

应用型本科（中职本科）数学规划教材

下册

高等数学

Advanced Mathematics Synchronous Training

同步训练

主 编 杨俊平



东北大学出版社
Northeastern University Press

应用型本科（中职本科）数学规划教材

高等数学同步训练

下 册

主 编 杨俊平

副主编 刘连福 王秀艳 石业娇

东北大学出版社

· 沈 阳 ·

© 杨俊平 2015

图书在版编目 (CIP) 数据

高等数学同步训练. 下册 / 杨俊平主编. —沈阳: 东北大学出版社, 2015. 2
ISBN 978 - 7 - 5517 - 0910 - 1

I. ①高… II. ①杨… III. ①高等数学—高等学校—习题集 IV. ①O13 - 44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 034089 号

出 版 者: 东北大学出版社

地址: 沈阳市和平区文化路 3 号巷 11 号

邮编: 110819

电话: 024—83680267 (社务室) 83687331 (市场部)

传真: 024—83680265 (办公室) 83680178 (出版部)

网址: <http://www.neupress.com>

E-mail: neuph@neupress.com

印 刷 者: 沈阳航空发动机研究所印刷厂

发 行 者: 东北大学出版社

幅面尺寸: 185mm × 260mm

印 张: 8

字 数: 200 千字

出版时间: 2015 年 2 月第 1 版

印刷时间: 2015 年 2 月第 1 次印刷

组稿编辑: 刘宗玉

责任编辑: 刘乃义

责任校对: 文 浩

封面设计: 刘江旸

责任出版: 唐敏志

ISBN 978 - 7 - 5517 - 0910 - 1

定 价: 21.00 元

前 言

进入 21 世纪以来,高等教育迅猛发展、科学技术日新月异,加之计算机的广泛应用及数学软件的普及,对基础课特别是数学课教材提出了更新、更严格的要求。特别是最近几年,国家对应用型人才的培养尤其重视,提出发展应用型本科教育的新理念。正是在这样一种形势下,我们在总结多年本科数学教学经验、探索应用型本科数学教学发展动向、分析国内外同类教材发展趋势的基础上,编写出这套适于应用型本科理工、经管各专业使用的数学教材。

这套“应用型本科(中职本科)数学规划教材”是根据国家中长期教育改革和发展规划纲要要求,专门针对应用型本科(中职本科)学生,并兼顾专升本学生而编写的一套数学教材。教材内容充分考虑了学生的数学基础和实际水平,并结合数学课程教学内容体系改革,以“掌握概念、强化应用、培养技能”为重点,充分体现了以应用为目的的人才培养目标,兼顾了不同专业后续课程教学对数学知识的要求,是对后续教学和学生可持续发展(继续教育)的一个恰到好处的基础支撑。

本书为《高等数学同步训练(下册)》,是这套教材中的一个分册。本书章节安排与《高等数学(下册)》完全一致,具体有向量代数与空间解析几何、多元函数微分学、重积分及其应用、曲线积分与曲面积分、无穷级数、拉普拉斯变换几部分,主要内容是与《高等数学(下册)》相配套的同步训练习题。

本书按照教学大纲的要求配备习题,重点突出基础模块部分,目的是使学生迅速而全面地掌握基本概念和基本理论。每章按每节课配有基础训练习题,章后配备三套综合训练题,可用于单元练习及测试。同时,这本书的形式为学生的作业本,比较规范,既便于学生书写、保留,又便于教师批改。书后不配备相应的解答,有利于培养学生独立思考和解决问题的能力。

本套教材由杨俊平担任主编,刘连福、王秀艳、石业娇担任副主编。

本书编写工作分工为:杨俊平(第八章)、石业娇(第九章)、冯丽(第十章)、王秀艳(第十一章)、康铁仁(第十二章)、刘连福(第十三章)。

本书适合应用技术本科学生使用。由于编者水平有限,书中难免有不妥之处,恳请专家、同人不吝指教。

编 者

2014 年 10 月

目 录

第八章 向量代数与空间解析几何

1

第一部分 基础模块	1
习题 8-1	1
习题 8-2	3
习题 8-3	5
习题 8-4	7
第二部分 综合训练	8
综合训练 (一)	8
综合训练 (二)	11
综合训练 (三)	14

