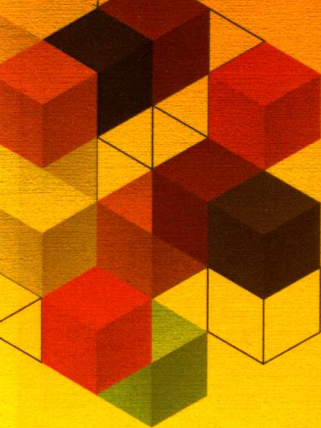


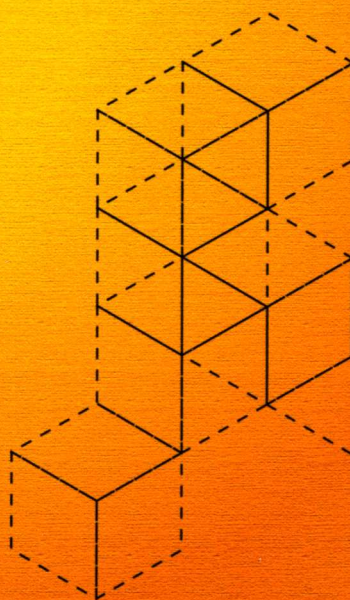


高维视角下系统相关 结构动态性研究及应用

王璐 何平 黄登仕 著



科学出版社



高维视角下系统相关结构 动态性研究及应用

王 璐 何 平 黄登仕 著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书系统研究了在大数据高维情况下复杂系统的相关结构建模中的若干问题. 考虑到复杂系统下相关结果具有动态性、非线性及非对称等特点, 本书探讨了包含相关结构动态性诊断、高维系统相关结构建模、系统局部相关结构建模等具体内容. 同时, 本书将提出的模型和方法应用于高速列车轨检车系统及金融系统, 进一步说明了复杂系统相关结构的应用.

本书可供学习本专业研究生选读, 也可供从事本方向的研究人员以及科技人员阅读参考.

图书在版编目(CIP)数据

高维视角下系统相关结构动态性研究及应用/王璐, 何平, 黄登仕著.
—北京: 科学出版社, 2015. 12

ISBN 978-7-03-046079-0

I. ①高… II. ①王…②何…③黄… III. ①系统结构-研究 IV. ①N94

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 251861 号

责任编辑: 王胡权 / 责任校对: 彭 涛

责任印制: 徐晓晨 / 封面设计: 陈 敬

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

北京京华虎彩印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2015 年 12 月第 一 版 开本: B5(720×1000)

2015 年 12 月第一次印刷 印张: 12 1/4

字数: 233 000

定价: 59.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

前 言

随着互联网的快速发展和云时代的来临,大数据(big data)一词越来越多地被提及,人们用它来描述和定义信息爆炸时代产生的海量数据.从新药开发到金融交易,从预判犯罪到超市营销,大数据正悄无声息地重塑各领域的业态与人们的生活方式.同时,随着海量数据的膨胀,它也影响了传统的系统分析理论.

相关性是系统的七大特征之一,通过深刻的研究系统相关结构可以更清晰地认识现实系统内各要素的作用机理、形态及特征等,从而揭示系统内部要素之间的关联规则,探索系统结构关联原因及演化历程.然而,目前现实系统大多属于复杂系统的范畴,相对传统的线性和静态系统而言,相关结构包含着非线性、非对称、动态性及高维度等特点.因此如何结合系统相关结构的新特点来研究复杂系统的相关性,这就是本书的主要研究内容.

本书充分考虑复杂系统非线性、非对称及动态性等特点,研究在大数据高维情况下系统的相关结构建模方法中的若干问题,包括相关结构动态性诊断、高维系统相关结构建模、系统局部相关结构建模等内容.不仅如此,本书也将提出相关结构模型用于高速列车轨检车系统及金融系统等应用研究,进一步验证所提出模型的合理性.

全书共6章.第1章介绍系统及系统相关性的概念、特点及传统测度方法.第2章研究二元系统的Copula建模方法步骤,并对边缘分布建模、Copula函数选择等具体问题提出相应的解决方案及实证研究.第3章详细讨论高维情况下藤Copula的系统相关结构建模方法,并将其用于列车轨道系统及金融系统研究.第4章探讨基于降维技术的系统相关结构动态性,提出包含因子分析、马尔可夫体制转换、时间序列变点诊断等在内的动态性研究方法.第5章研究系统相关结构动态性的诊断方法,并将其用于投资组合系统的研究.第6章探讨系统局部相关结构的测度方法.

