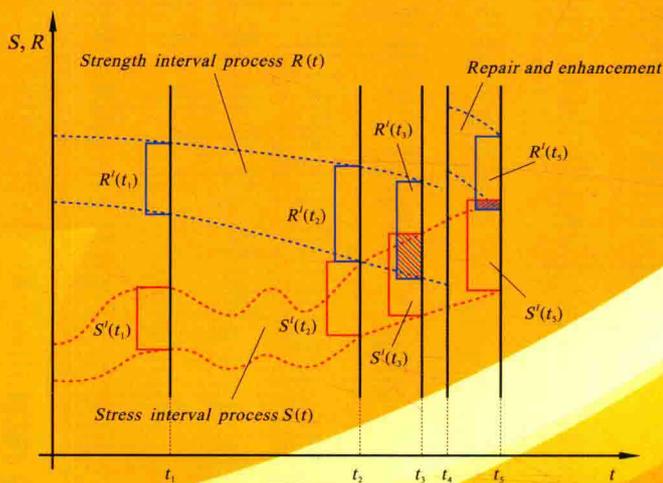
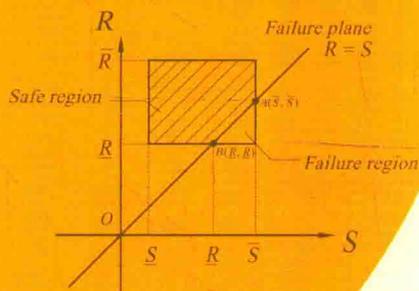


结构可靠性分析与优化设计的 非概率集合理论

王晓军 王磊 邱志平 著



科学出版社

结构可靠性分析与优化设计的 非概率集合理论

王晓军 王 磊 邱志平 著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书重点论述了贫信息、少数据情况下结构不确定性分析与可靠性优化设计的非概率集合理论及其在航空航天等工程领域中的应用。

全书共三篇。第一篇针对影响结构安全的不确定性参数贫信息、少数据情况,介绍了有限测量数据下的非概率定量化方法,并将定量化结果应用到桁架、梁板等实际工程结构的不确定性传播分析中,给出了结构响应的区间估计。第二篇以非概率集合理论为基础,提出了多种可靠性模型和度量指标,可以有效地解决复杂不确定性(非概率、多源、时变)环境下航空航天典型结构及系统的安全性评估问题。第三篇将所提出的可靠性度量指标应用到结构不确定性优化问题中,分别构建了面向时不变结构和时变结构(拟建结构和在役结构)的可靠性设计模型,并分析了与传统安全系数设计的相容性问题。

本书可作为航空航天、力学、土木工程、建筑工程等专业的研究生及高年级本科生的教材,也可作为相关专业工程技术人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

结构可靠性分析与优化设计的非概率集合理论 / 王晓军, 王磊, 邱志平著. —北京: 科学出版社, 2016.3

ISBN 978-7-03-047167-3

I. ①结… II. ①王… ②王… ③邱… III. ①结构可靠性—研究 ②结构设计—最优设计—研究 IV. ①TB114.3 ②TU318

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 017346 号

责任编辑: 余 丁 闫 悦 / 责任校对: 桂伟利

责任印制: 张 倩 / 封面设计: 迷底书装

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

文林印务有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2016 年 3 月第 一 版 开本: 720×1 000 1/16

2016 年 3 月第一次印刷 印张: 13 3/4

字数: 262 000

定价: 78.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

前 言

可靠性理论是一门涉及基础科学、技术科学与管理科学的新兴学科，它的诞生可以追溯到 20 世纪 50 年代，首先在航空航天和电子工业领域中快速发展。“可靠性”作为衡量产品质量的重要指标，可以合理认知并有效量化非确定因素的综合影响，在产品研发、制造及服役的整个过程中扮演着极为关键的角色。随着科学技术的不断进步，工程结构系统日益庞大精密，其服役环境也越来越复杂多变，存在于结构自身及外界环境的不确定性问题不容忽视。如何在结构设计、施工及使用过程中对多种不确定因素进行有效控制与准确评价，保证结构安全的同时，寻求经济效益最优的设计与维护方案，是结构可靠性分析与设计的核心内容。可以说，结构可靠性理论自 20 世纪 60~70 年代发展至今，已逐渐成为结构工程的主要研究方向之一，并演化为结构强度理论与计算结构力学的一个重要分支。

