



李万莉 朱福民 欧阳文志

著

机电液控制  
基础理论及应用

上海科学技术出版社  
Shanghai Scientific & Technical Publishers

# 机电液控制基础理论及应用

李万莉 朱福民 欧阳文志 著

上海科学技术出版社

## 内 容 提 要

本书主要内容包括现代传感理论与测试技术基础、现代控制系统的数学模型等机电液控制基础理论；重点介绍了盾构机、液压抓斗成槽机、液压双轮铣槽机、全液压汽车起重机等典型装备机电液系统的理论分析方法及设计应用。

本书既可为机电液控制领域的工程技术人员提供参考，也可作为机械工程研究生专业基础课“机电液控制基础理论及应用”的教材，还可以作为机械设计制造及其自动化本科生专业相关课程的教材。

---

### 图书在版编目(CIP)数据

机电液控制基础理论及应用 / 李万莉, 朱福民,  
欧阳文志著. —上海: 上海科学技术出版社, 2015. 12

ISBN 978 - 7 - 5478 - 2881 - 6

I . ①机… II . ①李… ②朱… III . ①机电一体化—  
液压控制 IV . ①TH137 - 39

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 266496 号

---

### 机电液控制基础理论及应用

李万莉 朱福民 欧阳文志 著

上海世纪出版股份有限公司 出版  
上 海 科 学 技 术 出 版 社  
(上海钦州南路 71 号 邮政编码 200235)

上海世纪出版股份有限公司发行中心发行  
200001 上海福建中路 193 号 www.ewen.co  
上海中华商务联合印刷有限公司  
开本 787×1092 1/16 印张 13.75  
字数 320 千字  
2015 年 12 月第 1 版 2015 年 12 月第 1 次印刷  
ISBN 978 - 7 - 5478 - 2881 - 6 / TH • 57  
定价： 48.00 元

---

本书如有缺页、错装或坏损等严重质量问题，请向工厂联系调换

# 前言

本书共分为5章。第1章的主要内容是现代传感理论与测试技术基础、现代控制系统的数学模型等机电液控制基础理论。第2章为地铁盾构机掘进智能控制系统的总体设计方案及盾构掘进姿态控制器的设计。第3章详细叙述了液压抓斗成槽机双主卷扬同步起升电液控制系统、液压软管安全监控系统及液压系统节能控制系统的控制理论和软硬件实现方法。第4章研究双轮铣智能化控制和监控技术,液压管和泥浆管的承载固定与有序卷管、带载卷管控制,铣槽机的调平控制和作业信息自动监控,重点对液压双轮铣槽机的铣削系统及泥浆泵吸系统的电液控制理论基础和实现方法进行论述。第5章针对流动式全液压汽车起重机的机电液系统开展远程监控与智能故障诊断的理论和应用研究,主要内容包括针对起重车状态信息开展基于特征的数据分析及性能预测方法研究,建立起重车故障诊断、预测预警与维护决策系统,为起重车的安全使用提供保障。

本书是由作者多年来在典型建筑施工装备机电液控制系统的理论分析方法及设计应用方面的教学经验和科研成果凝聚而成,有多项专利或软件著作权,已经在科研及教学过程中不断试用和不断完善,具有实用性。本书既可为机电液控制领域的工程技术人员提供参考书,也可作为机械工程研究生专业基础课“机电液控制基础理论及应用”的教材,还可以作为机械设计制造及其自动化本科生专业基础课“机电液控制技术”的教材。

本书由李万莉、朱福民、欧阳文志教授负责撰写,参加撰写工作的还有于睿坤、游张平、嘉红霞、曾斌、余清福、李珍珍、谭祺、刘佳宝、周笑妃、姜燕等。

本书为同济大学研究生规划教材(2014JCJS017)。

# 目 录

# CONTENTS

<b>第1章 机电液控制基础理论</b>	1
1.1 测试理论与测试技术概述	1
1.1.1 测试及测试系统	1
1.1.2 测试的基本方法	2
1.1.3 测试技术的应用及发展前景	5
1.2 现代控制系统的数学模型	7
1.2.1 离散系统分析基础	7
1.2.2 控制系统的时域数学模型	9
1.2.3 控制系统的复数域数学模型	10
1.2.4 控制系统的结构图与信号流图	12
<b>第2章 地铁盾构机电液智能控制系统理论分析及设计</b>	17
2.1 盾构掘进智能控制系统	18
2.1.1 盾构姿态自动测量系统	19
2.1.2 地质情况获取系统	25
2.1.3 盾构姿态智能控制器	36
2.1.4 盾构掘进机液压推进系统	36
2.2 盾构掘进姿态控制器设计	45
2.2.1 模糊控制器的工作原理与结构设计	45
2.2.2 模糊控制器设计	47
<b>第3章 液压抓斗成槽机电液控制系统理论分析及设计</b>	62
3.1 液压抓斗成槽机电液控制系统总体方案	62
3.2 双主卷扬同步起升电液控制系统	64
3.2.1 同步起升电液控制方案设计	64
3.2.2 同步控制回路数学模型	66
3.2.3 电控先导阀传递函数	66
3.2.4 主阀机构传递函数	67