本书获得了国家自然科学基金(项目编号:71201131,71372109)、中国博士后面上项目(项目编号:2014M562334)及西南交通大学中央高校基本科研业务费专题研究项目(项目编号:2682014ZT29)等资助,在此表示感谢.同时,感谢西南交通大学数学学院对本书出版的大力支持.

由于作者水平有限,书中的疏漏之处在所难免,希望广大专家及读者批评指正.

作 者

2015年8月于成都

目 录

前言

第 1 章 系统相关结构及其测度	1
1.1 系统及其相关结构	1
1.1.1 系统的基本概念	1
1.1.2 系统的分类	1
1.1.3 系统的相关结构	2
1.2 系统相关结构测度的传统方法	2
1.2.1 相关系数法	3
1.2.2 图方法	4
1.2.3 其他方法	8
1.3 系统相关结构的特点	9
1.3.1 非线性	9
1.3.2 动态性	10
1.3.3 非对称性	11
1.4 实证分析一:列车轨道不平顺系统的相关性	11
1.4.1 问题的提出	11
1.4.2 实证分析	12
1.5 实证分析二:金融系统传染效应研究	14
1.5.1 问题的提出	14
1.5.2 实证分析	15
1.5.3 实证结果	16
第 2 章 基于 Copula 的二元系统相关结构研究	18
2.1 Copula 理论	18
2.1.1 Copula 函数	18
2.1.2 几类常见的 Copula 函数	19
2.1.3 基于 Copula 的系统相关结构测度建模步骤	25
2.2 Copula 参数估计方法	26
2.2.1 全参数方法	26
2.2.2 半参数方法	27
2.2.3 非参数方法	27

2.3 拟合优度检验	28
2.3.1 图解法	28
2.3.2 解析法	28
2.4 基于 Copula 的系统尾部相关性分析	30
2.4.1 测度尾部相关性的重要性	30
2.4.2 尾部相关性的定义及性质	30
2.5 列车轨道不平顺指标的相关性研究	32
2.5.1 研究目的	32
2.5.2 实证步骤	33
2.5.3 实证结果	33
2.6 Copula 函数的选择研究:基于贝叶斯 Copula	34
2.6.1 问题的提出	34
2.6.2 沪深股市相关结构之谜	35
2.6.3 贝叶斯 Copula	37
2.6.4 实证分析及结果	39
2.7 金融时序 Copula 边缘分布建模研究:半参数方法	42
2.7.1 问题的提出	42
2.7.2 边缘分布的半参数建模方法	43
2.7.3 实证分析	43
2.8 Copula 在投资组合的应用研究	56
2.8.1 问题的提出	56
2.8.2 投资组合的 Copula 模型构建	57
2.8.3 实证分析及结果	59
第3章 高维视角下系统相关结构的藤 Copula 测度	65
3.1 藤 Copula 的基本理论	65
3.1.1 Pair-Copula 理论	65
3.1.2 藤 Copula 理论	67
3.2 藤 Copula 在系统相关结构的建模方法	69
3.2.1 边缘分布建模	69
3.2.2 确定藤结构节点连接顺序	70
3.2.3 确定二元 Copula 函数形式	70
3.2.4 藤 Copula 参数估计	71
3.2.5 藤 Copula 的最优选择	71
3.3 应用研究一:国际多元化下金砖国家市场相关结构研究	72
3.3.1 问题的提出	72

3.3.2 国际多元化相关理论	73
3.3.3 金砖国家金融市场内部相关结构实证分析	75
3.3.4 金砖国家外部相关结构的实证研究	79
3.4 应用研究二:分割市场下我国股市和债市的相关结构研究	82
3.4.1 问题的提出	82
3.4.2 股市和债市联动的理论模型	83
3.4.3 基于 R 藤 Copula 的金融市场联动性建模	85
3.4.4 实证研究	86
3.5 应用研究三:列车不平顺指标的高维相关结构分析	93
3.5.1 问题的提出	93
3.5.2 实证分析及结果	93
第 4 章 高维视角下系统相关结构动态性研究:基于降维的方法	96
4.1 基于降维的高维系统相关结构:因子-Copula	96
4.1.1 主要思想及步骤	96
4.1.2 投资与消费系统相关结构的实证分析	96
4.1.3 实证结果分析	102
4.2 基于降维的二元系统相关结构动态性研究	103
4.2.1 相关结构动态性的测度标准	103
4.2.2 相关性变化诊断方法一:ICSS	104
4.2.3 相关性变化诊断方法二:马尔可夫模型	110
4.2.4 相关性变化诊断方法三:非参数检验	119
4.2.5 实证研究:基于门限混合 Copula 的股市和债市相关结构	125
4.3 基于降维的多维系统相关结构动态性研究	137
4.3.1 多维系统相关性的测度	137
4.3.2 隐马尔可夫模型	138
4.3.3 实证分析	140
第 5 章 高维视角下系统相关结构 Copula 动态性诊断研究	143
5.1 基于 Copula 的相关结构动态性诊断基本思路	143
5.1.1 研究目的	143
5.1.2 Copula 变结构的诊断	144
5.1.3 Copula 时变的诊断	144
5.1.4 Copula 动态性诊断的整体思路	145
5.2 系统相关结构动态性的诊断方法	146
5.2.1 变相关结构诊断方法	146
5.2.2 Copula 时变性的诊断方法	147