近几十年来，国内外在结构可靠性理论及其应用方面开展了大量工作，特别是在以概率统计思想为基础的随机可靠性理论方面取得了一系列研究进展。然而，随着人们对于结构不确定性问题的认识不断深入，概率可靠性指标建模与求解方法存在不可规避的局限性，主要表现在：首先，确定表征参数不确定性的概率密度函数是进行可靠性分析与设计的先决条件，但是实际应用过程中，可获知的试验样本数据往往是有限的，不确定变量的统计信息难以准确获得；其次，由于工程问题的复杂性，往往需要面对多源不确定性，如准则的模糊性、载荷的未知而有界性等。传统概率方法的工程适用性不强。鉴于此，面对贫信息、少数据条件，亟待建立系统完善的非概率可靠性理论体系，以期丰富和发展现有的不确定性分析与设计方法，促进工程实用化进程。

本书旨在揭示非概率理论框架下结构可靠性分析与设计的全过程，包括不确定性源的辨识与非统计量化、基于量化结果的不确定性传播分析、典型不确定性环境下(区间/凸模型、混合、时变)结构可靠性指标的定义与高效求解、基于静态/动态可靠性约束的结构优化设计等内容，形成一套较为完善的结构可靠性分析与设计的非概率集合理论。具体内容安排如下。

绪论(第 1 章)部分呈现了工程不确定问题研究的基本框架，包括不确定性量化和传播、结构可靠性分析及优化设计方法的基本理论及研究现状。这一章还扼要地介绍了后面各章将深入研究的内容。

工程中的不确定因素来源很多，而可获知的参数样本数据却极为有限。因此，如何在有限样本条件下建立快速可行的参数辨识与量化方法，直接影响后续结构分析与设计的合理性。本书在第一篇(第 2~4 章)中，分别基于模糊扩展评价理论、

灰度理论和信息熵理论、最小区间集理论建立了三套非统计不确定性量化模型，详细阐述了各自的理论推演过程及适用范围，并结合算例论证了方法的有效性。每种量化模型各有优劣，读者可针对具体情况选择合适的方法，这样才能更加准确而高效地解决实际工程问题。

第二篇(第 5~10 章)正式介绍了非概率框架下的结构可靠性分析理论与方法。可以说，不确定性的描述形式决定了结构可靠性计算模型的类型。第 5 章、第 6 章分别对单一源不确定性的两种非概率表征模型，即区间模型和凸模型，提出了相应的结构可靠性度量方法。第 7 章针对四种典型结构非概率可靠性模型在求解线性、非线性问题时的适用性进行比较评估，对工程实际问题具有一定的理论指导。考虑到结构中可能同时存在随机性、模糊性及非概率不确定性等多种不确定因素综合作用，第 8 章详实介绍了不同不确定性组合下结构的混合可靠性指标定义与显式求解方法。此外，服役结构需要求解考虑时间效应(如材料退化、动态载荷等)的安全性评估问题，现有的静态简化处理方式比较粗糙，与工程实际不符。针对上述问题，第 9 章、第 10 章以非概率区间/凸集过程模型为基础，结合振动力学中的首次穿越理论，分别提出了表征结构动力安全的时变可靠性评价方法。

结构分析的目的是更好地指导设计及制定维护方案，而结构设计过程的本质在于结构分析的反复迭代。本书第三篇(第 11 章、第 12 章)在第二篇非概率结构可靠性分析的基础上展开了相应优化设计过程的论述。第 11 章基于前述的混合可靠性度量方法，建立了复杂静态不确定环境下结构混合可靠性设计模型。第 12 章则以结构时变可靠性度量为约束，分别对在役结构的最优维护加固与拟建结构的轻量化设计进行了探索性研究。

与国内外同类书籍相比，本书具有如下特点。

(1) 本书从结构不确定性分析的源头出发，展开了基于有限试验数据的不确定性量化方法研究；通过与区间数学理论有机结合，实现了从不确定输入参数到结构响应的完美映射。

(2) 本书涵盖了多种典型不确定性情况下的结构可靠性建模与求解工作，可实现单源/多源、静态/动态等不确定性结构安全态势的可信预报；在可靠性约束的前提下，完成了设计模型的建构与优化方案的拟定，发展出较传统安全系数设计更精细化的强度设计理论。

(3) 与同类书籍相比，本书实现了理论模型与方法在具体工程结构上的应用；并通过文字和图表等对结果进行综合论证，以更加直观易懂的方式向读者诠释了基于非概率集合理论的结构可靠性分析与设计的基本流程。