第九章 多元函数微分学

18

第一部分 基础模块	18
习题 9-1	18
习题 9-2	21
习题 9-3	23
习题 9-4	25
习题 9-5	28
习题 9-6	30
第二部分 综合训练	33
综合训练 (一)	33
综合训练 (二)	37
综合训练 (三)	40

第十章 重积分

44

第一部分 基础模块	44
习题 10-1	44
习题 10-2	46
习题 10-3	49
习题 10-4	50
第二部分 综合训练	52
综合训练 (一)	52
综合训练 (二)	55
综合训练 (三)	58

* 第十一章 曲线积分与曲面积分

61

第一部分 基础模块	61
习题 11-1	61
习题 11-2	63
习题 11-3	64
习题 11-4	66
习题 11-5	67
习题 11-6	68
第二部分 综合训练	69
综合训练 (一)	69
综合训练 (二)	73
综合训练 (三)	77

第十二章 无穷级数

81

第一部分 基础模块	81
习题 12-1	81
习题 12-2	83
习题 12-3	86
习题 12-4	88

习题 12-5	91
第二部分 综合训练	94
综合训练 (一)	94
综合训练 (二)	97
综合训练 (三)	101

*第十三章 拉普拉斯变换

105

第一部分 基础模块	105
习题 13-1	105
习题 13-2	108
习题 13-3	110
第二部分 综合训练	113
综合训练 (一)	113
综合训练 (二)	116
综合训练 (三)	118

第八章 向量代数与空间解析几何

第一部分 基础模块

习题 8-1

一、填空题

1. 把空间直角坐标系分为八个卦限,点 $(1, -1, 2)$ 在第_____卦限.
2. 如果两个向量_____,则称它们是相等的向量.
3. _____是单位向量.
4. 向量的加法有平行四边形法则和_____.
5. a 为向量, λ 为常数, 当 $\lambda > 0$ 时, λa 与 a 的方向_____; 当 $\lambda < 0$ 时, λa 与 a 的方向_____; 当 $\lambda = 0$ 时, λa 为_____.
6. 在空间直角坐标系中, 与 x 轴、 y 轴、 z 轴正向相同的单位向量称为_____, 分别用 i, j, k 表示.
7. 以 $M(1, -2, 3)$ 为起点, $N(2, 3, 0)$ 为终点的向量的坐标表示为_____.
8. 空间两点 $M(x_1, y_1, z_1)$ 和 $N(x_2, y_2, z_2)$ 间的距离 $d =$ _____.
9. 已知点 $A(2, 4, -1)$, 则点 A 与 x 轴的距离是_____, 与 y 轴的距离是_____, 与 z 轴的距离是_____.
10. 已知向量 $a = a_1i + a_2j + a_3k$, 则 a 的模为_____.

二、设 A, B 两点为 $A(4, 7, -1), B(6, 2, z)$, 它们之间的距离为 $|AB| = 11$, 求点 B 的未知坐标.

三、已知向量 $\overrightarrow{AB} = \{4, -4, 7\}$, 它的终点坐标为 $B(2, -1, -7)$, 求它的起点 A 的坐标.

四、已知向量 $\mathbf{a} = \{3, -5, -1\}$, $\mathbf{b} = \{2, -2, 2\}$, $\mathbf{c} = \{4, 1, -3\}$. 求:

(1) $2\mathbf{a} - 3\mathbf{b} + \mathbf{c}$; (2) $m\mathbf{a} + n\mathbf{b}$ (m, n 为常数).

五、已知点 $A(2, -1, 3)$ 和 $B(1, 0, -1)$, 求向量 $\overrightarrow{AB}$ 的模、方向余弦.