3.2.5 变量马达及主卷扬机构传递函数	70
3.2.6 抓斗和倾角传感器传递函数	71
3.2.7 同步控制系统 PID 校正	73
3.2.8 双主卷扬同步控制算法研究	73
3.3 液压软管安全监控系统	79
3.3.1 软管卷盘随动系统工作原理	80
3.3.2 液压软管安全监控系统设计	80
3.4 液压系统节能控制系统	86
3.4.1 连续墙抓斗机液压系统节能控制	86
3.4.2 节能控制在工程机械中的实现	88
<b>第4章 液压双轮铣机电液控制系统理论分析及设计</b>	<b>97</b>
4.1 液压双轮铣起升机构机电液控制系统	98
4.1.1 液压双轮铣起升机构理论分析及数学建模	99
4.1.2 泥浆管随动系统液压设计	106
4.1.3 液压双轮铣起升系统软硬件设计	107
4.2 液压双轮铣泵吸机构机电液控制系统	118
4.2.1 液压双轮铣泵吸系统理论分析及数学建模	118
4.2.2 泥浆泵吸系统液压回路工作原理	129
4.2.3 泥浆泵吸系统控制方案	130
4.2.4 液压双轮铣泵吸系统软硬件分析	133
4.3 液压双轮铣铣削机构机电液控制系统	139
4.3.1 液压双轮铣起升机构理论分析及铣轮液压系统仿真分析	139
4.3.2 双轮铣铣削系统液压回路设计	148
4.3.3 液压双轮铣铣削系统软硬件设计	154
4.3.4 双轮铣槽机铣削系统 PLC 控制程序编写	157
<b>第5章 汽车起重机智能监测与故障诊断系统理论分析及设计</b>	<b>163</b>
5.1 汽车起重机智能监测与故障诊断系统	163
5.1.1 国内外发展现状	163
5.1.2 发展方向	165
5.2 汽车起重机故障诊断系统功能需求分析	166
5.2.1 汽车起重机系统组成	167
5.2.2 汽车起重机故障特点	167
5.2.3 诊断系统的功能需求	169
5.3 汽车起重机故障诊断系统体系结构设计	170
5.3.1 单智能体	170
5.3.2 多智能体系统	171

5.3.3 汽车起重机故障诊断系统概念模型 .....	173
5.3.4 汽车起重机故障诊断系统逻辑结构 .....	174
5.3.5 汽车起重机故障诊断系统运行机制 .....	175
5.3.6 汽车起重机故障诊断系统功能 Agent 建模 .....	176
5.3.7 汽车起重机故障诊断系统体系特征 .....	179
5.4 汽车起重机故障诊断任务求解机制研究 .....	181
5.4.1 诊断任务求解过程 .....	181
5.4.2 诊断任务分解机制 .....	181
5.4.3 诊断任务分配机制 .....	182
5.4.4 诊断任务执行机制 .....	185
5.4.5 诊断结果综合机制 .....	186
5.4.6 多智能体通信机制 .....	187
5.4.7 多智能体协调与协作机制 .....	192
5.5 起升液压系统模糊神经网络故障推理 .....	195
5.5.1 模糊神经网络推理 .....	196
5.5.2 推理机制研制内容 .....	196
5.5.3 构建模糊神经网络结构 .....	197
5.5.4 建立神经网络权值和阈值知识 .....	200
5.5.5 建立模糊隶属度函数 .....	202
5.5.6 汽车起重机性能参数测试实验研究 .....	204
5.5.7 实例验证 .....	209
参考文献 .....	210

# 第1章 机电液控制基础理论

## 1.1 测试理论与测试技术概述

### 1.1.1 测试及测试系统

测试是人们认识客观事物的一种常用方法。测试技术泛指测量和试验两个方面的技术。对生产、生活和科学活动中的各种物理量的确定构成了测量的全部内涵。测量的过程或行为就是进行一个被测量与一个预定标准之间的定量比较,从而获得被测对象的数值结果。被测量表示被观察和被量化的特定物理参数,这个物理参数称为测量过程的输入量。

一个测量或测试系统大体上可用图 1-1 所示的原理框图来描述。

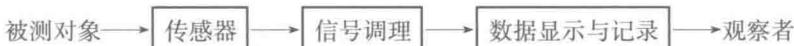


图 1-1 测试系统原理框图

传感器是测试系统中的第一个环节,用于从被测对象获取有用的信息,并将其转换为适合测量的变量或信号。如采用弹簧秤测量物体受力时,其中的弹簧便是一个传感器或者敏感元件,它将物体所受的力转换成弹簧的变形——位移量。又如在测量物体的温度变化时,可采用水银温度计作传感器,将热量或温度的变化转换为汞柱亦即位移的变化。同样可采用热敏电阻来测温,此时温度的变化便被转换为电参数——电阻率的变化。再如在测量物体振动时,可以采用磁电式传感器,将物体振动的位移或振动速度通过电磁感应原理转换成电压变化量。由此可见,对于不同的被测物理量要采用不同的传感器,这些传感器的作用原理所依据的物理效应也是千差万别的。对于一个测量任务来说,第一步是能够(有效地)从被测对象取得能用于测量的信息,因此传感器在整个测量系统中的作用十分重要。