本书总结了作者自 2006 年以来在结构不确定性分析与可靠性设计方面的研究内容，包括国家自然科学基金青年项目“基于多源不确定信息结构可靠性分析方法及其应用研究”(项目编号：11002013)，国家自然科学基金面上项目“考虑时变效应的结构可靠性分析与优化设计的非概率集合方法研究”(项目编号：11372025)

和国防基础科研项目(项目编号: JCKY2013601B)等。本书是作者多年研究经历与思考心得的归纳和总结,如对读者在科研或工作中有所帮助,将是作者最大的欣慰。

本书撰写过程中,得到众多学者的帮助指导,受益匪浅。此外,博士研究生王睿星、管闯闯以及硕士研究生苏欢、田靖军等参与了本书部分写作、文字录入和修改工作。在本书出版之际,谨向他们表示衷心感谢。

鉴于作者水平有限,书中难免有不妥之处,敬请读者批评指正。

作 者

2015年12月

于北京航空航天大学

目 录

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 工程背景及意义	1
1.2 不确定性量化与传播分析方法研究现状	2
1.2.1 多源不确定性辨识与度量方法	2
1.2.2 不确定性传播分析方法	3
1.3 结构可靠性分析方法研究现状	4
1.3.1 概率可靠性模型	5
1.3.2 模糊可靠性模型	5
1.3.3 非概率可靠性模型	6
1.3.4 混合可靠性模型	6
1.3.5 时变可靠性模型	7
1.4 结构可靠性优化设计方法研究现状	8
1.4.1 时不变可靠性优化设计模型	8
1.4.2 时变可靠性优化设计模型	9
1.5 本书研究内容	10
第一篇 有限样本条件下结构不确定性的非概率量化及传播分析方法	
第 2 章 基于模糊扩展不确定度的量化及传播分析	15
2.1 引言	15
2.2 基于扩展不确定度的模糊估计方法	16
2.2.1 区间数定义	16
2.2.2 模糊期望和离散区间的计算过程	17
2.2.3 基于测量数据的不确定性量化分析	21
2.3 基于模糊评价区间的结构不确定性传播分析	21
2.3.1 静态响应分析	21
2.3.2 动态响应分析	22
2.4 数值算例	23
2.4.1 不确定性量化算例	24
2.4.2 不确定性传播算例	30
2.5 本章小结	35

第 3 章	基于灰度理论和信息熵理论的定量化及传播分析	36
3.1	引言	36
3.2	基于灰度理论的不确定变量区间估计	37
3.3	基于平均信息熵理论的不确定变量区间估计	38
3.4	数值算例	41
3.4.1	不确定性定量化分析	42
3.4.2	不确定性传播分析	43
3.4.3	不确定区间响应与名义响应结果的相容性分析	44
3.5	本章小结	45
第 4 章	基于最小参数区间集的定量化及传播分析	46
4.1	引言	46
4.2	问题描述	47
4.2.1	基于试验数据的最小体积参数集	47
4.2.2	优化算法分析	48
4.3	基于最小参数区间集的不确定结构分析	50
4.4	数值算例	51
4.4.1	一个简单的平面桁架问题	51
4.4.2	复合材料层合板结构屈曲问题	55
4.5	本章小结	58
第二篇 面向多源不确定性的结构可靠性分析理论与方法		
第 5 章	基于非概率区间模型的结构可靠性分析	63
5.1	引言	63
5.2	应力-强度非概率集合干涉模型	64
5.3	结构非概率区间可靠性的度量	65
5.4	结构非概率区间可靠性模型与概率可靠性模型的相容性	68
5.5	结构系统的非概率集合可靠性分析	69
5.6	数值算例	71
5.6.1	三元线性结构功能函数和二元非线性结构功能函数	71
5.6.2	机翼颤振可靠性分析	73
5.6.3	一个简单的二元系统	76
5.6.4	14 杆桁架系统可靠性评估	77
5.7	本章小结	79
第 6 章	基于非概率凸模型的结构可靠性分析	81
6.1	引言	81