习题 8-2

一、填空题

1. 向量 a 与 b 的数量积记作 $a \cdot b =$ _____.
2. 向量 $a = a_1i + a_2j + a_3k, b = b_1i + b_2j + b_3k$, 则 $a \cdot b =$ _____.
3. 向量 $a = -i + j + k, b = 2i + j - 2k$, 则 $a \cdot b =$ _____, $\text{Prj}_b a =$ _____.
4. 由向量的向量积的定义, 容易得出
$$i \times j = \text{_____},$$
$$j \times k = \text{_____},$$
$$k \times i = \text{_____},$$
$$i \times i = j \times j = k \times k = \text{_____}.$$
5. $a = a_1i + a_2j + a_3k, b = b_1i + b_2j + b_3k$, 则 $a \times b$ 可用行列式表示为_____.
6. 设 $a = \{1, -2, 3\}, b = \{0, 1, -2\}$, 则 $a \times b =$ _____.
7. 向量 a 与 b 垂直的充分必要条件是_____.
8. 两个非零向量 a, b 平行的充要条件是_____.
9. 已知 $|a| = 2, |b| = 1$, 其夹角 $\theta = \frac{\pi}{3}$, 则 $a \cdot b =$ _____.
10. 设 $a = 3i - j - k, b = i + 2j - 2k$, 则 a, b 的夹角 θ 的余弦 $\cos\theta =$ _____.

二、设 $a = \{1, 2, 3\}, b = \{-2, m, 4\}$, 试求数 m , 使得 $a \perp b$.

三、已知 $\boldsymbol{a} = \{2, 1, -1\}$, $\boldsymbol{b} = \{0, -1, 2\}$. 求同时垂直于 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 的单位向量.

四、已知点 $A(1, -1, 4)$, $B(-2, 1, -1)$, $C(-3, -1, 0)$, 求:

(1) $\angle ABC$; (2) $\triangle ABC$ 的面积.

习题 8-3

一、填空题

1. 垂直于平面的非零向量称为平面的_____.
2. 设平面 π 过点 $M_0(x_0, y_0, z_0)$, $\mathbf{n} = \{A, B, C\} \neq \mathbf{0}$ 是平面 π 的法向量, 则平面的点法式方程为_____.
3. 过点 $(1, 2, 0)$, 与向量 $\mathbf{a} = \{-1, 3, -2\}$ 垂直的平面方程为_____.
4. 平面 $x - 3y + 2z - 7 = 0$ 的 $\mathbf{n} =$ _____.
5. 平面 π 在 x, y, z 轴上的截距为 a, b, c , 则平面的截距式方程为_____.
6. 过点 $A(1, -1, 1)$ 和 $B(-2, 1, 1)$ 的直线方程为_____.
7. 与坐标轴的交点分别为 $(3, 0, 0)$ 、 $(0, 3, 0)$ 和 $(0, 0, -1)$ 的平面方程为_____.

二、求过点 $A(1, -2, 0)$ 且与向量 $\mathbf{a} = \{-1, 3, -2\}$ 垂直的平面方程.

三、把直线 l 的方程 $\begin{cases} x + y - z + 2 = 0, \\ 2x - y + z + 4 = 0 \end{cases}$ 化为点向式方程,并写出 l 的参数方程.

四、求过点 $(1, 1, -2)$ 及直线 $\frac{x+4}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z}{1}$ 的平面方程.

习题 8 - 4

一、填空题

1. 球心在 $M_0(1, -2, 3)$ 、半径为 2 的球面方程是_____.
2. 方程 $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2x - 2z - 1 = 0$ 表示的曲面是球面, 球心是_____, 半径是_____.
3. 母线平行于 y 轴, 准线为 $\begin{cases} x^2 + y^2 + 2z^2 = 9 \\ y = 2 \end{cases}$, 的柱面方程为_____.
4. yOz 面上的曲线 $2y^2 + z = 1$ 绕 z 轴旋转一周所形成的曲面方程为_____.

二、求球心在点 $(-1, 3, 1)$ 处, 且通过点 $(1, 2, 1)$ 的球面方程.

三、把 yOx 面上的抛物线 $y = x^2$ 绕 y 轴一周, 求所形成的旋转曲面的方程.

