电粒子在磁场中的运动	137
4.7 闭合电流的磁矩	139

第 5 章 有物质存在时的稳恒磁场	148
5.1 物质的磁化与磁化强度	148
5.2 磁介质存在时稳恒磁场的基本规律	149
5.3 顺磁性与抗磁性	155
5.4 铁磁性与铁磁质	157
5.5 磁荷法	160
5.6 磁路及磁路定律	164
5.7 稳恒磁场的矢势及其微分方程	168
5.8 磁标势	172
5.9 磁多极矩	177
第 6 章 电磁感应与暂态过程	187
6.1 法拉第定律 楞次定律	187
6.2 动生电动势 感生电动势 感生电场	193
6.3 自感与互感	201
6.4 涡电流与趋肤效应	205
6.5 RL 电路暂态过程	207
6.6 RC 电路暂态过程	210
6.7 RLC 电路暂态过程	212
6.8 谐振现象	216
6.9 磁能	217
第 7 章 交流电	227
7.1 交流电	227
7.2 三种理想元件的电压与电流的关系	229
7.3 复数法和矢量法 复阻抗	233
7.4 交流电路定律的复数形式	241
7.5 功率和功率因数	244
7.6 变压器	248
第 8 章 电磁场的基本规律	256
8.1 麦克斯韦方程组	256
8.2 洛伦兹力公式	261

8.3	电磁场边值关系	261
8.4	电磁场能量和能流	265
第9章	电磁波的传播	273
9.1	平面电磁波	273
9.2	电磁波在介质界面上的反射和折射	279
9.3	有导体存在时电磁波的传播	284
9.4	谐振腔	291
9.5	波导	294
第10章	电磁波的辐射与激发	301
10.1	电磁场的矢势和标势	301
10.2	推迟势	305
10.3	电偶极辐射	309
10.4	磁偶极辐射和电四极辐射	315
10.5	天线辐射	319
10.6	电磁波的衍射	323
10.7	电磁场的动量	327
第11章	狭义相对论电动力学简介	334
11.1	狭义相对论简介	334
11.2	狭义相对论下的麦克斯韦方程组	347
11.3	相对论力学	354
11.4	电磁场中带电粒子拉格朗日量和哈密顿量	361
第12章	带电粒子和电磁场的相互作用	369
12.1	运动带电粒子的势和辐射电磁场	369
12.2	高速运动带电粒子的辐射电磁场	374
12.3	切连科夫辐射	378
12.4	带电粒子的电磁场对粒子本身的反作用	382
12.5	电磁波的散射和吸收 介质的色散	388
12.6	经典动力学的局限性	393

附录 I	矢量分析	396
附录 II	轴对称情形下拉普拉斯方程的通解	404
附录 III	国际单位制和高斯单位制及主要公式对照表	406
主要参考文献		413

第1章 真空中的静电场

1.1 基本电现象概述

1.1.1 摩擦起电

早在 2 500 多年前,人们发现用毛皮摩擦过的琥珀能够吸引如羽毛和毛发等轻小物体,后来进一步的实验发现,用毛皮或丝绸摩擦过的玻璃、云母、硬橡胶、硫磺等棒状物体也都能吸引轻小物体,如图 1.1.1 所示。物体的这种吸引小物体的性质,我们就说物体带了电,或者说物体上带有了电荷,这种带有电荷的物体称为带电体。使物体带电叫起电,用摩擦的方法使物体带电叫摩擦起电。

大量实验表明,自然界只有两种电荷:正电荷和负电荷。1747年,美国科学家富兰克林(B. Franklin)提出,用丝绸摩擦过的玻璃棒所带的电荷叫正电荷,用毛皮摩擦过的橡胶棒所带的电荷叫负电荷。而且,同种电荷相互排斥,异种电荷相互吸引。



图 1.1.1 摩擦起电

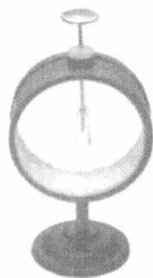


图 1.1.2 验电器

验电器就是利用同性电荷相互排斥的现象制成的。如图 1.1.2 所示,每个验电器上都有两块可以自由张开的金属箔片,当把验电器拿去检验某物体带不带电和所带电荷的多少时,可以让物体接触或靠近验电器顶端,如果物体不带电,则没有电荷传到金属箔片上,两金属箔片的夹角为零。当物体带电时,便有电荷传到验电器的金属箔片上,两片金属箔片上就带上了同种电荷,便会产生相互排斥的力,从而使两金属箔片张开。物体所带的电荷越多,传到金属箔片上的电荷也就越多,排斥力也就越大,金属箔片张开的角度也就越大。物体所带电荷数量的多少叫电量。