6.2	问题描述	81
6.3	基于凸模型的结构非概率可靠性度量	82
6.4	凸模型方法与区间分析方法的比较	86
6.5	凸模型与概率模型的相容性分析	89
6.6	从概率模型到凸模型的过渡	91
6.6.1	一元随机模型分析	92
6.6.2	二元随机模型分析	93
6.7	数值算例	94
6.7.1	一个简单的数学算例	94
6.7.2	悬臂梁结构的可靠性分析	97
6.8	本章小结	99
第7章	几种结构非概率可靠性模型的比较研究	100
7.1	引言	100
7.2	四种非概率可靠性模型的内涵	100
7.2.1	最短距离法	100
7.2.2	构造函数法	101
7.2.3	体积法	102
7.2.4	容差法	102
7.3	线性功能函数下四种非概率可靠性模型的指标求解	103
7.4	非线性条件下四种非概率可靠性方法的适用性	105
7.5	四种非概率可靠性度量方法的优劣性比较	106
7.6	数值算例	107
7.6.1	四元线性结构功能函数形式	107
7.6.2	二元非线性结构功能函数形式	108
7.7	本章小结	109
第8章	多源不确定性结构的混合可靠性分析	110
8.1	引言	110
8.2	经典的单源可靠性分析方法	111
8.2.1	概率可靠性模型	111
8.2.2	模糊随机可靠性模型	112
8.3	基于凸模型理论的混合可靠性分析	112
8.3.1	凸模型-随机模型混合下的可靠性度量方法	112
8.3.2	凸模型-模糊随机模型混合下的可靠性度量方法	115
8.3.3	凸模型-区间模型混合下的可靠性度量方法	115
8.3.4	四种不确定性共存下的可靠性度量方法	120

8.4	数值算例	121
8.4.1	悬臂梁结构的静强度问题	121
8.4.2	复合材料层合壳结构的屈曲失效问题	123
8.5	本章小结	126
第 9 章	基于非概率区间过程的结构时变可靠性分析	127
9.1	引言	127
9.2	概率理论框架下时变可靠性的基本内涵和度量方法	128
9.2.1	基本内涵	128
9.2.2	度量方法	128
9.3	非概率时变区间过程模型	130
9.3.1	内涵与定义	130
9.3.2	特征参数的定义与数学表达	131
9.4	基于非概率区间过程的时变可靠性评估	134
9.4.1	极限状态函数的区间过程表征	134
9.4.2	首次穿越失效机制在非概率时变可靠性评估中的应用	136
9.4.3	基于 Monte-Carlo 模拟的数值验证	139
9.5	数值算例	140
9.5.1	空间梁-板框架结构	140
9.5.2	复合材料层合结构的首层失效问题	144
9.6	本章小结	148
第 10 章	基于非概率凸模型过程的结构时变可靠性分析	149
10.1	引言	149
10.2	非概率凸模型过程的内涵及特征参数表达	150
10.3	极限状态函数的凸模型过程表征	152
10.4	基于非概率凸模型过程的时变可靠性评估	153
10.5	数值算例	157
10.5.1	悬臂梁结构	157
10.5.2	10 杆桁架结构	159
10.5.3	船用螺旋桨结构	163
10.5.4	结果分析与讨论	165
10.6	本章小结	166
第三篇 复杂不确定性环境下的结构可靠性优化设计方法		
第 11 章	多源不确定性结构的混合可靠性优化	169
11.1	引言	169

11.2	问题描述	170
11.2.1	优化模型的构建	170
11.2.2	混合可靠性优化设计的高效求解	172
11.3	可靠度与安全系数在优化设计中的相容性	173
11.4	数值算例	175
11.4.1	悬臂梁结构	175
11.4.2	10 杆桁架结构	178
11.5	本章小结	180
第 12 章	时变不确定性结构的非概率可靠性优化	182
12.1	引言	182
12.2	拟建结构的时变可靠性设计	183
12.2.1	优化模型的构建	183
12.2.2	时变可靠性优化与时点可靠性优化的比较	184
12.3	在役结构的最优维护加固决策	185
12.4	数值算例	186
12.4.1	含边裂纹有限矩形板结构的减重设计	187
12.4.2	复合材料层合板结构的最优维护	189
12.5	本章小结	191
	参考文献	192
	附录 A	203
	附录 B	207

