



“十三五”普通高等教育本科规划教材

# 工程力学实验

李治淼 张立刚 刘巨保 编



“十三五”普通高等教育本科规划教材

# 工程力学实验

李治淼 张立刚 刘巨保 编



中国电力出版社  
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

## 内 容 提 要

本书为“十三五”普通高等教育本科规划教材。主要包括理论力学实验、材料的机械性能实验、岩石力学实验、电测应力分析实验、石油石化装备力学实验和力学实验竞赛等部分。理论力学实验主要包括求重心的实验方法、固有频率的测定和分析、转动惯量的测定和误差分析、非均质复杂物体转动惯量的测定等；材料的力学性能实验主要包括材料拉伸、压缩、扭转的力学性能测试等；岩石力学实验主要包括岩石硬度与塑性系数的测定、岩石单轴抗压强度实验、岩石三轴压缩及变形实验、岩石弱面剪切强度实验等；电测应力分析实验主要包括应变电测技术基础、应变片的粘贴与灵敏系数标定、纯弯曲梁的正应力实验、薄壁圆筒弯扭组合实验、组合变形时的内力素及主应力测试等；石油石化装备力学实验主要有胀管拉脱实验、管束流固耦合实验、连续油管疲劳实验、细长管屈曲实验等；力学实验竞赛主要介绍了基础力学实验竞赛、结构设计创新竞赛的内容及试题，并对如何准备竞赛及模型制作等提供了参考。

本书可作为高等工科院校各专业工程力学、材料力学的实验课程教材，也可供高职高专院校相关专业师生及广大工程技术人员参考使用。

## 图书在版编目 (CIP) 数据

工程力学实验/李治森，张立刚，刘巨保编. —北京：中国电力出版社，2016.1

“十三五”普通高等教育本科规划教材

ISBN 978-7-5123-8759-1

I. ①工… II. ①李… ②张… ③刘… III. ①工程力学-实验-高等学校-教材 IV. ①TB12-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 002268 号

中国电力出版社出版、发行

(北京市东城区北京站西街 19 号 100005 <http://www.cepp.sgcc.com.cn>)

三河市航远印刷有限公司印刷

各地新华书店经售

\*

2016 年 1 月第一版 2016 年 1 月北京第一次印刷

787 毫米×1092 毫米 16 开本 13 印张 313 千字

定价 26.00 元

## 敬 告 读 者

本书封底贴有防伪标签，刮开涂层可查询真伪

本书如有印装质量问题，我社发行部负责退换

版 权 专 有 翻 印 必 究

# 前 言

工程力学实验课是力学教学中的一个重要环节，通过实验来加强学生对力学基本理论、基本概念和研究方法的理解，进行实验能力和操作技能的系统训练，培养用实验的方法去发现、分析和解决工程问题的能力，为学生扎实的科研能力和创新能力打下坚实的基础。

本书是结合工程力学、材料力学课程的教学要求而编写的，力求既与理论教学相呼应，又具有一定的独立性，同时结合石油石化工程力学竞赛对实验的知识内容进行了延伸与拓展。全书共分 10 章：第 1 章是误差理论与数据处理；第 2 章是相似理论与量纲分析；第 3 章是电测原理及仪器；第 4 章介绍了机测实验使用仪器；第 5~9 章介绍了理论力学实验、机测实验、岩石力学性质实验、电测实验、石油石化装备实验；第 10 章介绍了基础力学实验相关竞赛，包括基础力学实验竞赛和大学生结构设计竞赛等。本书在编写上注重逻辑性和系统性，内容精炼、循序渐进，文字叙述通俗易懂，可作为高等理工科院校力学、机械、土木、材料和石油工程等专业本科生的课程教材，也可作为非力学专业研究生的实验参考书。

本书由东北石油大学李治森、张立刚、刘巨保编写。其中，李治森编写了第 1、5、6、8、10 章和第 3.1、3.2 节，张立刚编写了第 2、4、7 章和第 3.3、3.4、6.7、6.8、9.5 节，刘巨保编写了第 9.1~9.4 节，任鹏飞、任国宝、贾建华等同学参加了本书部分内容的整理工作。

在本书的编写过程中，参考了国内外公开出版的一些图书、会议资料，得到了学校主管部门的大力支持，罗敏教授提出了宝贵的意见和建议，在此谨致以衷心的感谢。

由于编者学识所限，本书疏漏和不妥之处在所难免，恳请广大读者批评指正。

编 者

2015 年 12 月

# 目 录

## 前言

<b>第 1 章 误差理论与数据处理</b>	1
1.1 误差的基本概念	1
1.2 精度与测量不确定度	3
1.3 有效数字与数字修约	7
1.4 误差性质与判别	10
1.5 实验数据处理	11
<b>第 2 章 相似理论与量纲分析</b>	17
2.1 相似理论	17
2.2 量纲分析	21
2.3 模型实验设计	22
<b>第 3 章 电测原理及仪器</b>	26
3.1 电测法的基本原理	26
3.2 应变应力换算关系	33
3.3 常温静态应变测量	37
3.4 动态应变测量	43
<b>第 4 章 机测实验使用仪器</b>	55
4.1 ZME-1 型理论力学多功能实验台	55
4.2 材料机械性能测试试验机	55
4.3 材料力学多功能实验台	59
4.4 蠕变试验机	61
4.5 冲击试验机	63
<b>第 5 章 理论力学实验</b>	65
5.1 求重心的实验方法	65
5.2 固有频率的测定和分析	66
5.3 转动惯量的测定和误差分析	67
5.4 非均质复杂物体转动惯量的测定	69
5.5 四种载荷的区别和实验	70

