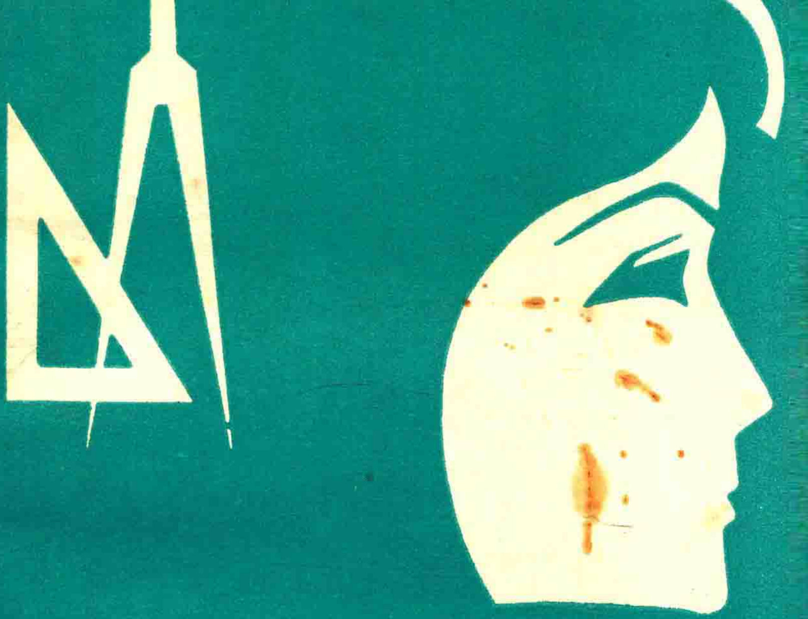

中学课外辅导丛书

高中解析几何单元能力训练

辽宁教育出版社

目　　录

习 题 部 分

第一章 直 线

一 有向线段、定比分点

1 直角等腰三角形斜边上的一个端点在原点，直角的顶点在 y 轴上。设直角边的边长为 a，则第三个顶点的坐标是____。

2 如图 1—1，正六边形的边长为 a，中心在原点上，两个顶点在 x 轴上。各顶点的坐标是________。

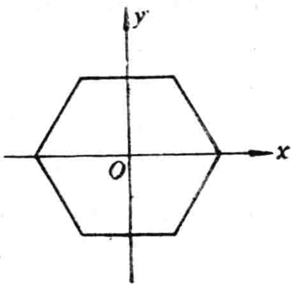

图 1—1

3 点 $B(-2, y)$ 是点 $A(x, 5)$ 和 $C(1,1)$ 的中点。则 $x=$____，$y=$____。

4 已知两点 $A\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$、$B\left(-2, \frac{5}{2}\right)$，将线段 AB 延长至 C，使 $|AC|=3|AB|$。则点 C 的坐标是____。

5 点 $P(x, -23)$ 分 $\overline{P_1P_2}$ 所成的比为 $\lambda-\frac{4}{3}$，若点 P_1 的坐标是 $(8, 5)$，点 P_2 的横坐标是 -13。则 $x=$____，点

P_2 的纵坐标是____。

6 点 P_1、P_2 的坐标分别是(5, -2)和(5, 3)，点 P 的纵坐标是 -12。则点 P 分 $\overline{P_1P_2}$ 所成的比 $\lambda=$____，点 P 的横坐标是____。

7 已知点 $A(x,2)$、$B(-2,-3)$、$M\left(\frac{13}{2},0\right)$，且 $|AB|=\frac{1}{2}|AM|$。则 $x=$____。

8 已知 $\triangle ABC$ 的顶点坐标是 $A\left(1,\frac{3}{2}\right)$、$B(4,-2)$、$C(1,y)$，重心坐标 $G(x,-1)$。则 $x=$____，$y=$____。

9 已知点 $A(a,1)$、$B\left(-8\frac{1}{2},-3\right)$之间的距离是$4\sqrt{5}$，则 $a=$____。

10 已知三点 $A(-1,2)$、$B(-10,-1)$、$C(-7,0)$。判断这三点是否共线。

11 如图 1—2，$\triangle ABC$ 的顶点坐标分别是$A(0,0)$、$B(10,2)$、$C(12,-8)$。证明 $\triangle ABC$ 是直角三角形。