第 1 章 绪 论

1.1 工程背景及意义

随着科学技术的不断进步，工程结构日趋精密和复杂，通常涉及多个领域中大量的信息交换。此外，结构服役的环境也越来越恶化，存在着必须考虑的背景噪声和干扰。工程系统复杂性的最明显特征之一就是不确定性，特别是不确定性又与庞大的力学体系耦合在一起，使得建立大型复杂结构分析和设计问题的数学模型和算法面临着相当大的困难和挑战。传统的工程结构分析与设计通常是建立在确定性的力学模型基础上的，对于这类问题，用于计算结构力学特性的参数均被定义为确定的量值。换句话说，存在于结构内部或外部的不确定性效应被人为地忽略了。于是在实际应用过程中，这种相对粗糙的分析与设计理念无法给出令人信服的结果，也与工程系统精细化的发展背景相悖。

任何结构的分析、设计、制造和使用都离不开“人、机、料、法、环”五大因素的影响。然而“人”（指研制者或实操人员）的技术水平的不同、“机”（指设备或工具）的加工制造的误差、“料”（指原材料）的质量和批次的差异、“法”（指规范或准则）的制定或执行标准的区别、“环”（指制备环境或服役环境）的条件变化，使得考虑不确定性对结构分析和设计的影响是尤为必要而有意义的^[1,2]。

从科学的观点看，不确定性是客观存在的、绝对的特征。确定性的认知与度量仅反映了事物的共性或普遍性的一面，而不确定性的辨识与量化则是要刻画事物个性或特殊性的一面，人们认识事物不但要认识它的共性，更重要的是要认识它的个性或特殊性，以便全面地掌握其演变规律。目前，对于不确定性的量化表征方式主要基于以下三种模型：概率模型、模糊模型以及非概率模型。其中，概率模型精度高，但其建立需要借助大量的样本数据，工程适用性较差；模糊模型在构建隶属度函数时需要借助主观工程经验；非概率模型对于初始样本的依赖性较弱，具有良好的应用前景，但理论基础薄弱。鉴于此，开展多源不确定性的合理辨识及完备认知，构造适用于工程实际贫信息、少数据情况下，不确定性参数定量化的高效计算模型及方法具有鲜明的理论意义和重大的实用价值^[3]。

随着人们对于不确定性的认知越来越深刻，结构可靠性的概念也开始引起学术界和工程界的普遍关注与重视。可靠性的定义为：产品在规定的条件和时间内完成规定功能的能力。可以说，可靠性问题的提出，就是源于这些不确定性的存在。由

于对产品质量要求的日益提高,结构可靠性分析逐步成为工程领域中一个非常重要的研究方向。经历了几十年的发展,基于概率理论的结构可靠性分析技术得到了广泛应用,但同时也衍生出诸多问题和困难,如样本缺失下的评估方法实现、多维不确定性下的高阶矩计算、混合不确定性问题、时变问题的安全评价等。因此针对上述问题,开展面向复杂不确定环境下的多种结构可靠性度量模型及求解方法,探究它们之间的相容性关系,是结构可靠性发展的必经方向^[4-7]。

结构分析的最终目的是指导设计。然而,传统的优化设计往往是基于确定性的分析模型展开的,不确定性的综合影响导致设计方案与实际情况严重不符,甚至优化得到的结果本身就是失效解。工程上普遍采用的基于安全系数的优化设计方法虽然一定程度上考虑了不确定性对结构安全的影响,但很容易走向两个极端:要么安全系数取值过小,这样设计出来的产品仍然存在一定程度的隐患,盲目寻优却牺牲了安全;要么安全系数取值过大,导致安全裕度过高,这样设计出来的产品过于保守,因而失去了优化本身的意义。与之相比,基于可靠性的优化设计可以精确给出结构安全性的度量约束,使得设计兼顾安全与性能。当然,可靠性优化设计实质上是可靠性分析的反复迭代过程,可靠度指标定义及模型求解决定了后续优化设计方法的选取。因此,针对多源不确定性的复杂结构问题开展可靠性优化设计,弥补了传统确定性优化设计理论方法的缺陷,使得工程系统的设计理论方法更加有效和实用^[8-10]。

综上所述,本书将针对影响大型工程结构系统安全性的多源不确定性因素,以基于不确定信息的非概率结构可靠性思想为指导,采用由多源不确定性信息定量化,不确定性传播分析,到结构可靠性模型构建与求解,再到基于可靠性优化设计的研究思路,开展原创性的研究工作,以期促进不确定性结构分析与设计理论向实用化方向发展。