5.6 自激振动实验 .....	71
<b>第6章 机测实验 .....</b>	<b>73</b>
6.1 材料的拉伸实验 .....	73
6.2 用图解法测定金属材料的规定非比例延伸强度 $R_p$ 及弹性模量 $E$ .....	79
6.3 测定金属材料的规定残余延伸强度 .....	81
6.4 确定金属材料的应变硬化指数 $n$ 实验 .....	82
6.5 压缩实验 .....	84
6.6 扭转破坏实验 .....	87
6.7 金属蠕变实验 .....	89
6.8 金属冲击实验 .....	93
<b>第7章 岩石力学性质实验 .....</b>	<b>96</b>
7.1 岩石硬度与塑性系数的测定 .....	96
7.2 岩石单轴抗压强度实验 .....	100
7.3 岩石压缩变形实验 .....	101
7.4 岩石抗拉强度实验（巴西法） .....	104
7.5 岩石抗剪强度实验（变角剪切） .....	106
7.6 岩石三轴压缩及变形实验 .....	107
7.7 岩石弱面剪切强度实验 .....	111
7.8 点载荷指数的测定 .....	113
7.9 岩石动态参数测定 .....	115
<b>第8章 电测实验 .....</b>	<b>117</b>
8.1 电阻应变片的粘贴实验 .....	117
8.2 弹性模量与泊松比的测定 .....	119
8.3 扭转应力测定实验 .....	121
8.4 纯弯曲梁的正应力实验 .....	122
8.5 偏心拉伸实验 .....	124
8.6 薄壁圆筒在弯扭组合变形下主应力测定实验 .....	126
8.7 薄壁圆筒受内压、弯、扭组合载荷时内力素测定实验 .....	129
8.8 压杆稳定实验 .....	132
8.9 悬臂梁实验 .....	135
8.10 敏感系数标定实验 .....	136
<b>第9章 石油石化装备实验 .....</b>	<b>139</b>
9.1 胀管拉脱实验 .....	139

9.2 管束流固耦合实验 .....	144
9.3 连续油管疲劳实验 .....	152
9.4 细长管屈曲实验 .....	158
9.5 固井轴向力测试实验 .....	161
<b>第 10 章 基础力学实验相关竞赛 .....</b>	<b>168</b>
10.1 全国大学生基础力学实验竞赛.....	168
10.2 黑龙江省大学生结构设计竞赛.....	176
10.3 挑战杯竞赛：大学生课外学术科技作品竞赛.....	183
10.4 中国石油工程设计大赛.....	186
10.5 全国研究生石油装备创新设计大赛.....	187
<b>附录 A 首届全国大学生基础力学实验竞赛试题及答案 .....</b>	<b>189</b>
<b>附录 B 结构设计竞赛方案计算书撰写示例 .....</b>	<b>193</b>
<b>参考文献 .....</b>	<b>200</b>

## 第1章 误差理论与数据处理

### 1.1 误差的基本概念

用实验的方法对某物理量（如长度）进行测试与研究时，由于测试方法和实验设备的不完善、周围环境的影响、人们认识能力有限等因素，测量和实验所得数据和被测量的真值之间，不可避免地存在着差异，这在数值上即表现为误差。随着科学技术的日益发展和人们认识水平的不断提高，虽可将误差控制得越来越小，但终究不能完全消除。误差存在的必然性和普遍性，已被大量实践所证明，为了充分认识进而减小误差，必须对测量过程和科学实验中始终存在着的误差进行研究。

通过对误差理论的学习，可以做到以下几点：

- (1) 正确认识误差的性质，分析误差产生的原因，以减小误差的影响。
- (2) 正确处理测量和实验数据，合理计算所得结果，以便在一定条件下得到更接近于真值的数据。
- (3) 正确组织实验过程，合理设计仪器或选用仪器和测量方法，以便在最经济的条件下得到理想的结果。

#### 1.1.1 误差的概念

任何量在一定客观条件下都具有不以人的意志为转移的固定大小，这个客观大小称为该物理量的真值。由于绝对真值的不可知性，人们在长期的实践和科学的研究中归纳出以下几种真值：

- (1) 理论真值。包括理论设计值、公理值、理论公式计算值。
- (2) 约定真值。包括国际计量大会规定的各种基本常数，基本单位标准。
- (3) 算术平均值。算术平均值是指多次测量的平均结果，当测量次数趋于无穷时，算术平均值趋于真值。
- (4) 误差。测量结果与真值之间总是有一定的差异，这种差异称为误差。
- (5) 误差公理。误差自始至终贯穿在一切科学实验之中。