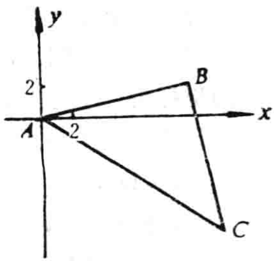

图 1—2

12 用解析法证明：梯形的中位线平行于两底且等于两底和的一半。

13 用解析法证明：平行四边形各边平方的和等于对角线平方的和。

14 用解析法证明：平行四边形的对角线互相平分。

15 本题共有 5 个小题，每小题都给出代号为 A、B、C、D 的四个结论，其中只有一个结论是正确的，把正确结论的代号写在题中的空白处。

（1）已知等腰三角形 ABC，$\angle B=120°$，A、B两个顶点的坐标是 $A(2,1)$、$B(2+\sqrt{3},2)$。则顶点 C 的坐标是____。

(A) $(2+\sqrt{3},4)$；

(B) $(2+\sqrt{3},1)$；

(C) $(2+\sqrt{3},4)$，$(2+2\sqrt{3},1)$；

(D) $(2+\sqrt{3},1)$，$(2+2\sqrt{3},4)$。

（2）已知正三角形的顶点 $A(-2,-1)$、$B(1,2)$，则第三个顶点坐标是________。

(A) $\left(\dfrac{-1+3\sqrt{3}}{2},\ \dfrac{1+3\sqrt{3}}{2}\right)$；

(B) $\left(\dfrac{-1+3\sqrt{3}}{2},\ \dfrac{1-3\sqrt{3}}{2}\right)$，

$\left(\dfrac{-1-3\sqrt{3}}{2},\ \dfrac{1+3\sqrt{3}}{2}\right)$；

(C) $\left(\dfrac{1+3\sqrt{3}}{2},\ \dfrac{1-3\sqrt{3}}{2}\right)$；

(D) $\left(\dfrac{-1-3\sqrt{3}}{2},\ \dfrac{-1+3\sqrt{3}}{2}\right)$，

$\left(\dfrac{-1+3\sqrt{3}}{2},\ \dfrac{1-3\sqrt{3}}{2}\right)$。

（3）菱形 $ABCD$ 的顶点坐标是 $A(a,1)$、$B(3,5)$、$C(7,3)$、$D(b,-1)$。则 a、b 边的值分别是____。

(A) $a=1$、$b=5$；

(B) $a=1$、$b=5$，$a=5$、$b=9$；

(C) $a=5$、$b=10$；

(D) $a=2$、$b=5$，$a=5$、$b=10$。

（4）已知点 P 到 x 轴、y 轴距离之比为 $4:3$，且它与点 $M(2,-1)$、$N(4,3)$ 的距离相等，则 P 点的坐标是______。

(A) $(-3,\ 4)$；

(B) $\left(\frac{20}{11},\ \frac{15}{11}\right)$；

(C) $(-3,-4)$，$\left(\frac{20}{11},\ \frac{15}{11}\right)$；

(D) $(-3,4)$，$\left(\frac{15}{11},\ \frac{20}{11}\right)$。

（5）已知三角形 ABO 的顶点坐标分别是 $A(a,b)$、$B(a+b,\ b-a)$、$O(0,0)$. 则该三角形的形状是____。

(A) 等腰直角三角形；

(B) 两直角边不相等的直角三角形；

(C) 顶角不是直角的等腰三角形；

(D) 既不是直角三角形，也不是等腰三角形。

16 已知两点 $A(1,5)$、$B(4,3)$，在 x 轴上有一点 C，使得 A、B、C 三点共线. 则点 C 的坐标是____，点 C 分 $\overline{AB}$ 所成的比 $\lambda=$____.

17 已知平行四边形的三个顶点坐标分别是 $A(2,3)$、$B(4,-1)$、$M(0,5)$，则适合条件的第四个顶点有__个，坐标是________.