电荷从验电器顶端传到金属箔片上靠的是它们之间的允许电荷流动的金属杆,这类允许电荷流动的物体叫导体,不允许电荷流动的物体叫绝缘体或电介质,导电性能介于导体和绝缘体之间的物体叫半导体。

1.1.2 静电感应

静电感应也可以用来使物体带电。这可以用验电器来演示,如图 1.1.3 所示。开始时验电器不带电,当把带正电荷的物体靠近验电器的顶端时,将会使验电器内的电荷重新

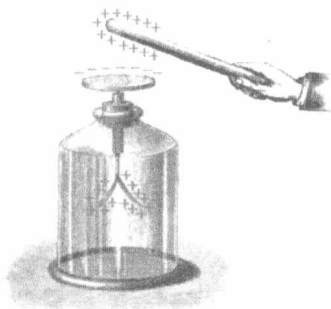


图 1.1.3 验电器静电感应

分布,使顶端带有与物体相反的负电荷,而金属箔片则带有与物体相同的正电荷,它们将会互相排斥而分开。这种使物体电荷重新分布的现象叫**静电感应**。这时如果用手指接触验电器的顶端,则电荷将因带电物体的吸引而从大地流入验电器的顶端,验电器就带上了与带电物体相反的电荷。如果这时候把手指移开,则流入验电器内的电荷将不能逃脱,这样验电器便带有电荷。因此,即使现在把带电物体移开,两个金属箔片也不会重新合拢,这就是静电感应起电。

1.1.3 电荷守恒定律

在上述实验中,如果不用手指接触验电器的顶端,也就没有电荷从大地流入验电器的顶端,这时如果把带电物体移开,会发现两个金属箔片又重新合拢,这说明验电器上的总电荷是保持不变的。

除此之外,还有大量实验证明,电荷既不能创造,也不能被消灭,它们只能从一个物体转移到另一个物体,或者从物体的一部分转移到另一部分。即在一个与外界无电荷交换的系统内,正负电荷的代数和在任何物理过程中始终保持不变。这个规律叫**电荷守恒定律**,它是自然界的基本守恒律之一,也是物理学的一条基本定律。

1.1.4 电荷与物质结构

物体是由分子、原子组成的,而在正常状态下,原子中的质子数等于电子数,所以原子在电的方面呈中性。由中性原子组成的物体对外不显电性。原子失去电子就成为带正电的正离子;获得电子就成为带负电的负离子。当物体比正常状态获得更多的一些电子时,物体带负电;当物体比正常状态失去一些电子时,物体带正电。所以,从物质的微观结构来看,物体的带电过程,就是使物体中的正、负电荷分离、迁移的过程。

1913年,密立根(R. A. Millikan)油滴实验发现,任何物体所带的电量都是某一个基本电荷量 $e=1.602 \times 10^{-19}$ 库仑(C)的整数倍,这种电量以一份份不连续方式存在的性质叫**电荷的量子化**。带有基本负电荷的粒子叫电子,它是自然界存在的最小的负电荷。带有基本正电荷的粒子叫质子(氢原子核),它是最小的正电荷。

1.2 库仑定律 叠加原理

1.2.1 库仑定律

实验已经表明电荷之间有相互作用力,那么如何用定量关系来描述它呢?在人们发

现电现象两千多年后,法国物理学家库仑(C. A. Coulomb)于1785年发现了可以简化为点电荷的带电体之间的相互作用规律,即库仑定律。所谓点电荷就是没有大小的带电体,是一种理想模型。当两个带电体之间的距离大到可以认为电荷分布区域的大小、形状不起什么作用时,可将带电体看成点电荷。