#### 1.1.2 误差的表示

- (1) 绝对误差  $\epsilon$ 。绝对误差是指测量值  $x$  与被测量的真值  $a$  的差，即

$$\epsilon = x - a \quad (1-1)$$

由于真值不可能知道，所以绝对误差也是不可知的，于是研究分析误差应从“残差”着手。设  $x_1, x_2, \dots, x_n$  为某物理量  $x$  的测量值， $\bar{x}$  为其算术平均值，则各测量值  $x_i$  和  $\bar{x}$  之间的差称为残差，即

$$\delta_i = x_i - \bar{x} \quad (1-2)$$

- (2) 相对误差  $E$ 。相对误差是指绝对误差  $\epsilon$  与被测量的真值  $a$  的比值。由于真值是一理想量，实验中用测量的平均值  $\bar{x}$  来代替真值，即

$$E = \frac{\epsilon}{a} \quad \text{或} \quad E = \frac{\epsilon}{\bar{x}} \quad (1-3)$$

### 1.1.3 误差的分类

根据误差的性质可将误差分为三大类，即随机误差、系统误差和粗大误差。

(1) 随机误差。对同一量值进行多次等精度的重复测量，得到一系列的测量值，每个测量值都含有误差，这些误差的出现没有特定的规律，但就误差的总体而言，却有统计规律。多数随机误差具有以下特性，这种误差的分布规律，称为正态分布特性。随机误差的正态分布曲线见图 1-1。

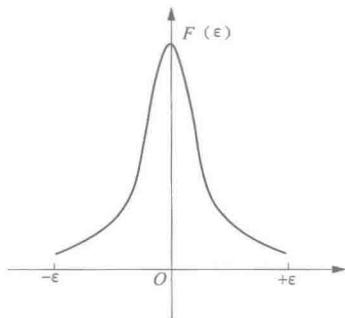


图 1-1 随机误差正态分布曲线

1) 绝对值相等的正误差与负误差出现的次数相等，即误差的对称性。

2) 绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的次数多，即误差的单峰性。

3) 在一定的测量条件下，随机误差的绝对值不会超过一定界限，即误差的有界性。

4) 随着测量次数的增加，随机误差的算术平均值趋于零，即误差的抵偿性。

在实际工作中，抽取足够的样本容量进行调查意味着人力、物力和财力的增加，尤其对一些具有破坏性的实验来说也不宜抽取太多的样本容量。也就是说，对于大样本进行观察受到某些条件的限制。 $t$  分布是小样本分布，小样本分布一般是指  $n < 30$ 。 $t$  分布适用于总体标准差  $\sigma$  未知时用实验标准差  $s$  代替总体标准差  $\sigma$ ，由样本平均数推断总体平均数，以及 2 个小样本之间差异的显著性检验等。

由于随机误差的抵偿性，当测量次数足够多时，正、负误差的绝对值相等，因此，多次测量的算术平均值作为被测量的测量结果，能减小随机误差的影响。算术平均值的表达式为

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1-4)$$

式中： $x_i$  为第  $i$  次的测量值。

由于随机误差的存在，等精度测量中各测得值一般皆不相同，它们围绕着测量列的平均值有一定的分散性，测量的标准差可用实验标准（偏）差表征，由贝赛尔公式计算。标准差的大小说明在一定条件下等精度测量随机误差的概率分布情况。标准差大，随机误差的分布范围宽，精密度低；标准差小，随机误差的分布范围窄，精密度高。标准差的表达式为

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (1-5)$$

如果在相同条件下对同一量值做多组测量，每一测量列都有一算术平均值，由于随机误差的存在，各个测量列的平均值各不相同，它们围绕着真值有一定的分散性，因此可用算术平均值的标准差来表征算术平均值的分散性。算术平均值标准差的表达式为

$$s_x = \frac{s}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (1-6)$$

(2) 系统误差。系统误差是由固定不变的或按某种规律变化的因素造成的，这些误差因

素可能包括以下几个方面：

1) 测量装置方面的原因。仪器设计上的欠缺、仪器零件制造和安装的不正确、仪器附件的制造偏差。

2) 测量环境的原因。测量过程中温度、湿度等按一定的规律变化。

3) 测量方法的原因。采用近似的测量方法或近似的计算公式引起的误差。

4) 测量人员的原因。由于测量人员的个人特点导致的测量误差。

系统误差具有确定的规律性，这与随机误差有根本区别。不过，有些系统误差的规律还未掌握，因而没有一个规则化的处理方法，这给处理系统误差带来一定的困难。系统误差按其表现的规律特征，可分为恒定系统误差和变值系统误差。

1) 恒定系统误差。多次测量时，条件完全不变，或条件改变并不影响测量结果，因而各次测量的结果中该误差恒定不变。恒定系统误差以大小和符号固定的形式存在于每个测量值和算术平均值之中，它仅影响测量的算术平均值，并不影响其随机误差的分布规律及分布范围。