1.2 不确定性定量化与传播分析方法研究现状

1.2.1 多源不确定性辨识与度量方法

大型复杂结构中普遍存在着多源不确定性,不确定参数(包括材料分散性、载荷不确定性等)的耦合效应对结构力学行为影响剧烈,因此如何有效辨识并合理认知这些不确定因素,精确定义适用于不同类型、不同已知样本信息条件下多种不确定参数合理量化的理论模型及工程评定准则,是当前开展不确定性结构分析及设计的必要前提^[3, 11]。

不确定度与计量科学技术及数理统计方法密切相关。通常情况下,结构系统中不确定性的量化是以试验数据、设计标准规范或是既往经验公式为基础的,辅助以

不同的理论模型计算和数值仿真模拟, 最终实现多源不确定性的高置信度评估^[12]。1980年, 国际计量局(BIPM)颁布的《实验不确定度表示建议书 INC-1》中首次给出了不确定性评定方法的统一表述形式^[13,14]。1993年, ISO、BIPM、OIML、IEC、IUPAC、IUPAP、IFCC 等多家机构又联合发布了《测量不确定度表示指南》, 是目前公认的不确定性评定及量化方法的权威文献^[15]。

针对样本信息相对充分的不确定性度量问题, 基于经典概率理论, 目前国际上给出了两种评判准则, 即 A 类评定与 B 类评定^[12, 16]。近些年来, 学术界及工程领域在此基础上开展了大量而深入的研究。针对正态分布问题, 德国数学家 Bessel 在研究仪表系统误差理论时提出了经典的贝塞尔公式, 后被归纳为贝塞尔法。俄罗斯天文学家 Pieters 在贝塞尔公式的基础上提出了彼得斯法^[17]。日本测量学家小池昌义定义了广义不确定度下的测量及度量方法^[18, 19]。国内学者中, 刘智敏开展了大量的相关研究工作, 提出了极差法、最大残差法、最大方差法等^[12, 20]。针对非正态分布问题, Lothar 用直方图法和概率纸法量化并检验了部分已知的、典型的概率分布问题^[21]。此外, Manoukian 和 Pugachev 提出了区间延展法^[22, 23], Hart 提出了综合概率处理法^[24], Kubisa 等提出了在误差因素分布和置信水平已知情况下的测量不确定度近似方法^[25]。

然而, 实际工程结构在设计及服役过程中可获知的样本信息十分有限, 如果采用概率方法, 则很难准确度量不确定参数的统计特征。此外, 某些不确定因素, 如载荷、准则等其分布规律并不统一, 统计方法不再适用于上述问题的分析评定。因此, 如何有效展开基于有限样本的模糊/非概率不确定性定量化分析是不确定性评估领域一个亟待解决的重要问题。20世纪60年代末, Schweppe 首次提出了通过一个超椭球来包络不确定变量可行空间的凸模型域概念^[26]。Elishakoff 等通过最小体积椭圆域实现了屈曲分析中不确定参数的量化表征^[27]。Halme 等提出通过数据包络分析来度量参数不确定性^[28]。基于模糊数学的量化技术, 其目标是搭建合理的模糊隶属度函数, 而模糊数排序作为一个重要的分析流程, 对模糊隶属度函数构建的合理性具有主导作用。Wang 等将排序方法总结为三大类, 并针对每个排序过程的合理性及相容性进行了详实论述^[29,30]。

1.2.2 不确定性传播分析方法

如前所述, 当样本信息充足时, 概率模型是对不确定性进行度量的一种有效办法。此时, 不确定性可以通过具有某种分布形式的随机变量或随机过程来描述, 并以此为基础, 可开展结构的不确定性传播分析。基于概率理论的不确定性传播方法历经几十年的系统研究, 已经取得了较为丰富的成果。Shinozuka 等于1972年首先将 Monte-Carlo 法引入结构的随机有限元模型中, 促进了其在结构分析和有限元仿真计算中的发展^[31,32]。Hurtado 和杨杰等分别将神经网络与共轭梯度法引入 Monte-Carlo 随机有限元中^[33,34]。Xiong 等通过考虑回归分析时的概率权重提出了一种权重

随机响应面方法^[35]。Ghanem 等提出了一种通用的分析程式以确定具有随机系数的演化方程解^[36]。随机配置方法则是近年来逐渐兴起的一种新方法,能够在保证计算准确性的前提下有效地缩减计算量。Mathelin、Sankaran 和 Isukapalli 等基于随机配置方法,针对多维不确定变量的数值仿真问题,改进了自适应配置算法与随机 Monte-Carlo 法,实现了计算代价与计算精度的有效平衡^[37-39]。