5.3 系统相关结构动态性诊断的应用研究	149
5.3.1 模拟仿真	149
5.3.2 投资组合应用	150
第6章 系统变相关结构的局部相关特征研究	160
6.1 局部相关结构的测度	160
6.1.1 测度目的	160
6.1.2 局部正态相关系数	160
6.2 实证分析	162
6.2.1 研究背景	162
6.2.2 数据样本	165
6.2.3 石油价格和股票价格的突变点诊断	165
6.2.4 国际石油和中国股票价格的局部正态相关系数估计	168
6.2.5 国际石油对中国不同行业股票价格的影响	173
参考文献	175

第1章 系统相关结构及其测度

1.1 系统及其相关结构

1.1.1 系统的基本概念

系统的概念来源于古代人类长期的生产、生活及社会实践活动。古代中国和古希腊的唯物主义思想家把自然界当成一个统一体。中国古代医学家运用“天人合一”的整体观思想认为人和自然是统一的,强调人体各器官的有机联系;古希腊哲学家提出“世界是包括一切的整体”的思想。这些朴素的哲学思想包含了系统思想的萌芽。

现代系统理论的开创者贝塔朗菲把系统定义为相互作用的多元素的复合体。这个定义指出系统具有三个特点:一是多元性,系统是多样性的统一、差异性的统一;二是相关性或相干性,系统中不存在与其他元素无关的孤立元素或组分,所有元素或者组分之间相互依存、相互作用、相互激励、相互制约;三是整体性,系统是由所有元素或组分构成的复合统一整体。

实际上,由于人们的理解和使用范围不同,系统一词的含义往往也不同。本书所指的系统,是系统科学所研究的特定对象,不是一般意义下的系统。根据系统科学的特定要求,它的定义一般是这样表达的:系统是相互作用、相互联系、相互依赖的若干组成部分结合起来的具有某种或几种特定功能的有机整体。

系统是普遍存在的,在人类社会生活中存在着若干系统。例如,生产系统、经济系统、消费系统、科学系统、教育系统、交通系统、服务系统、金融系统、通信系统等。这些系统都可以作为人类社会这个大系统中的子系统。当然,这些子系统又包括更小的子系统。

1.1.2 系统的分类

系统种类繁多,它以不同的形式存在于自然界和人类社会。为了对系统进行深入的研究,人们往往从不同角度出發,对客观存在着的各种不同形态的系统进行分类。

(1) 根据组成系统的根本内容,可分为物质系统和观念系统。

(2) 根据系统的形式,按照系统组成部分的数量规模的大小,有小系统、大系统、巨系统三类。

(3) 根据系统的构成与环境的关系,可分为封闭系统(闭环系统)和开放系统

(开环系统)。

(4) 根据系统层次结构简单与否划分,可分为简单系统和复杂系统两类。

(5) 根据系统的具体对象来区分,可分为经济系统、工程系统、管理系统、操作系统、军事系统、教育系统等。

1.1.3 系统的相关结构

由于人们研究的学科领域不同,所研究的系统规模大小以及构成的元素都会千差万别。一个系统可以很小,如构成的元素可以是微观粒子;相反,一个系统又可以很大,如生态系统、经济系统等。此外,系统中元素之间的相互联系,可能是硬的连接,可能是软的连接,也可能是联系或者影响等。此外,一个系统存在于一定的外部环境之中,因此系统要受到环境的影响和作用,一个系统具有一定的功能,因此必须具有一定的结构。