2) 变值系统误差。指在整个测量过程中，误差的大小和符号按某一确定规律变化的误差。它不仅影响测量的算术平均值，而且改变其随机误差的分布规律和分布范围。

由于产生系统误差的因素是多方面的，又很复杂，还不能找到一套适用于所有系统误差的通用方法。但对于测量中存在的较为显著的系统误差，可以通过一些检验方法和手段发现。

1) 通过实验对比检验系统误差。可用同精度的其他仪器或测量方法给出的测量结果做对比，若发现明显差别，表明二者之间有系统误差。

2) 通过理论分析判断系统误差。对测量器具、测量原理、方法、数据处理等方面进行具体分析，能够找到测量中的各系统误差因素。有时可根据测量的具体内容找出系统误差所遵从的函数关系，由此计算出测量的系统误差的具体数值，利用修正法予以消除。

3) 对测量数据进行直接判断通过观察测量数据的变化趋势，直接发现测量中的系统误差。该方法较为粗略，但简单易行。

4) 用统计方法进行检验，按随机误差的统计规律做出某种统计判断，如果不相符合，则说明包含系统误差。由于该判别方法不涉及测量本身，仅针对测量数据，因而便于使用。

(3) 粗大误差。测量数据中包含随机误差和系统误差是正常的，只要测量误差在一定的范围内，测量结果就是正确的。但当测量者在测量时由于疏忽造成错误读取示值、错误记录测量值、错误操作，以及使用有欠缺的计量器具时，会出现粗大误差，该数据的误差分量明显偏大，即明显歪曲测量结果。任意的测量数据都含有测量误差，并服从某一分布，它使测量结果具有一定的分散性。因此，仅凭直观判断，难以区分含有粗大误差的异常数据和正常数据。

粗大误差的判别主要有莱以特准则( $3\sigma$ 准则)、肖维特准则、格罗布斯准则、 $t$ 检验准则(罗曼诺夫斯基准则)、狄克逊准则等。

## 1.2 精度与测量不确定度

### 1.2.1 精度

反映测量结果与真值接近程度的量称为精度，它与误差的大小相对应，因此可用误差大

小来表示精度的高低，误差小则精度高，误差大则精度低。

(1) 精度的分类。精度可分为精密度、准确度、精确度。

1) 精密度。表示测量结果中偶然误差大小的程度。它是指在规定条件下对被测量进行多次测量时，各次测量结果之间离散的程度。精密度高则离散程度小，重复性大，偶然误差小，但系统误差的大小不明确。

2) 准确度。表示测量结果中系统误差大小的程度。它是指在规定条件下，多次测量数据的平均值与真值符合的程度。准确度高则测量接近真值的程度高，系统误差小，但对测量的偶然误差的大小并不明确。

3) 精确度。表示测量结果中系统误差与偶然误差的综合大小的程度。它是指测量结果的重复性及接近真值的程度。对于测量来说，精密度高，准确度不一定高；而准确度高，精密度也不一定高；只有精密度和准确度都高时，精确度才高。

下面以打靶为例来形象地说明这三个不同概念之间的区别。图 1-2 (a) 所示子弹比较集中，但都偏离靶心，说明射出的精密度高，但准确度较低；图 1-2 (b) 所示子弹比较分散，但是它们的中心位置比较接近靶心，说明射击的准确度高，但精密度较低；图 1-2 (c) 所示子弹比较集中靶心，说明射击的精密度和准确度都较高，即精确度较高。

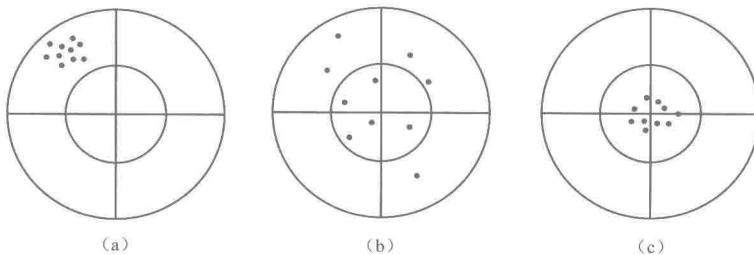


图 1-2 测量的精密度、准确度和精确度

(a) 精密度；(b) 准确度；(c) 精确度

(2) 提高测量精度的方法。

1) 控制测量的误差因素。控制各误差因素来减小各不确定度分量，是提高测量精度的最基本方法。首先从根源上消除或减小误差的影响，对测量的环节进行具体分析，找出产生误差的原因，采取恰当的措施减小或消除。例如，严格控制环境温度，保证稳定的测量环境，选择好的测量仪器，提高仪器的测量精度等。再次选择恰当的方法，能避免某些误差因素对测量结果的影响。例如，对称测量可消除线性变化的误差，对于周期性的误差采用一定的方法（半周期法）可减小或消除。

2) 选择有利的测量方案。在间接测量中，测量结果往往与很多因素有关，测量方案的选择有多种，最佳的方案就是使测量结果的不确定度达到最小的方案。要做到这一点，应从两方面入手。首先，选择最佳的测量公式。一般说来，间接测量的函数公式可能不止一种，在间接测量的函数公式中，不确定度分量的个数越少，合成的总不确定度就会越小。因此可由函数公式所涉及的直接测量的个数最少来确定函数公式，即确定测量方程的最佳形式。其次，间接测量的不确定度还与灵敏系数有关，应遵循灵敏系数最小原则。根据不确定度的传递公式，显然，若灵敏系数越小，则相应的直接测量量的不确定度分量与灵敏系数的乘积就