库仑定律是库仑通过扭秤实验总结出来的。扭秤的结构如图1.2.1所示。在细银丝下悬挂一根绝缘棒,棒的一端是一个带电的小球A,另一端是一个不带电的球B,B与A所受的重力平衡。为了研究带电体之间的作用力,把另一个带有与球A同性电荷的金属球C插入容器并使它靠近球A时,A和C之间的斥力使悬丝扭转,平衡时从刻度上若知A和C之间的距离为 r ,再转动悬丝上端的悬钮,使小球回到原来位置,这时若A和C之间的距离为 $r/2$,则从悬钮上可知悬丝的扭力矩为原来的4倍,即A、C两球上电荷之间的斥力为原来的4倍,便知静电力与距离的平方成反比。若A、C两球完全一样,先使A、C两球带上等量同性的电荷,用扭秤测出与它们之间作用力相关的参数,再保持A带电不变,在球C不带电的情况下接触一下球A,使它们都带上为原来一半的电荷,则发现静电力与两球电量的乘积成正比。

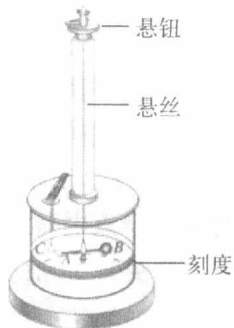


图 1.2.1 库仑扭秤

总结上述实验规律,得到库仑定律的完整表述为:在真空中,相对于惯性系静止的两个点电荷 q_1 和 q_2 之间相互作用力的方向在它们的连线上,同号电荷相斥,异号电荷相吸;作用力的大小与 q_1 和 q_2 的乘积成正比,与它们之间的距离 r 的平方成反比,即

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (1.2.1)$$

式中 k 为比例常数,依赖于各物理量的选择。在MKSA单位制中,电量的单位是库仑(C),根据库仑的定义:如果导线中载有1安培的稳恒电流,则在1秒内通过导线横截面的电量为1库仑,即 $1\text{ C}=1\text{ A}\cdot\text{s}$ 。这时库仑常量 k 表示为

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \quad (1.2.2)$$

其中 ϵ_0 为真空中的介电常数,实验测出 $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N}\cdot\text{m}^2)$,相应的 k 值为 $k = 8.99 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$ 。

静电力的方向如图1.2.2所示(引力时, F_{12} 及 F_{21} 与之分别相反),若用 \vec{F}_{12} 表示电荷 q_1 对 q_2 的作用力, \vec{e}_{r12} 为 \vec{F}_{12} 方向的单位矢量,用 \vec{F}_{21} 表示电荷 q_2 对 q_1 的作用力, \vec{e}_{r21} 为 \vec{F}_{21} 方向的单位矢量,将库仑定律写成矢量形式,分别有



图 1.2.2 两点电荷间的相互斥力

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \vec{e}_{r12} \quad (1.2.3)$$

$$\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{21}^2} \vec{e}_{r21} \quad (1.2.4)$$

1.2.2 叠加原理

库仑定律解决了两个点电荷之间的作用力问题,如果空间有两个以上的点电荷,或者体积不是很小的带电体,电荷之间的作用力又是怎样呢?大量实验证明:有多个点电荷存在时,任意两个点电荷之间的作用是独立的,不受其他电荷存在的影响,仍由库仑定律决定。即:作用在每一个点电荷上的总静电力等于其他各点电荷单独存在时作用于该点电荷上静电力的矢量和,这就是静电力的**叠加原理**,也叫**独立作用原理**。

下面根据库仑定律和叠加原理来计算点电荷系或带电体对一个点电荷 q_0 作用的总静电力(合力) \vec{F} 。这里值得注意的是,要利用库仑定律来计算带电体对一个点电荷的作用力,必须先把带电体分解为无限多个可视为点电荷的**电荷元** dq ,如图 1.2.3 所示,然后再进行力的叠加。设点电荷系中的任意一个点电荷或电荷元 dq 到点电荷 q_0 的距离为 r ,方向沿单位矢量 \vec{e}_r ,那么点电荷系或带电体对点电荷 q_0 的总静电力 \vec{F} 的计算分别为:

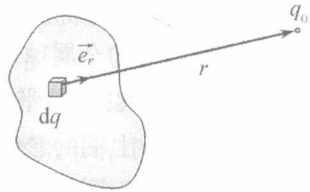


图 1.2.3 电荷元

(1) 对含有 n 个点电荷 q_1, q_2, \dots, q_n 的点电荷系,设它们单独对 q_0 的作用力分别为 $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$, 则

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i^2} \vec{e}_n \quad (1.2.5)$$