第二部分 综合训练

综合训练(一)

一、填空题(每空2分,共22分)

1. 点 $(1, -3, 2)$ 与 $(-1, -3, 2)$ 关于_____平面对称.
2. 设 $\mathbf{a} = \{1, 2, 1\}$, $\mathbf{b} = \{-2, -1, 1\}$, $\mathbf{a}$ 与 $2\mathbf{b}$ 的夹角记为 θ , 则 $\theta =$ _____.
3. 已知 $|\mathbf{a}| = 3$, $|\mathbf{b}| = 26$, $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = 72$, 则 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} =$ _____.
4. 非零向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 满足 $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = 0$, 则必有_____.
5. 过点 $M(1, 2, 3)$ 且平行于坐标面 xOy 的平面方程为_____.
6. 设直线 $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{1}$ 与平面 $x + y + kz - 1 = 0$ 平行, 则 $k =$ _____.
7. 球面 $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2z = 0$ 的球心为_____, 半径为_____.
8. 直线 $\begin{cases} y = x \\ z = 0 \end{cases}$ 绕 x 轴旋转一周所形成的旋转曲面方程为_____.
9. 曲面 $x^2 + y^2 = 2z$ 与平面 $z = 1$ 的交线在 xOy 面上的投影方程为_____.
10. 柱面 $x^2 = 4z$ 的母线平行于_____轴.

二、选择题(每小题2分,共16分)

1. 向量()是单位向量.
 A. $\{1, 1, 1\}$ B. $\{\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\}$ C. $\{0, -1, 0\}$ D. $\{\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}\}$
2. 以下等式正确的是().
 A. $\mathbf{i} + \mathbf{j} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{j}$ B. $\mathbf{i} \cdot \mathbf{i} = \mathbf{k}$
 C. $\mathbf{i} \cdot \mathbf{i} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{j}$ D. $\mathbf{i} \times \mathbf{i} = \mathbf{i} \cdot \mathbf{i}$
3. 设 $\mathbf{a} = \mathbf{i} - 2\mathbf{j}$, $\mathbf{b} = \mathbf{j} + 3\mathbf{k}$, 则 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} =$ ().
 A. -2 B. -5 C. 2 D. $-2\mathbf{i}$
4. 平面 $3x + y + z - 6 = 0$ 在三条坐标轴上的截距分别为().
 A. $3, 1, 1$ B. $3, 1, -6$ C. $-6, 2, 2$ D. $2, 6, 6$
5. 平面 $Ax + By + D = 0$ 与 z 轴的位置关系是().
 A. 垂直 B. 平行 C. 相交 D. 包含 z 轴
6. 向量 $\mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3)$ 与 x 轴垂直, 则().
 A. $a_1 = 0$ B. $a_2 = 0$ C. $a_3 = 0$ D. $a_2 = a_1 = 0$
7. 下列平面方程中, 方程()过 y 轴.
 A. $x + y + z = 1$ B. $x + y + z = 0$ C. $x + z = 0$ D. $x + y = 1$
8. 直线 $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2y + z = 1 \end{cases}$ 与直线 $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{0} = \frac{z-1}{-1}$ 的位置关系是().
 A. 平行 B. 重合
 C. 垂直 D. 既不平行也不垂直

三、计算题(共 62 分)

1. 设 $|\mathbf{a}| = 4$, $|\mathbf{b}| = 3$, 向量 $\mathbf{a}$ 与向量 $\mathbf{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{6}$, 求以 $\mathbf{a} + 2\mathbf{b}$ 和 $\mathbf{a} - 3\mathbf{b}$ 为边的平行四边形的面积. (10 分)

2. 设向量 $\mathbf{b}$ 与向量 $\mathbf{a} = \{2, -1, 2\}$ 共线, 且与 $\mathbf{a}$ 的数量积为 -18 , 求向量 $\mathbf{b}$. (10 分)

3. 在 xOy 面上求垂直于向量 $\mathbf{a} = \{1, -1, 4\}$, 且模与 $\mathbf{a}$ 的模相等的向量 $\mathbf{b}$. (10 分)

4. 求过直线 $\frac{x-2}{5} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{4}$, 且与平面 $x+4y-3z+1=0$ 垂直的平面方程. (10 分)

5. 求过 z 轴, 且与平面 $2x+y+\sqrt{5}z-7=0$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$ 的平面方程. (10 分)

6. 已知点 $A(1,0,0)$ 及点 $B(0,2,1)$, 试在 z 轴上求一点 C , 使 $\triangle ABC$ 的面积最小. (12 分)