通常情况下,可获得的试验数据是有限的,精确定义变量的统计特征往往面临巨大困难。因此,基于非概率集合理论凸方法的不确定性传播分析手段逐渐发展起来,在样本信息匮乏的情况下具有一定的优势。在确定性工程结构计算中,有限元法占据主要地位,而将区间不确定性模型引入确定性有限元计算中,便形成了区间有限元方法,也称为最差工况设计法^[40]。这种方法具有一定的保守性,且通常所得的响应区间都过宽。顶点组合法^[41,42]是针对所有区间参数顶点组合进行系统方程求解以获得响应区间边界的方法。但是,若响应函数非单调变化,则仅为近似解。灵敏度分析方法^[43,44]是由顶点组合法发展而来的,假设响应函数在区间内单调,通过判断中心值灵敏度符号来减少需计算的顶点组合。虽然减少了顶点组合,但是付出了与不确定参数数量相同的确定性计算代价。针对上述方法计算量大、假设条件多的局限性,科研人员开始寻找求解响应函数区间界限的近似解法。摄动方法将系统特性矩阵和响应矩阵按照摄动理论展开,可得到响应的近似区间界值,但是仅在小参数情况下,摄动方法才能准确适用^[45]。基于系统响应函数在中心值处各阶可导的假设,科研人员提出了基于 Taylor 级数展开的区间分析方法。当前,基于一阶 Taylor 级数展开的区间分析方法^[46,47]已经获得了良好的应用,若需要更好的计算精度,则可考虑基于高阶 Taylor 级数展开的区间分析方法。在限制区间运算扩张的问题上,Rao 等提出了区间截断的方法^[48]。吕震宙等基于区间截断法端点不能自动退化的问题提出了改进的区间截断方法^[49]。截断方法可以较好地处理区间运算中的扩张问题,但截断准则不容易确定,而且计算结果受截断准则影响显著。

综上所述,大型结构中不确定参数的量化是结构不确定性分析与设计的前提,受到工程实际中可获取信息的局限,基于有限样本的非概率定量化技术则是当前发展的重点。此外,不确定性结构响应分析是参数定量化的延续,不同的定量化手段对应于不同的传播分析方法,大力发展基于非概率的传播分析技术可以满足当前工程问题的迫切需求。

1.3 结构可靠性分析方法研究现状

随着科技的进步和社会的发展,工程结构的安全问题受到普遍关注。可靠性理论与方法作为一门新的工程学科,最近几十年取得了快速发展。结构可靠度计算与工程问题中的不确定性因素紧密相关,根据不确定性源的本征特性,结构可靠性分

析模型可以概括为：概率可靠性模型、模糊可靠性模型、非概率可靠性模型、混合可靠性模型、时变可靠性模型等。

1.3.1 概率可靠性模型

20 世纪初概率论及数理统计在结构安全性度量上的应用标志着概率可靠性理论的产生。1947 年, Freudenthal 发表了《结构安全度》一文^[50], 进而奠定了结构可靠性模型的理论基础。1969 年, Cornell 提出了经典的一次二阶矩法^[51], 通过结构可靠性指标 β , 替代失效概率作为结构可靠性的一种新的度量。为了解决 Cornell 可靠性指标中存在的“不一致性”难题, 1974 年, Hasofer 等对此展开了深入研究^[52]。上述研究方法仅适用于基本变量为正态分布的情况, 鉴于此, 1978 年, Rackwitz 等针对基本变量为非正态分布的情况提出了当量正态化方法(即 JC 法)^[53], 该方法成为国际结构安全联合委员会推荐采纳的方法。对于强非线性问题, 还有学者利用极限状态函数的二阶矩近似提出了二次可靠性度量方法^[54]。此外, Monte-Carlo 数值模拟法也被用来求解结构的失效概率。重要抽样法和分层抽样法等改进的数值模拟技术^[55]逐渐发展起来, 用于弥补经典 Monte-Carlo 数值模拟法的缺陷, 以提高抽样效率并减少计算量。考虑到工程结构问题中极限状态函数通常为隐式状态的情况, 部分学者提出了将隐式状态方程显式化的等效策略, 而常用的显式化方法主要有响应面法^[56]、神经网络法^[57]和支持向量机方法^[58]等。