18 已知点 $A(-3,0)$、$B(4,3)$、$O(0,0)$，点 P、Q 分 $\overline{AB}$ 的比分别为 $\frac{3}{5}$、$-\frac{3}{5}$. 则 P 点坐标是____，Q 点坐标是____. 证明 $\triangle PQO$ 是直角三角形.

19 已知点 $A(4,1)$、$B(6,-3)$、$C(-3,0)$. 则 $\triangle ABC$

的外接圆圆心的坐标是____。

20 已知菱形的三个顶点坐标分别是 $O(0,0)$、$A(1,2)$、$B(3,1)$. 则第四个顶点坐标是____。

21 已知两点 $M(2,-2)$、$N(-2,-5)$，在纵轴上的一点 P，使 $\angle MPN$ 是直角。则适合条件的 P 点有____个，坐标是____。

22 如图 1—3，l 是第一、三象限内两坐标轴的夹角平分线，P 是直线 l 上的点。

（1）点 P 到两已知点 $A(8,0)$、$B(1,3)$ 的距离相等，则它的坐标是____；

（2）$\angle APB=90°$. 则点 P 的坐标是____。

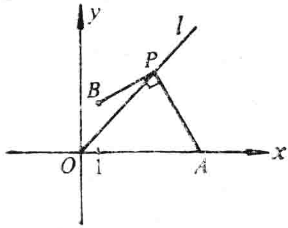

图 1—3

23 已知两点 $A(0,3)$、$B(4,5)$ 以及 x 轴上的一个动点 P，当点 P 的坐标为____时，$|AP|^2+|BP|^2$ 的值最小，最小值是____。

24 已知正三角形 ABC 的边长为 a，点 P 是平面内任意一点，用解析法证明：$PA^2+PB^2+PC^2\geqslant a^2$.

25 用解析法证明：平行四边形一顶点和任意一条对边中点的连线与不过此点的对角线互相分割为1:2。

26 已知梯形 $ABCD$, $AD\parallel BC$, $BC=2AD$，边 AD 和 BC 的中点分别为 E、F. 证明：把 AC、DB、EF 内分为1:2的点是同一点。

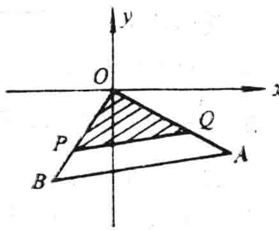

图 1—4

27　如图1—4，已知 $\triangle OAB$ 的顶点坐标 $O(0,0)$、$A(8,-4)$、$B(-4,-6)$，点P分$\overline{OB}$为$2:1$，点Q是OA边上一点，且 $S_{\triangle OPQ}=\frac{1}{2}S_{\triangle OAB}$. 则点$Q$分$\overline{OA}$之比$\lambda=$____.

28　已知 $\triangle ABC$ 的顶点坐标 $A(1,2)$、$B(4,1)$、$C(3,4)$. P、Q 分别是 AB、AC 边上的点，$PQ\parallel BC$，且 $S_{\triangle APQ}=S_{PBCQ}$. 则$P$点坐标是________.

二　直线的方程

1　回答下列问题：

（1）平面内何种直线的方程不能化为点斜式方程；

（2）平面内何种直线的方程不能化为两点式方程；

（3）平面内何种直线的方程不能化为斜截式方程；

（4）平面内何种直线的方程不能化为截距式方程.

2　已知两点$\left(2,\frac{14}{5}\right)$、$\left(-\frac{5}{2},1\right)$. 则两点式方程是______，截距式方程是______，点斜式方程是______，斜截式方程是______，一般式方程是______.

3　菱形的两条对角线长分别等于10和24，并且分别放置在与坐标轴平行的直线上，对角线交点的位置是$(2,-1)$. 求菱形各边所在的直线方程.

4　在直角坐标系内，用点或曲线表示出集合 $A=\left\{(x,y)\mid y=\frac{1}{2}x+1,\ x\in[1,5],\ x\in Z\right\}$.