系统在组分不变的情况下,为了完成系统整体的功能而把系统内相关联的组分与组分之间整合为统一的整体形式,这种关联方式的综合称为系统的结构。系统组成部分之间的相互关联、相互影响和相互作用是通过物质、能量和信息的传递来实现的。只要系统组分之间存在相互作用,就存在系统结构。同一系统内相关联的不同组分间的可能的不同连接,构成了系统的不同结构,也影响着系统的功能。

因此,系统相关结构是指系统内组成部分之间的关联方式及其特征,它主要揭示了系统内各个要素之间的关系。需指出的是,系统结构中的相关结构根据系统种类不同而存在多种形式,如机械体系的硬连接、弹性连接、柔性连接等;电气系统中的硬件连接、电路的导线连接等;控制系统中信息的反馈联系等。不应误认为系统的结构就是系统内部各元素的分布关系,因为分布相同也可能有不同的关联而形成不同的结构。

研究系统的相关结构是系统研究的重要内容之一。相关性是系统的七大特征之一,通过深刻的研究系统相关结构可以更清晰地认识现实系统内各要素的作用机理、形态及特征等,从而揭示要素之间的关联规则,探索系统结构关联原因及演化历程,力图尽可能把握系统发展规律特征。

1.2 系统相关结构测度的传统方法

系统相关结构表现形式的多样性导致了对其相关结构测度方法的多样性。系统中要素之间硬连接或软连接的差异性使得测度方法选择也不尽相同。由于数据指标能很大程度上体现系统中各要素所处的状态特征,所以本书选择从数据角度来研究测度系统相关结构的方法。这种方法属于软连接的研究方式。

从概率统计的角度来看,系统相关结构研究属于相关分析的范畴。通过概率和

统计手段研究随机变量的相关特征,以此来刻画系统相关性强弱及相关结构.下面首先归纳几种常用的相关结构测度方法.

1.2.1 相关系数法

在统计理论中,随机变量间的相关系数就是用来测度系统之间的关联结构.它实质上反映了变量间关系的强弱大小及变化趋势,能够有效揭示事物之间的数量关系,为深刻认识变量之间的作用机理提供有力的支持和帮助.

测度相关程度的相关系数方法有很多,各种方法的计算过程及特点各异.有的是基于 χ^2 值,有的则主要考虑预测效果.有些是对称性的,有些是非对称性的,但在实际中主要使用下列三种.

1. Pearson 简单相关系数

它描述了变量之间的线性相关程度,其数值介于-1与1之间,数学定义为

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (1-1)$$

式中, n 为样本数, x_i 和 y_i 分别是两变量的变量值, $\bar{x}$ 和 $\bar{y}$ 是样本均值.严格上讲,它适用于两变量呈线性相关时的情形,其数值介于-1和1之间,当两变量相关性达到最大时,散点呈一条直线时取-1或1,同时正负符号表明了相关的方向.

2. Spearman 等级相关系数

这种指标是基于数据秩的相关系数.对不服从正态分布的数据、原始资料等级资料、总体分布类型未知等数据,较为适合采用这种相关系数方法.它的基本思想和 Pearson 相关系数相同,相应的指标特征也相似.但在计算时并不直接采用原始数据,而用变量的秩(U_i, V_i)代替(x_i, y_i),其计算公式为

$$r = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n (U_i - V_i)^2}{n(n^2 - 1)} \quad (1-2)$$

3. Kendall τ 相关系数

这种指标采用非参数检验方法测度变量间的相关关系.它利用变量的秩计算一致对(同序对)数目和非一致对(异序对)数目.显然,如果两变量具有较强的正相关,则一致对数目 U 应较大.但若两变量相关性较弱,则一致对数目 U 和非一致对数目 V 应大致相等.故按照此思想,可得其数学定义为

$$\tau=(U-V)\frac{2}{n(n-1)}$$

(1-3)

除上述常用相关系数外,还有 Gini 系数、Gamma 统计量、列联系数和不确定系数(uncertainty coefficient)等指标,不同相关系数主要还是适用范围不同而已。

为了说明上述相关系数的特点,生成一维随机数 X,Y 和 Z . X,Y 和 Z 分别服从正态分布、指数分布和卡方分布,具体为 $X\sim N(1,1),Y\sim Z(1),Z\sim\chi^2(5)$. 随机生成容量为 100,500 和 1000 的一维随机数,计算这些随机数两两之间的相关系数,具体结果见表 1-1~表 1-3. 结果看到不同样本容量下,不同随机变量在不同相关系数测度下取值不同,但取值差距不大。

表 1-1 不同随机数之间的相关系数(N=100)