机械测量的范畴中除了长度、质量、时间等基本量之外,还包括温度、应力、应变、流体、声学以及与力(如力矩、压力)和运动(如位移、速度、加速度)有关的参数等。

测试是为了获取研究对象中的有用信息。也就是说,被研究对象的信息量总是非常丰富的,而测试工作是根据一定的目的和要求,获取有限的、观测者感兴趣的某些特定信息,而不是企图获取该研究对象的全部信息。

从研究对象获取的信号所携带的信息往往很丰富,既有研究者所需要的信息,也含有大量不感兴趣的其他信息,后者被称为干扰。相应地,对于信号也有“有用信号”和“干扰信号”的提法,但这是相对的。在一种场合被认为是“干扰”的信号,在另一种场合则可能

是“有用”的信号。例如，齿轮噪声对工作环境是一种“干扰”，但对于评价齿轮副的运行状态和进行故障诊断时，又成为“有用”的了。测试工作的一个重要任务就是从复杂的信号中排除干扰信号，提取出有用信号，此过程称为信号的处理和分析。

由于被测信号和测试系统的多样性和复杂性，产生了各种类型的测试方法以及多种类型的测试系统。

### 1.1.2 测试的基本方法

#### 1. 直接比较法

直接比较法就是通过直接将被测物理量与标准相比较来进行测量的方法。如测量桌子的长度，可采用钢卷尺作为测量标准。将桌子的长度与这个标准做比较，就可得到桌子的长度，这就是通过直接的比较确定长度的测量方法。而所使用的标准——钢卷尺则称为二次标准，而原始长度标准则与光速有关。

#### 2. 间接比较法

间接比较法必须使用某种形式的测量系统。如图 1-2 所示，为了检测汽车座椅的加速度，可以用加速度传感器并后接放大和变换电路，将加速度转换为一个模拟电量输出，该模拟量的输出可通过记录设备最终表示成记录纸上的位移形式，该记录纸上的“位移”的变化规律与汽车座椅的加速度变化规律一致。此方法表明，通过记录纸上的“位移”的间接测量得到了汽车座椅加速度值。间接比较法是应用最广泛的测量方法。

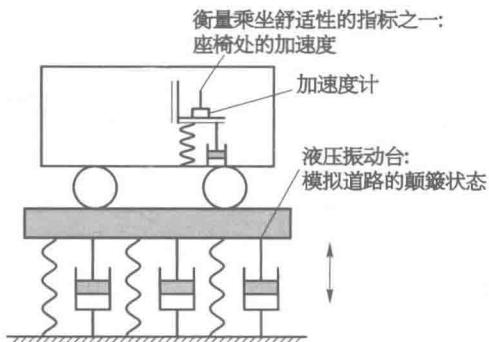


图 1-2 试验与测量的关系

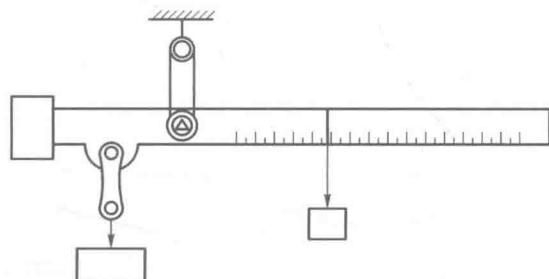


图 1-3 间接比较测量法

又如图 1-3 所示的中国杆秤，是通过杠杆来完成质量(旧称重量)的间接测量。

#### 3. 静态测试与动态测试

如果测试时信号不随时间变化，或随时间变化非常缓慢以至于可以忽略随时间的变化，则称这种测试是静态测试；如果所测试的信号变化较快，称这种测试为动态测试。在动态测试中，测试系统的各个环节(如传感器、放大器等)本身有自己的动态特性，而测试的研究对象也具有特定的动态特性，所以测试信号是上述动态特性的综合反映。因此，通过测试信号确定研究对象的动态特性比较复杂。

#### 4. 非电量电测法

在机械工程测试中，要测试的信号往往是机械量。从狭义的范围讲，机械量包括与运

动、力和温度有关的物理量,如位移、速度、加速度、外力、质量、力矩、功率、压力、流量、温度等。为了测试工作的方便,往往需要把被测试的机械量信号转换成其他形式的信号来处理。根据被测信号的转换方式,又可以把测试分成机械测量法、光测量法、气测量法、液测量法和电测量法等。如图 1-4 所示,钢板的厚度通过齿轮齿条机构转换成机械指针的角度移,指针的位移仍为机械量,因此属于机械测量法。又如百分表测位移、天平砝码称重(质量)等都属于机械测量法。