5　本题共有5个小题，每小题都给出代号为A、B、C、D的四个结论，其中只有一个结论是正确的，把正确结论的代号写在题中的空白处.

（1）直线的斜截式方程 $y=kx+b$，b 是直线在 y 轴上的截距．b 的取值范围是______．

（A）正实数；

（B）非负实数；

（C）正实数或负实数；

（D）一切实数．

（2）直线的一般式方程 $Ax+By+C=0$ 能表示平面内______．

（A）不平行于 y 轴的直线；

（B）不平行于 x 轴的直线；

（C）不与坐标轴平行的直线；

（D）任何一条直线．

（3）直线 $3x+4y-5=0$ 的倾斜角是______．

（A）$\operatorname{arctg}\frac{3}{4}$；　　（B）$\pi-\operatorname{arctg}\frac{3}{4}$；

（C）$\operatorname{arctg}\left(-\frac{3}{4}\right)$；　　（D）$\pi+\operatorname{arctg}\frac{3}{4}$．

（4）经过两点$\left(1,-\frac{1}{2}\right)$、$\left(-3,\frac{3}{2}\right)$的直线的倾斜角是______．

（A）$-\operatorname{arctg}\frac{1}{2}$；　　（B）$\operatorname{arctg}\frac{1}{2}$；

（C）$\frac{\pi}{2}+\operatorname{arctg}\frac{1}{2}$；　　（D）$\frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg}\frac{1}{2}$．

（5）经过已知点（1，2），并且在两坐标轴上截距的绝对值相等的直线有______．

（A）一条；　（B）两条；

（C）三条；　（D）四条．

6　用两种方法证明三点 $A(-2,12)$、$B(1,3)$、$C(4,-6)$ 在同一条直线上。

7　已知三点 $A(1,a)$、$B(5,7)$、$C(10,12)$共线。则 $a=$ ____。

8　一条直线经过点 $A(-2,3)$，它的倾斜角等于直线 $y=-\sqrt{3}x$ 的倾斜角的一半。则这条直线的斜率是____，直线方程是____。

9　一条直线和 y 轴相交于点 $P(0,4)$，它的倾斜角的余弦是$-\frac{4}{5}$。则这条直线方程是____。

10　经过点 $P(2,-3)$，且分 $M(6,3)$、$N(2,-1)$ 两点连结的线段为2:5的直线方程是____。

11　已知两点$A\left(1,\frac{5}{3}\right)$、$B\left(1,-\frac{1}{3}\right)$，点$P$在坐标轴上，且$\angle APB=90°$。则适合条件的点有____个，坐标是____。

12　直线的位置如图1—5所示：则直线的倾斜角是____，斜率是____，该直线的方程是____。

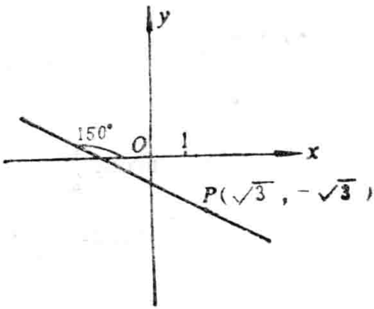

图 1—5

13　已知直线 l 经过点$(2,1)$，且它的倾斜角等于已知直线 $4x-3y-17=0$的倾斜角的$\frac{1}{2}$。则直线 l 的方程是____。

三　两条直线的位置关系

1　本题共有7个小题，每小题都给出代号为 A、B、C、D 的四个结论，其中只有一个结论是正确的，把正确结论的代号写在题中的空白处。

（1）直线 $y=ax+a$ 和 $(a-2)x+(3a-4)y+6=0$ 互相垂直。则 $a=$____。

（A）1；　　（B）1，4；

（C）$1,\frac{2}{3}$；　（D）$\frac{1-\sqrt{17}}{2}$，$\frac{1+\sqrt{17}}{2}$。

（2）直线 $7x+24y-m=0$ 与已知直线 $7x+24y-5=0$ 的距离等于3。则 $m=$____。

（A）-70；　　（B）$70,-80$；

（C）$-70,80$；　（D）$30,-20$。

（3）已知两点 $A(2,2)$、$B(5,-2)$，点 P 是 x 轴上一点，且 $\triangle ABP$ 为直角三角形。则适合条件的点 P 的坐标是______。