越小。因此，若能使不确定度分量的灵敏系数最小，就可减小其对间接测量的总不确定度的影响。

3) 控制误差的最大分量。与微小误差相反，在测量中，一个或几个大的误差对测量精度的影响举足轻重。若能适当减小这一个或几个直接测量量的不确定度，就可大大减小最后测量的总不确定度，从而提高测量的精度。因此，为有效提高测量精度，还应从大的误差分量下手，适当控制最大误差分量。

### 1.2.2 测量不确定度

随着生产的发展和科学技术的进步，对测量数据的准确性和可靠性提出了更高的要求，由于测量误差的存在，被测量的真值难以确定，测量结果带有不确定性。长期以来，人们不断追求以最佳方式估计被测量的值，以最科学的方法评价测量结果的质量高低的程度。测量不确定度就是评定测量结果质量高低的一个重要指标。不确定度越小，测量结果的质量越高，使用价值越大，其测量水平也越高；不确定度越大，测量结果的质量越低，使用价值越小，其测量水平也越低。因此，测量不确定度在我国受到越来越高的重视。广大科技人员，尤其是从事测量的专业技术人员都应正确理解测量不确定度的概念，正确掌握测量不确定度的表示与评定方法，以适应现代测试技术发展的需要。

(1) 测量不确定度的基本概念。测量不确定度是指测量结果变化的否定，是表征被测量的真值在某个量值范围的一个估计，是测量结果含有的一一个参数，用以表示被测量值的分散性。一个完整的测量结果应包含被测量值的估计与分散性参数两部分。例如，被测量  $Y$  的测量结果为  $y \pm U$ ，其中  $y$  是被测量值的估计，它具有的测量不确定度为  $U$ 。显然，在测量不确定度的定义下，被测量的测量结果所表示的并非一个确定的值，而是分散的无限个可能值所处于的一个区间。

根据测量不确定度定义，在测量实践中如何对测量不确定度进行合理的评定，这是必须解决的基本问题。对于一个实际测量过程，影响测量结果精度的因素有很多方面，因此测量不确定度一般包含若干个分量。各不确定度分量不论其性质如何，皆可用两类方法进行评定，即 A 类评定与 B 类评定。其中一些分量由一系列观测数据的统计分析来评定，称为 A 类评定；另一些分量不是用一系列观测数据的统计分析法，而是基于经验或其他信息所认定的概率分布来评定，称为 B 类评定。所有的不确定度分量均用标准差表征，它们或是由随机误差而引起的，或是由系统误差而引起的，都对测量结果的分散性产生相应的影响。

(2) 标准不确定度的评定。用标准差表征的不确定度，称为标准不确定度，用  $u$  表示。测量不确定度所包含的若干个不确定度分量，均是标准不确定度分量，用  $u_{x_i}$  表示，其评定方法如下：

1) 标准不确定度的 A 类评定。A 类评定是用统计分析法评定，其标准不确定度  $u$  等于由系列观测值获得的标准差  $a$ ，即  $u=a$ 。

当被测量  $Y$  取决于其他  $n$  个量  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  时，则  $Y$  的估计值  $y$  的标准不确定度  $u_y$ ，将取决于  $X_i$  估计值  $x_i$  的标准不确定度  $u_{x_i}$ ，为此要首先评定  $x_i$  的标准不确定度  $u_{x_i}$ 。其方法是在其他  $X_j (j \neq i)$  的条件下，仅对  $X_i$  进行  $n$  次等精度独立测量，用统计法由  $n$  个观测值求得单次测量标准差  $\sigma_i$ ，则  $x_i$  的标准不确定度  $u_{x_i}$  的数值按下列情况分别确定：如果用单次测量值作为  $X_i$  的估计值  $x_i$ ，则  $u_{x_i}=\sigma_i$ ；如果用  $n$  次测量的平均值作为  $X_i$  的估计值

$x_i$ , 则  $u_{x_i} = \frac{\sigma_i}{\sqrt{n}}$

2) 标准不确定度的 B 类评定。B 类评定不用统计分析法, 而是基于其他方法估计概率分布或分布假设来评定标准差并得到标准不确定度。B 类评定在不确定度评定中占有重要地位, 因为有的不确定度无法用统计方法来评定, 或者虽可用统计法, 但不经济可行, 所以在实际工作中, 采用 B 类评定方法居多。

设被测量  $X$  的估计值为  $x$ , 其标准不确定度的 B 类评定是借助于影响  $x$  可能变化的全部信息进行科学判定的。这些信息可能是以前的测量数据、经验或资料, 有关仪器和装置的一般知识, 制造说明书和检定证书或其他报告所提供的数据, 由手册提供的参考数据等。为了合理使用信息, 正确进行标准不确定度的 B 类评定, 要求有一定的经验及对一般知识有透彻的了解。