光栅技术、激光测量技术和红外测量技术等都属于光测量法。图 1-5 所示的表面粗糙度测量,是将光源的光通过光学系统聚焦到摆动的反光镜上,反光镜随着测量探针的移动而上下移动,使得反光镜上的光点随之移动并被反射到移动的感光纸上,形成记录曲线。该测量法中的传感器——摆动的反光镜将光信号转换为了光信号,故属于光测量法。光测量法的特点是精度高、稳定性好,但对环境条件要求高。一般来说,光测量法宜于在实验室条件下进行,或作为对其他仪器标定使用。

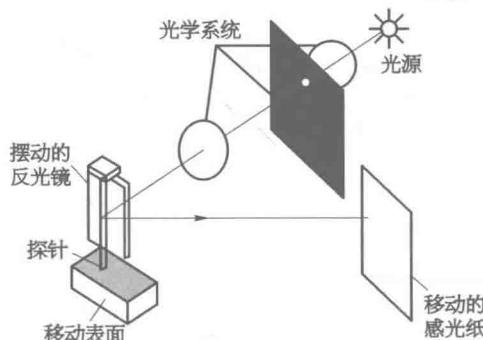


图 1-5 表面粗糙度的光测量法

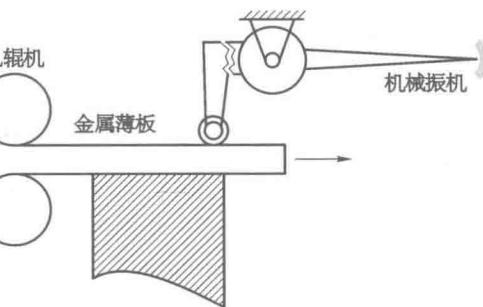


图 1-4 钢板厚度的机械测量法

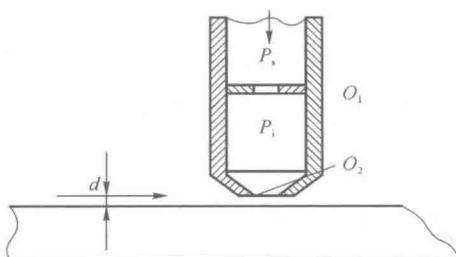


图 1-6 尺寸 d 的气压测量法

图 1-6 所示是气动比较仪的工作原理图。中间压力  $P_i$  取决于气源压力  $P_s$  以及喷孔  $O_1$  和  $O_2$  之间的压降。喷孔  $O_2$  的有效尺寸随距离  $d$  而变化。当  $d$  变化时,压力  $P_i$  也会发生变化,这一变化可以用于尺寸  $d$  的测量。这种测量法称为气压测量法。

气压测量法、液压测量法对环境条件要求不高,但由于其可压缩性和响应较迟缓,只适宜做静态测试。目前,机械工程中最普遍使用的测量方法是非电量电测法。这种测量方法精度高、灵敏度高,特别适于动态测试。电测法可以将不同的被测机械量信号转换成电信号,便于用统一的后续仪器进行处理和计算机分析。同时,利用电测法还便于进行远距离测量和控制,甚至可以进行无线遥控测量。图 1-2 所示的例子就是典型的非电量电测法,即加速度传感器将加速度信号变换为电量输出。图 1-7 所示的例子则是表面粗糙度的电测法。因为图 1-5 中的传感器——摆动的反光镜变成了压电晶体传感器,该传感

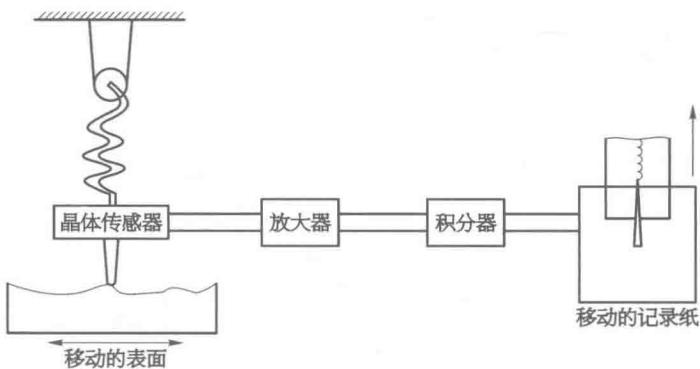


图 1-7 表面粗糙度的电测法

器将探针的上下移动转换成了电信号送入放大器。可以说,电测法是现代测试技术发展的特点之一。

### 5. 非电量电测系统的构成

图 1-2 所示的座椅舒适性试验中,为了将加速度计中输出的加速度信号传输到观察者,整个过程就必须力求既不失真,也不受干扰。或者说,要在有严重外界干扰的情况下提取和辨识出信号中所包含的有用信息,就必须在测试工作中对信号做必要的变换、放大等调理。有时还需要选用适当的方式来激励研究对象(信源),使其处于人为控制的运动状态(如汽车的振动状态),从而产生表征特征(舒适性信息)的信号(振动加速度),图 1-2 中的液压振动台就是用于激励研究对象——汽车的装置,称为激振装置。据此,非电量电测法的测试系统往往由许多功能不同的仪器或装置所组成。加速度测试系统框图如图 1-8 所示,由此也可得到一般的非电量测试系统框图,如图 1-9 所示,它由测量装置、标定装置和激励装置组成。