（A）$(6,0)$，$(1,0)$；

（B）$\left(\frac{3}{2},0\right)$，$\left(\frac{23}{3},0\right)$；

（C）$(6,0)$，$(1,0)$，$\left(\frac{3}{2},0\right)$，$\left(-\frac{23}{3},0\right)$；

（D）$(6,0)$，$(1,0)$，$\left(-\frac{3}{2},0\right)$，$\left(\frac{23}{3},0\right)$。

（4）坐标轴上一点 P，它和两已知点 $A(3,-1)$、$B(-3,1)$ 作为三角形的顶点，且该三角形的面积等于48（面积单位）。则适合条件的点有____。

（A）无数个；（B）一个；

(C) 二个； (D) 四个。

(5) 已知点 $A(3,7)$和直线 $l: x+2y-7=0$，点B和点A是关于已知直线 l 的对称点.则点B的坐标是____.

(A) $(3,-3)$； (B) $(-1,-1)$；

(C) $(-5,1)$； (D) $(7,5)$.

(6) 已知三条互不平行的直线 $3x+2y+9k=0$、$2x+y-5=0$、$x+ky+2=0$ 共点. 则 $k=$ ____.

(A) $-1,\frac{2}{3}$； (B) $-\frac{2}{3}$；

(C) -1； (D) $1,-\frac{2}{3}$.

(7) 两条直线 $2x+y+m=0$、$4x+2y-1=0$不重合，则它们之间的位置关系是____.

(A) 相交但不互相垂直的二直线；

(B) 互相垂直的二直线；

(C) 平行的二直线；

(D) 关系不确定，与m的值有关.

2 已知直线 l 经过点$(1,-2)$，且和直线$2x-5y+3=0$ 的夹角等于45°. 则直线方程是____.

3 已知三条直线 $5x+ay-50=0$、$2x-3y+2=0$、$3x-4y-2=0$ 相交于一点. 则 $a=$ ____.

4 坐标轴上一点P，它和两已知点 $A(2,1)$、$B(3,-2)$所组成的三角形面积等于4（面积单位）. 则适合条件的点的坐标是____.

5 已知四边形的顶点为 $(1,1)$、$(3,4)$、$(5,-2)$、$(4,-7)$. 则四边形的面积是______（面积单位）.

6 已知三角形的面积等于3（面积单位），两个顶点为

$A(3,1)$、$B(1,-3)$，且三角形的重心M在x轴上。则另一个顶点C的坐标是____。

7　直线l经过两已知直线 $7x+7y-24=0$、$x-y=0$ 的交点，且和原点距离为$\frac{12}{5}$。则直线l的方程是____。

8　已知等腰三角形ABC两腰上的高之和等于底边上的高。试用解析法求底角。

9　已知正方形$ABCD$,E为AB的中点，F分AD为1:3．用解析法证明：$EF\perp CE$。

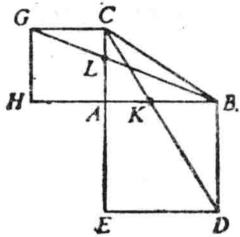

图 1—6

10　如图1—6，已知直角三角形ABC，$\angle A=90°$．分别以AB、AC为正方形的一边，向$\triangle ABC$外作正方形$ABDE$、$ACGH$．连结BG交AC于L，连结CD交AB于K．用解析法证明：$AK=AL$。

11　如图1—7，矩形$ABCD$，$AB=3BC$,E、F为AB的三等分点,AC、DF相交于M。用解析法证明：$ME\perp DF$。

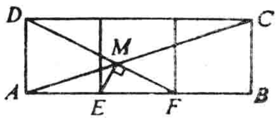

图 1—7

12　如图1—8，已知$\triangle ABC$,$\angle C=90°$，$BC=2AC$，D为BC的中点，E、F为AD的三等分点．连结CE并延长交AB于M．用解析法证明：$CM\perp AB$。