	Pearson 相关系数			Kendall 相关系数			Spearman 相关系数		
	正态分布	指数分布	卡方分布	正态分布	指数分布	卡方分布	正态分布	指数分布	卡方分布
正态分布	1	0.032	-0.060	1.000	0.013	-0.007	1.000	0.019	-0.017
指数分布	0.032	1	0.056	0.013	1.000	0.008	0.019	1.000	0.020
卡方分布	-0.060	0.056	1	-0.007	0.008	1.000	-0.017	0.020	1.000

表 1-2 不同随机数之间的相关系数(N=500)

	Pearson 相关系数			Kendall 相关系数			Spearman 相关系数		
	正态分布	指数分布	卡方分布	正态分布	指数分布	卡方分布	正态分布	指数分布	卡方分布
正态分布	1	-0.001	-0.040	1.000	0.013	-0.012	1.000	0.018	-0.019
指数分布	-0.001	1	-0.026	0.013	1.000	-0.005	0.018	1.000	-0.008
卡方分布	-0.040	-0.026	1	-0.012	-0.005	1.000	-0.019	-0.008	1.000

表 1-3 不同随机数之间的相关系数(N=1000)

	Pearson 相关系数			Kendall 相关系数			Spearman 相关系数		
	正态分布	指数分布	卡方分布	正态分布	指数分布	卡方分布	正态分布	指数分布	卡方分布
正态分布	1	0.017	-0.026	1.000	0.006	-0.018	1.000	0.009	-0.026
指数分布	0.017	1	-0.041	0.006	1.000	-0.021	0.009	1.000	-0.032
卡方分布	-0.026	-0.041	1	-0.018	-0.021	1.000	-0.026	-0.032	1.000

1.2.2 图方法

图方法主要是利用图形特征来展示系统各要素或随机变量之间的相关强弱、趋势及规律等. 常见的图方法包括散点图、折线图和 Chi-plot 图等.

1. 散点图

散点图是常用的表现两个变量或多个变量之间有无相关关系的统计图,它用点的密集程度和趋势表示两个变量之间的相关关系与变化趋势。

随机生成二维正态分布随机数 (X_1, X_2) ,其均值分别为 $\mu_1=1$ 和 $\mu_2=2$,标准差 $\sigma_1=1$ 和 $\sigma_2=4$. 为了全面考虑二者的相关结构,考虑相关系数 $\rho=0, \pm 0.5, \pm 0.8, 1$ 等六种情况,分别生成容量为 100 的二维正态随机数,绘制其散点图,如图 1-1 所示,其中横纵坐标表示随机变量的取值。根据散点图可以直观看到不同相