采用 B 类评定法, 需先根据实际情况分析, 对测量值进行一定的分布假设, 可假设为正态分布, 也可假设为其他分布, 常见有下列几种情况:

a. 当测量估计值  $x$  受到多个独立因素影响, 且影响大小相近时, 则假设为正态分布, 由所取置信概率  $P$  的分布区间半宽  $a$  与包含因子  $k_p$ , 来估计标准不确定度, 即

$$u_x = \frac{a}{k_p} \quad (1-7)$$

b. 当估计值  $x$  取自有关资料, 所给出的测量不确定度  $U$  为标准差的  $k$  倍时, 则其标准不确定度为

$$u_x = \frac{U_x}{k_p} \quad (1-8)$$

c. 若根据信息已知估计值  $x$  落在区间  $(x-a, x+a)$  内的概率为 1, 在区间内各自出现的机会相等, 则  $x$  服从均匀分布, 其标准不确定度为

$$u_x = \frac{a}{\sqrt{3}} \quad (1-9)$$

d. 当估计值  $x$  受到两个独立且都具有均匀分布的因素影响, 则  $x$  服从在区间  $(x-a, x+a)$  内的三角分布, 其标准不确定度为

$$u_x = \frac{a}{\sqrt{6}} \quad (1-10)$$

e. 当估计值  $x$  服从在区间  $(x-a, x+a)$  内的反正弦分布, 则其标准不确定度为

$$u_x = \frac{a}{\sqrt{2}} \quad (1-11)$$

(3) 测量不确定度与误差的关系。测量不确定度和误差是误差理论中两个重要概念, 它们具有相同点, 都是评价测量结果质量高低的重要指标, 都可作为测量结果的精度评定参数。但它们又有明显的区别, 必须正确认识和区分, 以防混淆和误用。

从定义上讲, 按照误差的定义式, 误差是测量结果与真值之差, 它以真值或约定真值为中心, 而测量不确定度是以被测量的估计值为中心。因此误差是一个理想的概念, 一般不能准确知道, 难以定量; 而测量不确定度是反映人们对测量认识不足的程度, 是可以定量评定的。

在分类上, 误差按自身特征和性质分为系统误差、随机误差和粗大误差, 并可采取不同

的措施来减小或消除各类误差对测量的影响。但由于各类误差之间并不存在绝对界限，故在分类判别和误差计算时不易准确掌握；测量不确定度不按性质分类，而是按评定方法分为A类评定和B类评定，两类评定方法不分优劣，按实际情况的可能性加以选用。由于不确定度的评定不考虑影响不确定度因素的来源和性质，只考虑其影响结果的评定方法，从而简化了分类，便于评定与计算。

不确定度与误差有区别，也有联系。误差是不确定度的基础，研究不确定度首先需研究误差，只有对误差的性质、分布规律、相互联系及对测量结果的误差传递关系等有了充分的认识和了解，才能更好地估计各不确定度分量，正确得到测量结果的不确定度。用测量不确定度代替误差表示测量结果，易于理解、便于评定，具有合理性和实用性。但测量不确定度的内容不能包罗更不能取代误差理论的所有内容，例如传统的误差分析与数据处理等均不能被取代。客观地说，不确定度是对经典误差理论的一个补充，是现代误差理论的内容之一，但它还有待于进一步研究、完善与发展。

### 1.3 有效数字与数字修约

#### 1.3.1 有效数字的位数

有效数字是指在表达一个数量时，其中的每一个数字都是准确、可靠的，而只允许保留最后一位估计数字，这个数量的每一个数字为有效数字。

(1) 纯粹理论计算的结果。例如 $\pi$ 、 $e$ 、 $\sqrt{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 等，它们可以根据需要计算到任意位数的有效数字，其中， $\pi$ 可以取3.14、3.141、3.1415、3.14159等。因此，该类数量其有效数字的位数是无限制的。

(2) 测量得到的结果。该类数量其末一位数字往往是估计得来的，因此具有一定的误差和不确定性。例如用千分尺测量试样的直径为10.47mm，其中百分位是7，因千分尺的精度为0.01mm，所以百分位上的7已不大准确，而前三位数是肯定准确、可靠的，最后一位数字已带有估计的性质。所以对于测量结果只允许保留最后一位不准确数字，这是一个四位有效数字的数量。

在鉴别有效数字时，数字0可以是有效数字，也可以不是有效数字。例如，用0.02精度的卡尺测量试样直径，得到10.08mm和10.10mm，这里的0都是有效数字。在测量一个杆件长度时得到0.00320m，这时前面3个零均非有效数字，因为这些0只与所取的单位有关，而与测量的精确度无关。如果采用毫米作为单位，则前面的3个0完全消失，变为3.20mm，故有效数字是3位。例如，12000m和13000g，很难肯定其中的0是否是有效数字。这时最好用指数的表示法，用10的方次，前面的数字代表有效数字。例如，12000m写为 $1.2 \times 10^4$ m，则表示有效数字是2位；如果把它写为 $1.20 \times 10^4$ m，则表示有效数字是3位。