经过多年研究, 概率可靠性模型及指标求解方法在学术界和工程领域得到了普遍认同及广泛应用, 是当前发展最为成熟的不确定性分析理论。

1.3.2 模糊可靠性模型

1975 年, Kaufmann 等在其工作中应用模糊数学理论处理可靠性问题^[59], 并提出了可能性概念来评估元件的可靠度。1980 年, Blockley 利用模糊集理论将结构破损划分为不同程度的各个阶段, 进而有效度量结构的可靠性^[60]。随后, 大量研究工作开始涌现。同年, Brown 给出了结构模糊安全测度的概念^[61], 用模糊集理论来表示结构可靠度, 进而通过信息熵来表征不可靠度^[62]。在此基础上, 1992 年, Ayyub 等针对模糊数学在结构可靠性应用领域上的突出表现制定了更为全面的总结与规划^[63]。此外, Utkin 等基于能度可靠性理论, 提出了一般系统的能度可靠性评价方法^[64]。Cremona 等结合可能性理论, 发展出一种类似于传统概率可靠性模型的结构模糊可靠度计算方法^[65]。Sawyer 等利用模糊集合表征结构和机械系统的不确定性, 以模糊数落入模糊界限内的程度作为量化标准, 进而提出了基于强度的结构模糊安全性度量指标^[66]。在国内, 以王光远院士为首的团队多年来开展了大量的基础性及原创性工作, 取得了较为丰厚的研究成果^[67]。黄洪钟和董玉革等对机械模糊可靠性展开了

深入研究,提出了机械模糊可靠性理论和模糊规划理论^[68-71],并给出了相应的算法解释。

总体来说,相对于概率可靠性分析,基于模糊可靠性模型的评估方法尚处在起步和探索阶段。尽管如此,由于其突破了概率可靠性理论的局限,也在一定程度上促进了结构可靠性理论的发展和完善。

1.3.3 非概率可靠性模型

虽然传统的概率可靠性理论已经发展得相对成熟,但考虑到工程实际中存在着多源不确定性以及参数信息量不足等问题,通常很难准确构造出与客观实际相符的不确定变量概率密度函数。20世纪90年代起,国内外相关学者提出了基于集合理论的非概率可靠性模型来度量结构安全。1994年,以色列学者 Ben-Haim 和美国的 Elishakoff 教授首次提出了非概率可靠性的思想^[72],认为若系统能允许不确定参量在一定范围内波动,则系统是可靠的。在此基础上,国内学者开始借鉴概率可靠性理论中的可靠性指标和可靠度概念,在相关领域开展了大量研究工作。郭书祥等采用区间变量来描述结构不确定参数,提出了一种基于区间分析的结构非概率可靠性计算方法,利用非概率可靠性指标度量结构安全程度^[73]。Qiu 等^[74]分别将安全系数方法、概率可靠性方法同区间算法相结合,提出了非概率可靠性度量指标,其与 Elishakoff 提出的观点相同,认为可靠性指标是一区间而非一具体数值。曹鸿钧等提出了一种基于凸集模型的非概率可靠性指标,可用于衡量凸集模型与区间模型共存情况下的结构安全可靠程度^[75]。此外,吕震宙等基于模糊隶属函数及概率可靠性思想,通过改进的区间截断法,建立起另外一种非概率可靠性模型^[49],该方法将区间变量视为模糊变量的特例,旨在通过模糊理论中的可能性概念来度量结构安全程度。Wang 等提出了基于区间模型和凸模型的结构非概率可靠度的概念,将结构安全域的体积与基本区间变量域的体积之比作为结构非概率可靠性度量,并应用于工程梁的强度、机翼颤振等可靠性问题的分析中^[76, 77]。Du 针对区间变量与随机变量之间的相容性问题,提出了新的结构区间可靠性度量模型^[78]。Jiang 等提出了基于多维凸模型的结构可靠性分析方法,并探究了变量间的相关性问题^[79-81]。

尽管目前基于非概率可靠性度量模型的理论基础还不够完善,其应用尚有待发展,但是非概率可靠性方法中一些创造性思想的涌现,特别是仅通过获取不确定参数界限而不需要深究不确定性内涵,便可完成结构安全性能的评判,对于未来不确定性结构分析与设计理念的更新,具有重要的促进作用。

1.3.4 混合可靠性模型

对于复杂结构,在进行安全性校核时往往需要面对多种不同类型的不确定性信息。受到客观规律或主观认知的条件限制,有些不确定参数可以借助试验或经验确