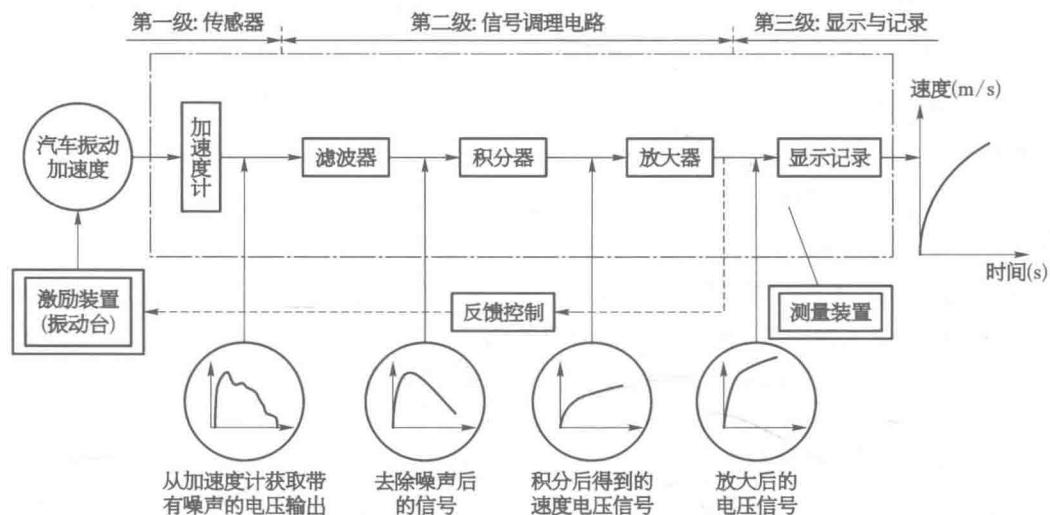


图 1-8 加速度测试系统框图

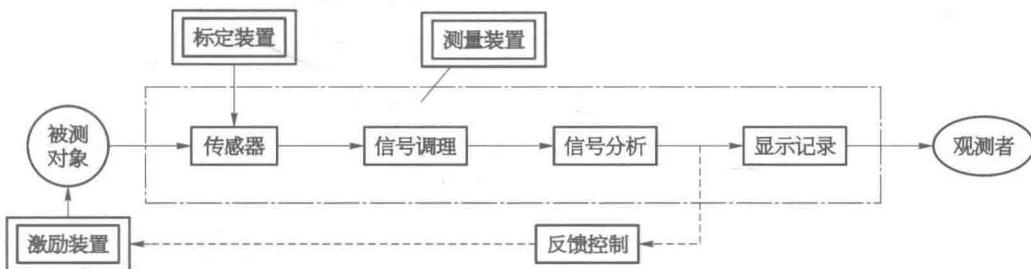


图 1-9 非电量电测法的测试系统框图

(1) 测量装置。测量装置是各种测量仪器和辅助装置的总称。测量装置包括传感器,信号调理与信号分析仪器,显示、记录仪器三部分,这三部分又称三级:第一级,检测-传感器级或敏感元件-传感器级;第二级,中间级,称为信号调理级;第三级,终端级或显示-记录级。

传感器感受和拾取被测的非电量信号,并把非电量信号转换成电信号,以便送入后续的仪器进行处理。

信号调理仪器也称为中间转换电路,其目的是转换传感器送来的信号。该级对信号执行一种或多种的基本操作,如实现再转换、放大或衰减、调制与解调、阻抗变换、滤波等处理,最终使信号变成适合于显示、记录或与计算机外部设备适配的信号。信号分析仪器目前多指计算机系统或专用数字信号分析仪器,也可以是模拟信号分析仪器。它主要是对信号进行滤波、运算等,以求得信号中有用的特征值。显示、记录仪器的作用是提供人的知觉能够理解的信息。

(2) 标定装置。标定装置用以找出测量装置的输入与输出之间的数量关系。图 1-2 例子中,通过间接测量得到了加速度最终的输出——记录纸上的“位移”。记录纸上的“位移”的变化规律与汽车座椅的加速度变化规律一致,这表明可以通过记录纸上的“位移”定性地确定加速度的变化规律。但要定量地确定“位移”与加速度的关系(多少毫米“位移”代表多大的加速度,类似于在温度计上做刻度),就必须对测量系统进行标定,标定所使用的装置称为标定装置。

(3) 激励装置。激励装置是根据测试内容的需要,使被测对象处于人为的工作状态,产生表征其特征(信息)的信号。

### 1.1.3 测试技术的应用及发展前景

#### 1. 测试技术在机械工程中的作用

人类从事的社会生产、经济交往和科学研究活动总是与测试技术息息相关。首先,测试是人类认识客观世界的手段之一,是科学研究的基本方法。科学的基本目的在于客观地描述自然界。科学定律是定量的定律,科学探索离不开测试技术,用定量关系和数学语言来表达科学规律和理论也需要测试技术,验证科学理论和规律的正确性同样需要测试技术。事实上,科学技术领域内,许多新的科学发现与技术发明往往是以测试技术的发展为基础的,可以认为,测试技术能达到的水平,在很大程度上决定了科学技