现以下列长度测量为例说明有效数字位数：①123cm；②0.00123cm；③12.03cm；④12.30cm；⑤12300cm。其中，测量①的有效数字为3位；测量②的有效数字为3位，小数点后的2个0仅供指示小数点的位置用；测量③的有效数字是4位；测量④也是4位有效数字；测量⑤的形式最为含混，看不出来长度接近于米还是接近于厘米，遇到这种情况，可

将其表示为  $1.230 \times 10^4 \text{ cm}$ , 则可以看出有效数字是 4 位。

(3) 自变量  $x$  和因变量  $y$  数字位数的取法。因变量  $y$  的数字位数取决于自变量  $x$ 。凡数值是根据理论计算得来的, 则可以认为因变量  $y$  的有效数字位数为无限制的, 可以根据需要来选取; 若因变量  $y$  的数值取决于测定量  $x$  时, 因自变量  $x$  在测定时有误差, 则其有效数字取决于实验的精确度。例如, 测量拉伸试样的工作直径, 其名义值为 10mm, 若用千分尺测量, 因其精确度为 0.01mm, 因此, 试样直径的有效数字可以是 10.01、10.02、10.03, 也可能是 9.99、9.98、9.97 等。根据直径计算的试样横截面积为 3 位有效数字, 再根据实验测得的载荷量计算屈服极限和强度极限, 这些应力值的有效数字位数顶多取 3 位。

### 1.3.2 数值修约规则概述

数值修约即通过省略原数值的最后若干位数字, 调整所保留的末尾数字, 使最后所得到的数值最接近原数值的过程。修约采用 GB/T 8170—2008《数值修约规则与极限数值的表示和判定》规定的数值修约规则。修约规则与修约间隔有关。

(1) 修约间隔。修约间隔系确定修约保留位数的一种方式。修约间隔的数值一经确定, 修约值即应为该数值的修约值的整数倍。若指定修约间隔为 0.1, 修约值应在 0.1 的整数倍中选取, 相当于将数值修约到 1 位小数, 若指定修约间隔为 100, 修约值应在 100 的整数倍中选取, 相当于将数值修约到“百”数位。

#### (2) 进舍规则。

- 1) 拟舍弃数字的最左一位小于 5 时, 则舍去, 即保留各位数字不变。
- 2) 拟舍弃数字的最左一位大于 5 或是 5, 但其后跟有并非全部为 0 的数字时, 则进 1, 即保留的末尾数字加一。
- 3) 拟舍弃数字的最左一位数字是 5, 且其后有非 0 数字时进一, 即保留数字的末位数字加 1。

4) 拟舍弃数字的最左一位数字为 5, 且其后无数字或皆为 0 时, 若保留的末位数字为奇数 (1、3、5、7、9) 则进一, 即保留数字的末位数字加 1; 若保留的末位数字为偶数 (0、2、4、6、8), 则舍去。例如, 修约到 1 位小数,  $12.1498 \rightarrow 12.1$ ; 修约到个位数,  $10.502 \rightarrow 11$ ; 修约到百位数,  $1268 \rightarrow 13 \times 10^2$ ; 修约间隔 0.1,  $1.050 \rightarrow 1.0$ ,  $0.350 \rightarrow 0.4$ ; 修约间隔  $10^3$ ,  $2500 \rightarrow 2 \times 10^3$ ,  $3500 \rightarrow 4 \times 10^3$ 。

5) 不许连续修约。例如, 修约 15.4546, 修约间隔为 1。正确的做法为  $15.4546 \rightarrow 15$ ; 不正确的做法为  $15.4546 \rightarrow 15.455 \rightarrow 15.46 \rightarrow 15.5 \rightarrow 16$ 。

6) 负数修约时, 先将它的绝对值按 GB/T 8170—2008 中 2.1~2.5 的规定进行修约, 然后在所得值前面加上负号。

7) 在具体实施中有时先将获得数值按指定位数多一位或几位报出, 然后再判定。为避免产生连续修约的错误, 应按下述步骤进行:

a. 报出数字最后的非 0 数字为 5 时应在数值后加 (+)、(-) 或不加, 已分别表明已进行过舍、进或未舍未进。例如, 16.50 (+) 表示实际值大于 16.50, 经修约舍弃而成为 16.50。

b. 若判定报出值需修约, 当拟舍数字的最左一位数字为 5 而后面无数字或皆为 0 时, 数值后面有 (+) 者进 1, 数值后有 (-) 者舍去, 其他仍按进舍规则进行。

报出值修约示例见表 1-1。

表 1-1

报出值修约示例

实 测 值	报 出 值	修 约 值
15.4546	15.5（-）	15
16.5203	16.5（+）	17
17.5000	17.5	18

(3) 0.5 及 0.2 单位修约。若有必要，可以采用 0.5 单位修约或 0.2 单位修约。0.5 单位修约也称半个单位修约，指修约间隔为指定位数的 0.5 单位，即修约至指定位数的 0.5 单位。0.2 单位修约指修约间隔为指定位数的 0.2 单位，即修约至指定位数的 0.2 单位。上述的进舍规则实际为 1 单位修约，即单位修约。