(2) 对带电曲线段,在线段上取一线电荷元 dl' , 设电荷线密度(单位长度曲线所带的电量)为 $\eta(\vec{r}')$, $dq = \eta dl'$, 则有

$$\vec{F} = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \int_l \frac{\eta(\vec{r}')}{r^2} dl' \vec{e}_r \quad (1.2.6)$$

(3) 对带电曲面,在曲面上取一面电荷元 dS' , 设电荷面密度(单位面积曲面所带的电量)为 $\sigma(\vec{r}')$, $dq = \sigma dS'$, 则有

$$\vec{F} = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \iint_S \frac{\sigma(\vec{r}')}{r^2} dS' \vec{e}_r \quad (1.2.7)$$

(4) 对一般的带电体,在带电体内取一体电荷元 dV' , 设电荷体密度(单位体积带电体所带的电量)为 $\rho(\vec{r}')$, $dq = \rho dV'$, 则有

$$\vec{F} = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \iiint_V \frac{\rho(\vec{r}')}{r^2} dV' \vec{e}_r \quad (1.2.8)$$

由此看出,库仑定律加上静电力的叠加原理才能真正解决静电学的实际问题。

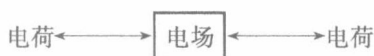
1.3 静电场

1.3.1 场的概念

由库仑定律加上叠加原理原则上可以求出任意带电体之间的静电力。然而,电荷之

间的作用是怎样进行的,库仑定律没有回答这个问题,正是对这个问题的不同解释以及由此而引起的长期争论,导致了场的概念的建立和场理论的产生和发展,从此把人们引入一个新的极为重要的物质世界领域。电荷之间的相互作用是怎样进行的?我们知道,当我们推桌子时,通过手和桌子直接接触,把力作用在桌子上;马拉车时,通过绳子和车直接接触,把力作用到车上。在这里,力都是存在于直接接触的物体之间的,这种力的作用叫接触作用或近距作用。但是,静电力、磁力和重力等,都可以发生在两个相隔一定距离的物体之间,而在两个物体之间并不需要有任何由原子、分子组成的物质作媒介。围绕着这个问题,在历史上曾有过长期的争论。一种观点认为这类力不需要任何媒介,也不需要时间,就能够由一个物体立即作用到相隔一定距离的另一个物体上,这种观点叫超距作用观点。另一种观点认为这类力也是近距作用的,电力和磁力是通过一种充满在空间的弹性媒介(以太)来传递的。

近代物理学的发展证明,上述两种观点都是错误的。实际上,电力和磁力是通过电场和磁场来作用的。电荷之间的作用力可图解为:



相对于观察者静止的电荷产生的场叫**静电场**,电荷是产生电场的源,所以叫**场源**,也叫**源电荷**。

场是一种特殊的物质,它不像实物那样由电子、质子和中子构成,它一般不能凭人们的感官直接感觉到它的存在,因此它的物质性初学者往往难以理解。

我们可以从它间接表现出来的物质属性而感觉到它的真实存在,因物质的任何一种属性,总是通过它和其他物质的相互作用表现出来的,电场的属性也是通过它和其他物质的作用表现出来的。把电荷 q_0 放在电场中,就会受到电场力的作用,由此可见,电场对置于其中的电荷有“施力的本领”,有“力的属性”。如果说电荷 q_0 在电场力作用下从静止开始运动,电场力就会对电荷 q_0 做功,如果不存在其他作用力,这个电荷的速度就会越来越大,这就说明,电场还有做功的本领,有“能的属性”。

1.3.2 电场强度矢量

电荷产生电场,电场在空间要有分布,电场要有自身的性质,我们自然想到要找一个合适的物理量来描述电场,这个物理量要能体现电场本身的性质及场的空间分布情况。怎样寻找这个物理量呢?我们可以通过电场对处在其中的电荷有作用力的性质来测量电场,从而找到描述电场自身特点的物理量——**电场强度矢量**。

下面,我们首先研究静电场的“力的属性”。将引出电场强度概念来描述电场的这种属性。为了定量地描述电场,必须在电场中引入一个电荷以测量电场对它的作用力。为了使测量精确,这电荷必须满足以下一些要求:首先,要求这电荷的电量 q 充分小,因为引入这电荷是为了研究空间原来存在的电场的性质,如果这电荷的电量太大,它自己的影响就会显著地改变原有的电荷分布,从而改变了原来的电场分布情况;其次,电荷的几何线度也要充分小,即可以把它看作是点电荷,这样才可以用它来确定空间各点的电场性质。