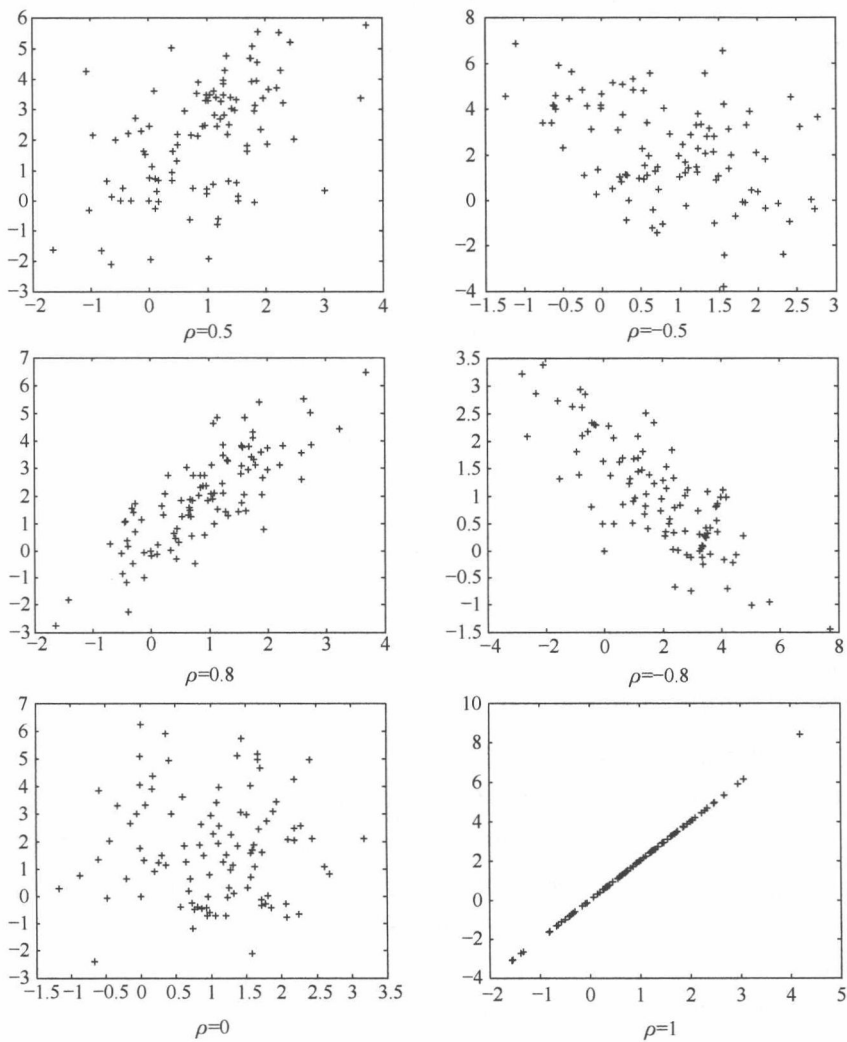


图 1-1 二维正态分布散点图

关系数下二维正态分布随机数之间的相关结构显著不同,具体表现为正相关或负相关、完全相关或不完全相关等类型。

2. Chi-plot 图

Fisher 和 Switzer(1985)提出了一种测度变量相关性的图方法——Chi-plot. 利用它可以考察变量是否相关或独立,考察变量间的复杂相关关系及局部相关特征. 这种方法通过绘制散点图可以清晰的表现出变量间的相关关系,是一种简单易行的有效方法.

设 $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ 是来自二维随机变量 (X, Y) 的随机抽样; $I(A)$ 是关于事件 A 的隶属函数,即当 A 发生则 $I(A)=1$,否则等于0. 对于每个样本点 (x_i, y_i) ,记

$$H_i = \frac{\sum_{j \neq i} I(x_j \leq x_i, y_j \leq y_i)}{n-1} \quad (1-4)$$

$$F_i = \frac{\sum_{j \neq i} I(x_j \leq x_i)}{n-1} \quad (1-5)$$

$$G_i = \frac{\sum_{j \neq i} I(y_j \leq y_i)}{n-1} \quad (1-6)$$

$$S_i = \text{sign} \left\{ \left(F_i - \frac{1}{2} \right) \left(G_i - \frac{1}{2} \right) \right\} \quad (1-7)$$

由上述统计量,可计算出

$$\chi_i = (H_i - F_i G_i) / \{ F_i (1 - F_i) G_i (1 - G_i) \}^{\frac{1}{2}} \quad (1-8)$$

$$\lambda_i = 4 S_i \max \left\{ \left(F_i - \frac{1}{2} \right)^2, \left(G_i - \frac{1}{2} \right)^2 \right\} \quad (1-9)$$

Chi-plot 图就是关于 (λ_i, χ_i) ($i=1, \dots, n$)的散点图. 从式(1-4)~式(1-9)看, 其实 Chi-plot 图依赖于样本点的秩.

χ_i 是对变量 X 和 Y 相关性的非参数度量,取值区间为 $[-1, 1]$. 如果 Y 是 X 的严格单增函数,则 $\chi_i=1$;相反地,若 Y 是 X 的严格单减函数,则 $\chi_i=-1$.

λ_i 度量了样本点 (x_i, y_i) 到数据集中心位置 $(\bar{x}, \bar{y})$ 的距离,取值区间为 $[-1, 1]$. 当样本点 (x_i, y_i) 是来自独立的连续随机变量 X 和 Y 的抽样,则 λ_i 的取值服从 $[-1, 1]$ 上的均匀分布;但当变量 X 和 Y 相关时, λ_i 的取值会出现一定的聚集性(clustering). 特别地,从式(1-7)可见,当 λ_i 大于0表示 x_i 和 y_i 都同时大于或小于中心位置 $\bar{x}, \bar{y}$;反之 λ_i 小于0表示 x_i 和 y_i 分别大于或小于 $\bar{x}, \bar{y}$.

如果在 Chi-plot 图上绘制两条水平控制线,即 $\chi = \pm c_p / \sqrt{n}$. 这两条水平线可以作为测度变量 X 和 Y 相关性的置信区间:因为若取适当的 c_p 值,使得大约

100 p %的 (λ_i, χ_i) ($i=1, \dots, n$) 落在两条水平线内, 则可以判定变量 X 和 Y 独立. Fisher 给出了当 p 取值分别为 0.90, 0.95 和 0.99 时, c_p 等于 1.54, 1.78 和 2.18. 而其他的 c_p 值可以通过蒙特卡罗模拟求得.