术发展水平。同时,测试也是工程技术领域中的一项重要技术,工程研究、产品开发、生产监督、质量控制和性能试验等都离不开测试技术。在自动化生产过程中常常需要用多种测试手段来获取多种信息,来监督生产过程和机器的工作状态并达到优化控制的目的。

在广泛应用的自动控制中,测试装置已成为控制系统的重要组成部分。在各种现代装备系统的设计制造与运行工作中,测试工作内容已嵌入系统的各部分,并占据关键地位。测试技术已经成为现代装备系统日常监护、故障诊断和有效安全运行不可缺少的重要手段。

现代科技的发展不断向测试技术提出新的要求,推动测试技术的发展。与此同时,各学科领域的成就也常常反映在测试方法和仪器设备的改进中,测试技术总是从其他相关的学科中吸取营养而得到发展。近年来,新技术、新材料的兴起更加快了测试技术的蓬勃发展,主要表现在传感器技术的发展和测量方式的多样化两个方面。

## 2. 传感器技术的发展

传感器是信息之源头,传感技术是测试技术的关键内容之一,当今传感器开发中有以下两方面的发展趋势。

(1) 物理型传感器的开发。物理型传感器是依据机敏材料本身的物理特性随被测量的变化来实现信号的转换。这类传感器的开发实质上是新材料的开发。目前,应用于传感器开发的机敏材料主要有声发材料、电感材料、光纤及磁致伸缩材料、压电材料、形状记忆材料、电阻应变材料和X射线感光材料等。这些材料的开发,不仅使可测量大量增多,也使传感器集成化、微型化以及高性能传感器的出现成为可能。总之,传感器正经历着从以机构型为主向以物理型为主的转变过程。

(2) 集成化、智能化传感器的开发。随着微电子学、微细加工技术的发展,出现了多种形式集成化的传感器。这类传感器具有智能化功能。将测量电路、微处理器与传感器集成于一体的传感器,就是同一功能的多个敏感元件排列成线型、面型的传感器,即多种不同功能的敏感元件集成于一体,成为可同时进行多种参数测量的传感器。

## 3. 测量方式的多样化

(1) 多传感器融合技术在工程中的应用。多传感器融合是解决测量过程中信息获取的方法。由于多传感器是以不同的方法、从不同的角度获取信息的,因此可以通过它们之间的信息融合去伪存真,提高测量信息的准确性。

(2) 积木式、组合式测量方法。此类测量方法能有效增加测试系统的柔性,降低测量工作的成本,达到不同层次、不同目标的测试目的。

(3) 虚拟仪器。一般来说,将数据采集卡插入计算机空槽中,利用软件在屏幕上生成某种仪器的虚拟面板,在软件引导下进行采集、运算、分析和处理,实现仪器功能并完成测试的全过程,这就是虚拟仪器。由数据采集卡与计算机组成仪器通用硬件平台,在此平台基础上调用测试软件完成某种功能的测试任务,即构成该种功能的测试仪器,成为具有虚拟面板的虚拟仪器。在同一平台上,调用不同的测试软件就可构成不同的虚拟仪器,故可方便地将多种测试功能集于一体,实现多功能仪器。例如,若对采集的数据利用软件进行快速傅里叶变换(fast Fourier transform, FFT),则构成一台频谱分析仪。虚拟仪器是把

测试技术与计算机进行深层次结合而开发出的一种全新仪器结构概念的新一代仪器,是虚拟现实技术在精密测试领域中的典型应用。

## 1.2 现代控制系统的数学模型

在控制系统的分析和设计中,首先要建立系统的数学模型。控制系统的数学模型是描述系统内部物理量(或变量)之间关系的数学表达式。在静态条件下(即变量各阶导数为零),描述变量之间关系的代数方程称为静态数学模型;而描述变量各阶导数之间关系的微分方程称为数学模型。如果已知输入量及变量的初始条件,对微分方程求解就可以得到系统输出量的表达式,并由此可对系统进行性能分析。因此,建立控制系统的数学模型是分析和设计控制系统的首要工作。

建立控制系统数学模型的方法有分析法和实验法两种。分析法是对系统各部分的运动机理进行分析,根据它们所依据的物理规律或化学规律分别列出相应的运动方程。例如,电学中有基尔霍夫定律,力学中有牛顿定律,热力学中有热力学定律等。实验法是人为地给系统施加某种测试信号,记录其输出响应,并用适当的数学模型去逼近,这种方法称为系统辨识。近几年来,系统辨识已发展成一门独立的学科分支,本节重点研究用分析法建立系统数学模型的方法。

在自动控制理论中,数学模型有多种形式。时域中常用的数学模型有微分方程、差分方程和状态方程;复数域中有传递函数、结构图;频域中有频率特性等。本节只研究微分方程、传递函数和结构图等数学模型的建立和应用。