今后把满足这样条件的电荷 q 叫**检验电荷**。

实验指出：检验电荷 q 放入电场不同地点时， q 所受力的方向和大小逐点不同，但在电场中每一给定点处， q 所受力的方向和大小都是完全一致的，如果在电场中某给定点处我们改变 q 的量值，就发现， q 所受力的方向仍然不变，但力的大小却和 q 成正比地改变，即 F/q 是一个与 q 大小、正负无关的恒量。这说明比值定义为该点的电场强度，简称为场强，用 \vec{E} 表示：

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \quad (1.3.1)$$

可见，电场强度是描述电场性质的物理量，某点的电场强度是这样一个矢量，它的大小等于单位检验电荷在该点所受电场力的大小，它的方向就是正检验电荷在该点所受电场力的方向。但应注意，某点的电场强度与该点是否存在电荷无关，因为该点电荷仅起检验作用。

在国际单位制中，力的单位是 N，电荷量的单位是 C，所以场强的单位是 N/C。场强的单位也可以写成 v/m，这两种表示法是一样的，在电工计算中常采用后一个单位。

$\vec{E}(x, y, z)$ 是矢量点函数，矢量的总体称为**矢量场**，它是一种空间分布。求某一带电体激发的电场(的分布)就是指求出场强与坐标的函数关系 $\vec{E}(x, y, z)$ 。

从场的观点来说，一个电荷对另一个电荷的作用包含两个同时发生的过程，点电荷 q_1 在周围产生电场，这个电场对置于其中的另一点电荷 q_2 施加电场力，由此可见，库仑定律实质上就是电荷间作用的两个过程的综合描述。

反过来，由电场强度的定义，点电荷 q 在电场中所受的电场力为

$$\vec{F} = q\vec{E} \quad (1.3.2)$$

1.3.3 电场强度的计算

1. 点电荷 Q 激发的场强的计算

以点电荷 Q 所在处为坐标原点 O ，取任意距 O 为 r 的点 P 为场点，用 \vec{e}_r 表示坐标原点 O 到场点 P 的单位矢量，设想把一个检验电荷 q 放在 P 点，根据库仑定律， q 所受的力为

$$\vec{F} = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r \quad (1.3.3)$$

再由场强定义式得到场点 P 处的场强为

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r \quad (1.3.4)$$

上式表明，点电荷 Q 场强的大小随着场点 P 到源点(有电荷存在的点) O 的距离 r 的增加而按平方反比律减小，方向当 $Q > 0$ 时与 \vec{e}_r 相同，当 $Q < 0$ 时与 \vec{e}_r 相反。

2. 场强迭加原理

若电场是由点电荷系 q_1, q_2, \dots, q_n 共同激发的，由静电力叠加原理和场强定义式得

到场点 P 处的场强为

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{\vec{F}_1}{q_0} + \frac{\vec{F}_2}{q_0} + \cdots + \frac{\vec{F}_n}{q_0} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots + \vec{E}_n = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i \quad (1.3.5)$$

上式表明,点电荷系电场中任一点的场强等于各点电荷单独存在时在该点产生的场强的矢量和。这个结论称为**场强叠加原理**。

3. 电荷连续分布情况

如果电荷的分布是连续的,即不能认为是点电荷,根据不同的情况,把电荷看成在一定曲线上连续分布、在一定曲面上连续分布、在一定体积内连续分布。在这些情况下,首先将电荷的分布看成由许多较小的电荷元 dQ 所产生的场强,由点电荷的场强式得电荷元 dQ 所产生的场强为

$$d\vec{E} = \frac{dQ}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r \quad (1.3.6)$$

再根据电荷连续分布的情况对上式积分,并参照到式分别得到 p 点的总场强为

$$\text{电荷线分布:} \quad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_l \frac{\eta(\vec{r}')}{r^2} dl' \vec{e}_r \quad (1.3.7)$$

$$\text{电荷面分布:} \quad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint_S \frac{\sigma(\vec{r}')}{r^2} dS' \vec{e}_r \quad (1.3.8)$$

$$\text{电荷体分布:} \quad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_V \frac{\rho(\vec{r}')}{r^2} dV' \vec{e}_r \quad (1.3.9)$$