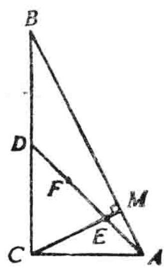

图 1—8

13　直线经过两条已知直线$x-3y+2=0$、$5x+6y-4=0$的交点，且与直线$x-y+2=0$成$30°$角．求该直线的方程。

14　已知两平行直线 $3x+2y-6=0$，$6x+4y+3=0$．求与它们平行且距离相等的直线方程．

15　点 $A(4,a)$ 到直线 $x+\sqrt{3}y-4=0$ 的距离（1）等于$\frac{3}{2}$；（2）大于$\frac{3}{2}$．分别求出 a 的值．

16　求两点 $P_1(1,3)$、$P_2(7,2)$ 连线被已知直线 $2x-5y+8=0$ 所分成的比 $\lambda=$____．

17　直线 l 与已知直线 $3x+4y-7=0$ 平行，且与两坐标轴围成的三角形面积等于24（面积单位）．求直线 l 的方程．

18　直线 l 经过两条已知直线 $7x+7y-24=0$、$x-y=0$ 的交点，且与两坐标轴在第一象限围成的三角形的周长等于12．求直线 l 的方程．

19　一条直线经过点 $P(-4,-5)$，且在两坐标轴上的截距之和等于3．求直线方程．

20　直线过已知点 $P(2,-3)$，且被两条已知直线 $3x+y-2=0$、$x+5y+10=0$ 所截的线段以 P 为中点．求直线方程．

21　如图1—9，三角形的顶点是 $A(1,1)$、$B(5,3)$、$C(4,5)$，一条平行于 y 轴的直线把此三角形的面积二等分．求直线方程．

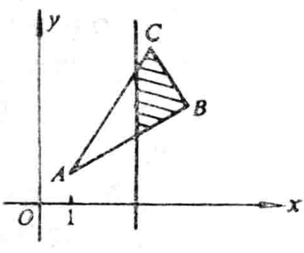

图 1—9

22　已知直线 l：$y=4x$ 和点 $P(6,4)$．在直线 l 上求一点 Q，使过 PQ 的直线与直线 l 以及 x 轴在第一象限内

围成的三角形的面积最小。

23 $\square OABC$ 的顶点坐标是 $O(0,0)$、$A(0,3)$、$B(-2,5)$、$C(-2,2)$，直线 l 过点 $P(-3,2)$ 交 OA 边于点 $M(0,m)$，把 $\square OABC$ 分成面积之比为 $1:3$ 的两部分。求 m 的值。

24 如果 $A+B+C=0$，证明直线 $Ax+By+C=0$ 是过定点的直线。

25 若 $3a+4b=k$（k 为不等于零的常数），证明直线 $ax+by-1=0$ 是过定点的直线。

26 直线 l 与 y 轴平行，且与两条已知直线 $x+y-1=0$、$2x-y-2=0$ 围成的三角形的面积等于 $\frac{3}{2}$（面积单位）。求直线 l 的方程。

27 直线 l 经过已知点 $P(4,5)$，且与两条已知直线 $3x-4y-7=0$、$12x-5y+6=0$ 成等角。求直线 l 的方程。

28 一条直线被两条平行的已知直线 $3x+4y-7=0$、$3x+4y+8=0$ 所截，截得的线段长为 $3\sqrt{2}$，又直线经过已知点 $P(2,3)$。求直线的方程。

29 已知直角三角形 ABC，$\angle C=90°$，M 是 AC 的中点，$MP\perp AB$，P 为垂足。用解析法证明：$BP^2-AP^2=BC^2$。

30 如图 1—10，已知 $\triangle ABC$，D、E、F 是各边的中点，AH 是 BC 边上的高。用解析法证明：$\angle EDF=\angle EHF$。

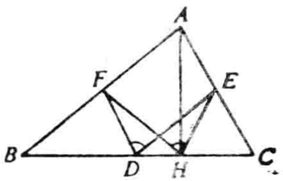

图 1—10

31 如图 1—11，已知等腰直角三角形 ABC，$\angle A=90°$，D 为 AC 边上的中点，AE 垂直 BD

交 BC 于 E. 用解析法证明：$\angle ADB=\angle EDC$.