### 1.2.1 离散系统分析基础

在连续系统中引入拉普拉斯变换(简称拉氏变换)以后,求解繁杂的微、积分问题变成了简单的代数运算。在离散系统中,引入Z变换后,求解差分方程变得十分简便。Z域分析法是分析线性离散系统的重要方法之一。利用Z域分析法可以方便地分析线性离散系统的稳定性、稳态特性和动态特性。

#### 1. Z变换的定义

在线性连续系统中,连续时间函数  $f(t)$  的拉氏变换为  $F(s)$ 。同样在线性离散系统中,也可以对采样信号  $f^*(t)$  作拉氏变换。采样信号的表达式为

$$f^*(t) = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT) \delta(t - kT) \quad (1-1)$$

对采样信号作  $f^*(t)$  拉氏变换,得

$$L[f^*(t)] = F^*(s) = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT) e^{-ksT} \quad (1-2)$$

式中,  $e^{-ksT}$  是超越函数,计算很不方便,令  $z = e^{Ts}$ , 则有

$$F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT)z^{-k} \quad (1-3)$$

上式把采样函数  $f^*(t)$  变换成  $F(z)$ , 称为  $f^*(t)$  的 Z 变换。记作

$$F(z) = L[f^*(t)] \quad (1-4)$$

由 Z 变换的定义得到

$$F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT)z^{-k} = f(0) + f(T)z^{-1} + f(2T)z^{-2} + f(3T)z^{-3} + \dots \quad (1-5)$$

由上式可以看出采样函数  $f^*(t)$  的 Z 变换  $F(z)$  与采样函数在采样点的值有关, 所以当知道  $F(z)$  时, 便可求得时间序列  $f(kT)$ ; 反之, 当知道时间序列  $f(kT)$  ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ) 时, 便可求得  $F(z)$ 。

## 2. Z 变换的性质和定理

(1) 线性性质。设  $L[f(kT)] = F(z)$ ,  $L[g(kT)] = G(z)$ , 且  $a, b$  为常数, 则有

$$L[af(kT)] = aF(z); L[bg(kT)] = bG(z)$$

$$L[af(kT) + bg(kT)] = aF(z) + bG(z).$$

鉴于这个性质, Z 变换是一种线性变换。

(2) 平移定理。设  $kT < 0$  时,  $f(kT) = 0$ ,  $L[f(kT)] = F(z)$ 。

滞后定理:

$$L[f(kT - nT)] = z^{-n}F(z) \quad (1-6)$$

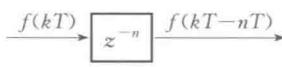
  $z^{-n}$  代表滞后环节, 表示把信号滞后  $n$  个采样周期, 如图 1-10 所示。当  $n = 1$  时,  $L[f(kT - nT)] = z^{-1}F(z)$ 。

图 1-10 滞后环节

超前定理:

$$L[f(kT + nT)] = z^n F(z) - \sum_{j=0}^{n-1} z^{n-j} f(jT) \quad (1-7)$$

$z^n$  代表超前环节, 表示信号超前几个采样周期。 $z^n$  在运算中是有用的, 就是实际上是不存在超前环节的。当  $n = 1$  时,  $L[f(kT + T)] = zF(z) - zf(0)$ 。

(3) 初值定理。设  $L[f(kT)] = F(z)$ , 则

$$f(0) = \lim_{k \rightarrow 0} f(kT) = \lim_{z \rightarrow \infty} F(z)$$

(4) 终值定理。设  $L[f(kT)] = F(z)$ , 则

$$f(\infty) = \lim_{k \rightarrow \infty} f(kT) = \lim_{z \rightarrow 1} (z - 1)F(z)$$

## 3. Z 反变换

由  $F(z)$  求出相应的脉冲序列  $f(kT)$  或数值序列  $f(k)$  称为 Z 反变换。记作

脉冲序列  $L^{-1}[F(z)] = f(kT) \quad (1-8)$

数值序列

$$L^{-1}[F(z)] = f(k)$$

(1-9)

Z 变换是对采样序列的变换,所以 Z 反变换得不到采样点之间的函数值。Z 反变换的求法通常有部分分式法、长除法和留数计算法。

(1) 部分分式法。部分分式法求取 Z 反变换的过程与用部分分式法求取拉氏反变换的过程十分相似。

(2) 长除法。将  $F(z)$  用长除法展开成  $z$  的降幂级数,再根据 Z 变换的定义,可以得到  $f(kT)$  的前若干项。

### 1.2.2 控制系统的时域数学模型

在此着重研究描述线性、定常、集总参数控制系统的微分方程的建立和求解方法。

#### 1. 线性元件的微分方程

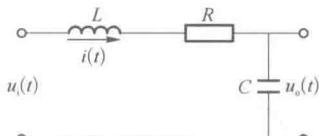
列写线性元件微分方程的基本步骤如图 1-11 所示。

例如,图 1-12 是由电阻  $R$ 、电感  $L$  和电容  $C$  组成的无源网络,试列写以  $u_i(t)$  为输入量,以  $u_o(t)$  为输出量的网络微分方程。