为了简化矢量积分的复杂性,常常先对矢量的分量积分,再进行矢量叠加。如在直角坐标系下,总场强与其分量的关系为

$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \int (dE_x \vec{i} + dE_y \vec{j} + dE_z \vec{k}) = E_x \vec{i} + E_y \vec{j} + E_z \vec{k} \quad (1.3.10)$$

除此之外,还考虑电荷分布的对称性,以便使场强的某些分量相互抵消。

例 1 两个相距 l 很小带等量异号电荷分别为 $+q$ 和 $-q$ 的点电荷系统称为**电偶极子**,如图 1.3.1 所示。 q 和 l 的乘积是描述电偶极子属性的一个物理量,通常称为电偶极子的**电偶极矩**,用矢量表示为 $\vec{p} = ql\vec{e}$ 。求电偶极子中垂线上任意一点 P 的场强。



图 1.3.1 电偶极子

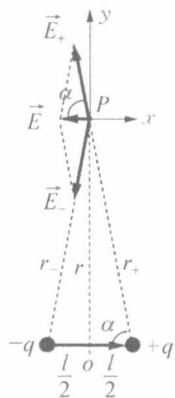


图 1.3.2 电偶极子的电场

解: 坐标的建立及电偶极子的电场如图 1.3.2 所示,其中 y 轴在电偶极子的中垂线上, x 轴与中垂面垂直。因 P 点的场强 \vec{E}_+ 与 \vec{E}_- 关于 x 轴对称,它们在 y 轴方向的分量相互抵消,于是 P 点的

总场强 \vec{E} 为

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_- = -2|\vec{E}_+|\cos\alpha\vec{i} = -\frac{2q}{4\pi\epsilon_0 r_+^2}\cos\alpha\vec{i}$$

由图可以看出 $\cos\alpha = \frac{l}{2r_+}$, $r_+ = \sqrt{r^2 + \frac{l^2}{4}}$, 故

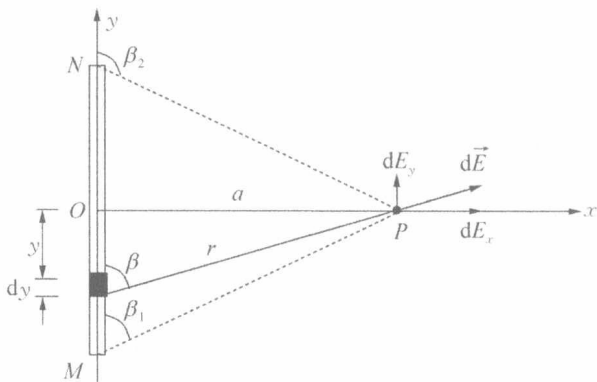
$$\vec{E} = -\frac{ql\vec{i}}{4\pi\epsilon_0 \left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{3/2}} = -\frac{\vec{P}}{4\pi\epsilon_0 \left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{3/2}} \quad (1.3.11)$$

当 $r \gg l$ 时, P 点的场强为

$$\vec{E} = -\frac{\vec{P}}{4\pi\epsilon_0 r^3} \quad (1.3.12)$$

例 2 一均匀带电直细棒 MN , 其长度为 $2l$, 带电量为 q , 求在细棒一旁距离为 a 的 P 点的场强。

解: 如图 1.3.3 建立 xOy 直角坐标系, 电场 \vec{E} 与 z 无关。由图可见



$$r = \frac{a}{\sin\beta}, \quad y = -a\cot\beta$$

从而

$$dy = a \csc^2\beta d\beta = a \frac{1}{\sin^2\beta} d\beta$$

图 1.3.3 直细棒的电场

由题意, 带电直细棒 MN 的电荷线密度 $\eta = \frac{q}{2l}$, 电荷元 $dq = \eta dy$ 在 P 点的场强为

$$d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r = \frac{\eta dy}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r = \frac{\eta a \frac{1}{\sin^2\beta} d\beta}{4\pi\epsilon_0 \frac{a^2}{\sin^2\beta}} \vec{e}_r = \frac{\eta}{4\pi\epsilon_0 a} d\beta \vec{e}_r$$

在 x 、 y 轴方向的分量分别为

$$dE_x = dE \sin\beta = \frac{\eta \sin\beta}{4\pi\epsilon_0 a} d\beta$$

$$dE_y = dE \cos\beta = \frac{\eta \cos\beta}{4\pi\epsilon_0 a} d\beta$$

对上述两式积分得总场强分量