1) 0.5 单位修约法。将拟修约数字乘 2，按指定数位依进舍规则修约，所得数值再除以 2。例如将表 1-2 所列数字修约至个位数的 0.5 单位，具体见表 1-2。

表 1-2

0.5 单位数字修约示例

拟修约值 (A)	拟修约值乘 2 (2A)	2A 修约值 (修约间隔为 1)	A 修约值 (修约间隔为 0.5)
60.25	120.50	120	60.0
60.38	120.76	121	60.5
60.75	121.50	122	61.0

2) 0.2 单位修约法。将拟修正数乘 5，按指定数位依进舍规则修约，所得数字再乘以 5。例如将表 1-3 所列数字修约至个位数的 0.2 单位，具体见表 1-3。

表 1-3

0.2 单位数字修约示例

拟修约值 (A)	拟修约值乘 5 (5A)	5 修约值 (修约间隔为 1)	A 修约值 (修约间隔为 0.2)
8.42	42.10	42	8.4

(4) 最终测量结果修约。最终测量结果应不再含有可修正的系统误差。

力学实验所测定的各项性能指标及测试结果的数值一般是通过测量和运算得到的。由于计算的特点，其结果往往出现多位或无穷多位数字，但这些数字并不都具有实际意义。在表达和书写这些数值时必须对它们进行修约处理。

对数值进行修约之前应明确保留几位数有效数字，也就是说应修约到哪一位数。性能数值的有效位数主要决定于测试的精确度。例如，某一性能数值的测试精确度为  $\pm 1\%$ ，则计算结果保留 4 位或 4 位以上有效数字显然没有实际意义，夸大了测量的精确度。在力学性能测试中测量系统的固有误差和方法误差决定了性能数值的有效位数。

测得金属材料拉伸力学性能数值按表 1-4 进行修约，修约的方法按照 GB/T 1.1—2009《标准化工作导则 第 1 部分：标准的结构和编写》执行。

表 1-4

金属材料拉伸力学性能数值修约

测 试 项 目	范 围	修 约 到
$R_p, R_t, R_r$	$\leq 200 \text{ N/mm}^2$	$1 \text{ N/mm}^2$
$R_{eH}, R_{eL}$	$> 200 \sim 1000 \text{ N/mm}^2$	$5 \text{ N/mm}^2$
$R_m$	$> 1000 \text{ N/mm}^2$	$10 \text{ N/mm}^2$

续表

测 试 项 目	范 围	修 约 到
A <sub>c</sub> , A <sub>g</sub> , A <sub>gi</sub>	—	0.1%
	≤10%	0.5%
	>10%	1%
Z	≤25%	0.5%
	>25%	1%

## 1.4 误差性质与判别

### 1.4.1 误差的来源

在测量过程中，误差产生的原因可归纳为以下几个方面：

(1) 测试设备与计量仪器误差。如果测试设备加工制造质量、安装调试质量，测试仪表是否线性、滞后，仪表示值刻度是否准确等。此外，测试设备元件之间的间隙、摩擦都会给测试结果带来一定的误差。

(2) 环境误差。由于各种环境因素与规定的标准状态不一致而引起的测量装置和被测量本身的变化所造成的误差，例如温度、湿度、气压（引起空气各部分的扰动）、振动（外界条件及测量人员引起的振动）、照明（引起视差）、重力加速度、电磁场等所引起的误差。通常仪器仪表在规定的正常工作条件所具有的误差称为基本误差，而超出该条件时所增加的误差称为附加误差。

(3) 方法误差。由于测量方法不完善所引起的误差，例如采用近似的测量方法而造成的误差。选用方法是否合适，直接影响结果的准确性。

(4) 人员误差。由于测量者受分辨能力的限制而引起的误差，例如，因工作疲劳引起的视觉器官的生理变化，固有习惯引起的读数误差，以及精神上的因素产生的一时疏忽等。

总之，在计算测量结果的精度时，对上述四个方面的误差来源，必须进行全面的分析，力求不遗漏、不重复，特别应注意对误差影响较大的因素。

### 1.4.2 粗差的判别与处理

在前面已谈过粗差及其产生的原因，这里主要谈谈粗差的鉴别和消除的方法。在判别某测量值是否包含粗差时，应做出详细的分析和研究。一般采用粗差判别准则来鉴别。

以下以  $3\sigma$  准则为例说明。设  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  是对某量的一组等精度测量，而且服从正态分布，由正态分布理论可知，真误差落在  $\pm 3\sigma$  内的概率为 99.73%，即误差大于  $\pm 3\sigma$  的概率是 0.27%，属于小概率事件。如果发现误差的绝对值大于  $\pm 3\sigma$ ，则认为该测量值  $x_i$  包含粗大误差，通常将其称为异常值，应剔除。

对于粗差，除了设法从测量结果中鉴别和剔除外，首先是强化测量者严谨的科学态度和实事求是的工作作风，其次要注意保证实验条件和环境的稳定性，尽可能避免实验环境和条件的突变导致粗差的产生。

### 1.4.3 系统误差的判别与处理

在测量过程中，发现有系统误差存在时，要对产生系统误差的因素做进一步分析比较，找出减小系统误差的方法。