在这里设回路电流为  $i(t)$ ,由基尔霍夫定律可写出回路方程为

$$L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t) dt + Ri(t) = u_i(t), \quad u_o(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt \quad (1-10)$$

消去中间变量  $i(t)$ ,便得到描述网络输入输出关系的微分方程为



$$LC \frac{d^2 u_o(t)}{dt^2} + RC \frac{du_o(t)}{dt} + u_o(t) = u_i(t) \quad (1-11)$$

显然,这是一个二阶线性微分方程,也就是图 1-12 所示无源网络的时域数学模型。

图 1-12 RLC 无源网络

#### 2. 控制系统微分方程的建立

建立控制系统的微分方程时,一般先由系统原理线路图画出系统线路图,并分别列写组成系统各元件的微分方程;然后,消去中间变量便得到描述系统输出量与输入量之间关系的微分方程。列写系统各元件的微分方程时,一是应注意信号传送的单向性,即前一个元件的输出是后一个元件的输入,一级一级地单向传送;二是应注意前后连接的两个元件中,后级对前级的负载效应,例如无源输入阻抗对前级的影响、齿轮系对电动机转动惯量的影响等。

(1) 线性系统的特性。用线性微分方程描述的元件或系统,称为线性元件或线性系统。线性系统的重要性质是可以应用叠加原理。叠加原理有两重含义,即具有可叠加性和均匀性(或齐次性)。

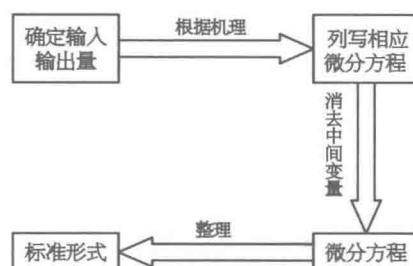


图 1-11 列写线性元件微分方程的基本步骤

线性系统的叠加原理表明,两个外作用同时加于系统所产生的总输出,等于各个外作用单独作用时分别产生的输出之和,且外作用的数值增大若干倍时,其输出亦相应增大同样的倍数。因此,对线性系统进行分析和设计时,如果有几个外作用同时加于系统,则可以将它们分别处理,依次求出各个外作用单独加入时系统的输出,然后将它们叠加。此外每个外作用在数值上可只取单位值,从而大大简化了线性系统的研究工作。

(2) 线性定常微分方程的求解。建立控制系统数学模型的目的之一是用数学方法定量研究控制系统的工作特性。当系统微分方程列写出来后,只要给定输入量和初始条件,便可对微分方程求解并由此了解系统输出量随时间变化的特性。线性定常微分方程的求解方法有经典法和拉氏变换法两种,也可借助电子计算机求解。本小节只介绍拉氏变换法。

拉氏变换定义:设函数  $f(t)$  满足①  $f(t) = 0$ ; ②  $t > 0$  时,  $f(t)$  分段连续,  $\int_0^\infty |f(t)e^{-st}| dt < \infty$ , 则  $f(t)$  的拉氏变换存在, 其表达式记作

$$F(s) = L[f(t)] = \int_0^\infty f(t)e^{-st} dt \quad (1-12)$$

拉氏变换法求解步骤:① 考虑初始条件,对微分方程中的每一项分别进行拉氏变换,得到变量  $s$  的代数方程;② 求出输出量拉氏变换函数的表达式;③ 对输出量拉氏变换函数求反变换,得到输出量的时域表达式,即为所求微分方程的解。

### 1.2.3 控制系统的复数域数学模型

控制系统的微分方程是在时间域描述系统动态性能的数学模型,在给定外作用及初始条件下,求解微分方程可以得到系统的输出响应。这种方法比较直观,特别是借助电子计算机可以迅速而准确地求得结果。但是如果系统的结构改变或某个参数变化,就要重新列写并求解微分方程,不便于对系统进行分析和设计。

用拉氏变换法求解线性系统的微分方程时,可以得到控制系统在复数域中的数学模型——传递函数。传递函数不仅可以表征系统的动态性能,而且可以用来研究系统的结构或参数变化对系统性能的影响。经典控制理论中广泛应用的频率法和根轨迹法,就是以传递函数为基础建立起来的,传递函数是经典控制理论中最基本和最重要的概念。

#### 1. 传递函数的定义和性质

(1) 定义。线性定常系统的传递函数定义为,零初始条件下,系统输出量的拉氏变换与输入量的拉氏变换之比。

设线性定常系统由下述  $n$  阶线性常微分方程描述:

$$\begin{aligned} & a_0 \frac{d^n}{dt^n} c(t) + a_1 \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} c(t) + \cdots + a_{n-1} \frac{d}{dt} c(t) + a_n c(t) \\ &= b_0 \frac{d^m}{dt^m} r(t) + b_1 \frac{d^{m-1}}{dt^{m-1}} r(t) + \cdots + b_{m-1} \frac{d}{dt} r(t) + b_m r(t) \end{aligned}$$