生成二维正态分布的随机数 (X_1, X_2) , 其均值分别为 $\mu_1=1$ 和 $\mu_2=2$, 标准差为 $\sigma_1=1$ 和 $\sigma_2=4$. 考虑相关系数 $\rho=0, \pm 0.5, \pm 0.8, 1$ 等六种情况, 分别生成容量为 100 的二维正态随机数, 绘制其 Chi-plot 图, 如图 1-2 所示.

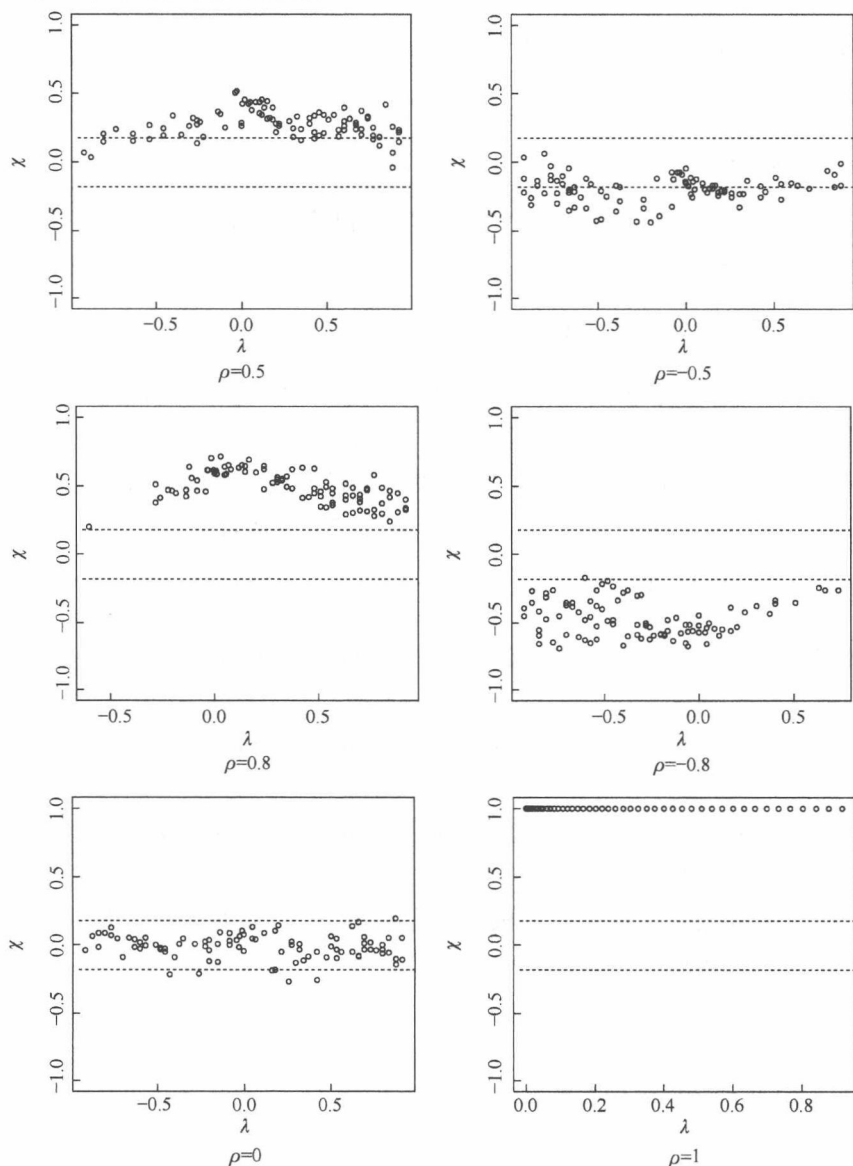


图 1-2 二维正态分布的 Chi-plot 图

图 1-2 绘制了六种不同相关系数下样本的散点图及各自的 Chi-plot 图: $\rho=0$ 的 Chi-plot 图中至少有 95% 的 (λ_i, χ_i) 点落在了 $\chi = \pm c_\rho / \sqrt{n}$ 之间, 表示 X 和 Y 相互独立; 而 $\rho = \pm 0.5, \pm 0.8, 1$ 的 Chi-plot 图中绝大多数 (λ_i, χ_i) 都在水平控制线之外, 表示 X 和 Y 有显著的相关关系. 特别是当 $\rho=1$ 时, 几乎所有样本点的 χ_i 值接近于 1, 这 and 实际相当吻合. 同时随着相关系数 ρ 的增大, (λ_i, χ_i) 越远离水平控制线.