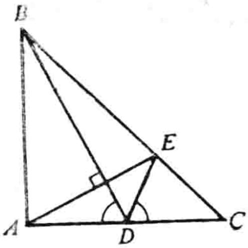

图 1—11

32 已知正方形 $ABCD$ 的相对两个顶点是 A (3,0)、C (−4,1). 则另外两个顶点的坐标是____和____.

33 已知直线 $y=\frac{1}{2}x$，点 P 是直线上一点，又已知点 $A(1,1)$、$B(2,2)$. 若使 $|PA|^2+|PB|^2$ 取得最小值，则 P 点的坐标是______.

34 已知两定点 $A(a,0)$、$B(b,0)$，直线 l 是过原点，且倾斜角为 α 的一条定直线，点 P 是 l 上的一个动点（如图 1—12）. 若 $|PA|^2+|PB|^2$ 取得最小值，这个最小值等于________. 此时 $|OP|=$________.

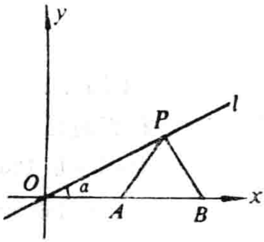

图 1—12

35 若 $\triangle ABC$ 的内角 A 固定不变，并且 $\angle A$ 的两个夹边长的倒数之和是常数，则 $\angle A$ 的对边 BC 所在的直线必恒过一个定点，试用解析法写出证明. 若以 A 为原点，AC 落在 x 轴的正半轴上，点 B 在第一象限建立坐标系，则 BC 边所在直线经过的定点坐标是________.

36 已知一条直线经过定点 (−2,2)，且与两坐标轴构成的三角形面积为 S. 若适合条件的直线有 2 条时，则 S 的取值范围是____；若适合条件的直线有 3 条时，则 $S=$____；若适合条件的直线有 4 条时，则 S 的取值范围是

______.

37　如图1—13，已知四边形 $ABCD$ 的顶点是 $A(-6,2)$、$B(-4,6)$、$C(-2,6)$、$D(0,0)$。M 是 AB 边上一点，且 $S_{\triangle ADM}=S_{BCDM}$。则点 M 的坐标是______。

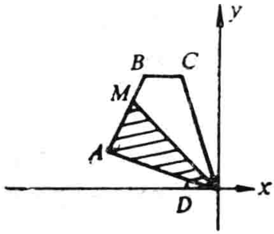

图 1—13

38　画出下列方程所表示的曲线：

（1）$y=|2x|$；（2）$x=-|3y|$.

39　本题共有2个小题，每小题都给出代号为 A、B、C、D 的四个结论，其中只有一个结论是正确的，把正确结论的代号写在题中的空白处。

（1）图1—14中曲线的方程是______。

（A）$y-|x|=0$；

（B）$y+|x|=0$；

（C）$x-|y|=0$；

（D）$x+|y|=0$.

（2）图1—15中曲线的方程是____。

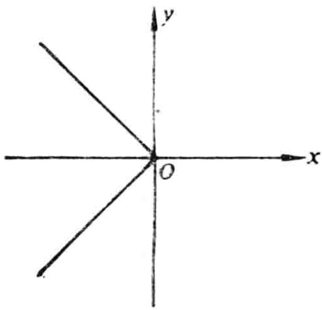

图 1—14

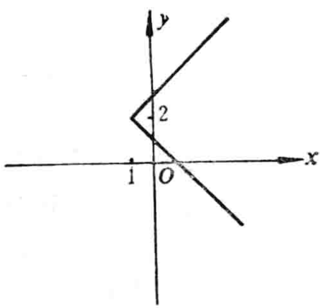

图 1—15