除上述这些图模型外, 还有 K-plot, LDM(local dependence map) 等图方法也可用于相关性的分析.

1.2.3 其他方法

除利用上述相关系数和图模型两种方法来测度系统相关结构外, 还有一些其他相关结构测度方法, 具体如下.

1. 正象限相关和负象限相关

设 X 和 Y 为随机变量, X 和 Y 正象限相关(PQD)是指对所有的 $(x, y) \in \mathbf{R}$: $P(X \leq x, Y \leq y) \geq P(X \leq x)P(Y \leq y)$ 成立, 记为 $PQD(X, Y)$.

设 X 和 Y 为随机变量, X 和 Y 负象限相关(NQD)是指对所有的 $(x, y) \in \mathbf{R}$: $P(X \leq x, Y \leq y) \leq P(X \leq x)P(Y \leq y)$ 成立, 记为 $NQD(X, Y)$.

2. 随机单调(stochastic monotonicity)

随机变量 Y 对于变量 X 是随机单增的: 在取定 x 后, 对于所有的 y , $P(Y > y | X = x)$ 都是非减函数.

随机变量 X 对于变量 Y 是随机单增的: 在取定 y 后, 对于所有的 x , $P(Y > y | X = x)$ 都是非减函数.

随机变量 Y 对于变量 X 是随机单减的: 在取定 x 后, 对于所有的 y , $P(Y > y | X = x)$ 都是非增函数.

随机变量 X 对于变量 Y 是随机单减的: 在取定 y 后, 对于所有的 x , $P(Y > y | X = x)$ 都是非增函数.

3. 区域单调

若 X 和 Y 都是连续型随机变量.

X 和 Y 是 LCSD(left corner set decreasing):对所有的 x 和 y ,在取定 x' 和 y' 后, $P(X \leq x, Y \leq y | X \leq x', Y \leq y')$ 是单调非增函数.

X 和 Y 是 RCSD(right corner set decreasing):对所有的 x 和 y ,在取定 x' 和 y' 后, $P(X > x, Y > y | X > x', Y > y')$ 是单调非减函数.

X 和 Y 是 LCSI(left corner set increasing):对所有的 x 和 y ,在取定 x' 和 y' 后, $P(X \leq x, Y \leq y | X \leq x', Y \leq y')$ 是单调非减函数.

X 和 Y 是 RCSI(right corner set increasing):对所有的 x 和 y ,在取定 x' 和 y' 后, $P(X > x, Y > y | X > x', Y > y')$ 是单调非增函数.

4. 正似然比相关

若连续型随机变量 X 和 Y 的联合概率密度为 $h(x, y)$. X 和 Y 是正似然比相关(positively likelihood ratio dependent, PLRD),若 h 满足

$$h(x, y)h(x', y') \geq h(x, y')h(x', y) \quad (1-10)$$

对所有的 x, y, x', y' 在 $\mathbf{R}$ 中,同时满足 $x \leq x', y \leq y'$.

1.3 系统相关结构的特点

当代的现实系统应属于复杂系统的范畴,相对传统的线性系统、静态系统而言,它包含着许多复杂性.例如,复杂的控制系统从定量上讲其数学模型是高维的,具有多输入多输出;从定性上讲系统具有非线性、外部扰动、结构和参数不确定性或者时变性;从动力学特征上讲,系统的某些参数可能具有分布特征,具有大惯性及时间纯滞后特征;系统有复杂、多重的控制目标和性能判据.因此,系统的相关结构也会表现出与传统简单系统不同的特点,下面进行具体的分析.

1.3.1 非线性

非线性是自然界复杂性的典型性质之一,与线性相比,非线性更接近客观事物性质本身.系统相关结构线性特征是指系统要素之间的关系可以利用线性数学模型来进行描述,如 Pearson 相关系数等.比较而言,非线性相关是指系统要素之间的关系不能用线性数学模型来描述,系统中至少有一部分或者多个以至于所有部分之间都存在非线性相关性,它们之间存在非线性相关影响作用.

例如,交通系统是一个复杂系统.由人、车、路、环境四大要素构成的道路交通系统就具有非线性相关特征.因此,人、车和路之间的相关关系是不成比例的非线性关系,它们之间增加或减少的数据不会表现为稳定的线性关系.故采用传统的线性相关结构去度量这些要素的关系就会产生较大的误差.又如人体作为生命体的