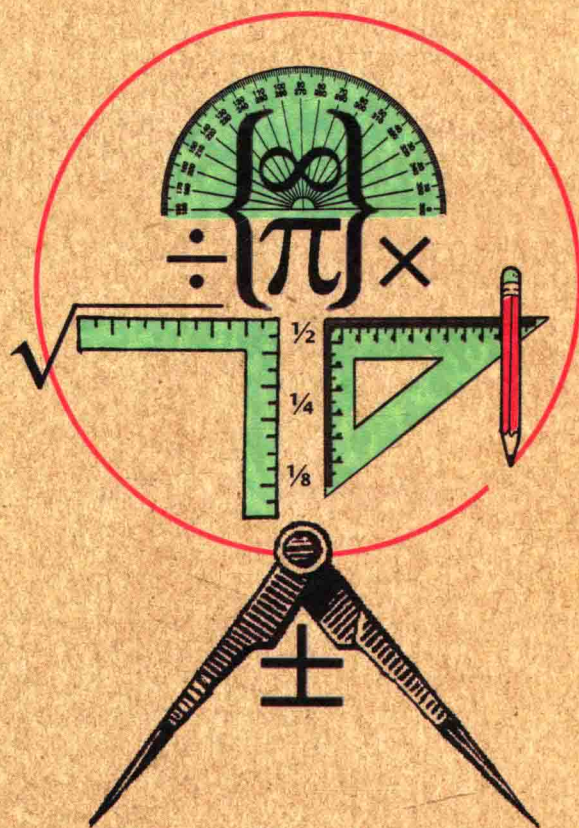


翻译成20种文字 畅销全球

30秒探索 数学

每天30秒
探索影响世界的
50个数学理论

30-SECOND
MATHS



[美] 理查德·布朗 (Richard Brown) 主编
柴宗泽 译



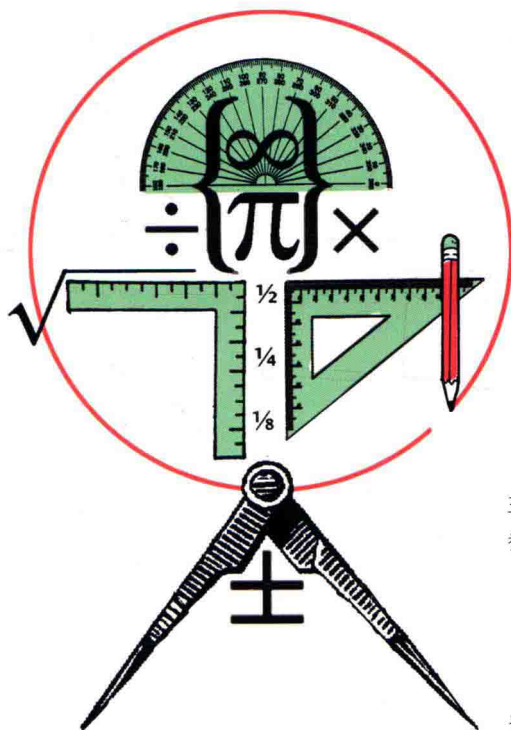
机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS



30秒探索 数学

每天30秒
探索影响世界的
50个数学理论

30-SECOND
MATHS



主编 [美] 理查德·布朗 (Richard Brown)
参编 [英] 理查德·埃尔威斯 (Richard Elwes)
[美] 罗伯特·法瑟儿 (Robert Fathauer)
[英] 约翰·黑格 (John Haigh)
[美] 大卫·佩里 (David Perry)
[美] 杰米·包墨希 (Jamie Pommersheim)
译者 柴宗泽



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

30 Second Maths by Richard Brown

Copyright: The IVY Press 2012

This translation of 30 Second Maths originally published in English in 2012 is published by Arrangement with THE IVY PRESS Limited.

through BIG APPLE AGENCY, LABUAN, MALAYSIA.

Simplified Chinese edition copyright:

2015 China Machine Press

All rights reserved.

北京市版权局著作权合同登记 图字: 01-2013-3371号

图书在版编目 (CIP) 数据

数学/(美)布朗(Brown, R.)主编;柴宗泽译. —北京:机械工业出版社, 2015.6

(30秒探索)

书名原文: 30 Second Maths

ISBN 978-7-111-51096-3

I. ①数… II. ①布… ②柴… III. ①数学—普及读物 IV. ①O1-49

中国版本图书馆CIP数据核字 (2015) 第184702号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)

策划编辑: 马 宏 责任编辑: 马 宏

责任校对: 赵 蕊 封面设计: 鞠 杨

北京华联印刷有限公司印刷厂印刷

2015年10月第1版第1次印刷

175mm × 225mm · 8印张 · 196千字

标准书号: ISBN 978-7-111-51096-3

定价: 45.00元

凡购本书, 如有缺页、倒页、脱页, 由本社发行部调换

电话服务

网络服务

服务咨询热线: 010-88361066 机工官网: www.cmpbook.com

读者购书热线: 010-68326294 机工官博: weibo.com/cmp1952

010-88379203 金书网: www.golden-book.com

封面防伪标均为盗版 教育服务网: www.cmpedu.com

译者序

如今，我们日常的生活中到处可以看到数学的存在。拿我们每天使用的手机为例。手机可以说是基于信息论的一个产品，而信息论是运用概率论与数理统计的方法研究信息的处理和传输等问题的应用数学学科。如何把图像和声音转换成数字信号涉及傅里叶变换等数学知识，把这些信号压缩使得通信以最高的效率执行，又要用到概率和统计；把这些信号以无线电波的形式传输出去又涉及电磁学的场论，这是微积分的一部分内容。手机芯片中的处理器是一个小型的计算机处理器，我们都知道，计算机理论是以布尔代数为基础的。可以说，计算机的诞生和发展都与数学是密不可分的。整个计算机以及相关的衍生产品，比如软件、互联网，都是由数学支撑的。例如，目前互联网的加密是基于数论中的素数理论。我们用计算机去解决一些问题就需要编程序，这就要涉及算法。一个算法，它的复杂度如何，能否在可接受的时间内给出我们想要的解，这就涉及计算数学里算法复杂度的问题。除此之外，我们生活中的数学应用也可谓无所不在。比如汽车的前照灯，它的反光面的造型要做成抛物面才能将灯光射得很远，汽车里边的安全气囊怎么叠放才能最有效地打开，这涉及折纸几何这门有趣的学科。飞机航班的排班要求解复杂的优化问题，一个大学里的课程表的安排，也需要求解优化问题的最优解才能够安排得有效。事实上，人类在探索未知、追求真理的过程中，数学一直扮演着极其重要的角色。我们知道工业革命在人类的近代史上是一件影响非常深远的事件，没有微积分的出现，工业革命是不可想象的。高速旋转的机器的设计需要精细的微积分才能够胜任。同样，没有非欧几何，相对论的出现就是不可想象的，核技术的开发和利用也就无从谈起，对外太空的探索更是不可能的了。可以说，无论是尖端的科学探索还是我们平常百姓的普通生活，数学的应用无处不在。数学的研究水平和应用水平直接决定了科学技术的发展水平，更决定了我们的生活水平。

数学的伟大不仅仅在于它的实用性，还因为它是一门非常优美的语言，是我们与大自然对话的语言。这门语言写就的文章，从假设到结论之间，每一步都是严谨的逻辑递进，像清澈的流水，清晰、流畅，精妙处更是令人倾倒，可谓“秋水文章不染尘”。正如英国的哲人罗素所说“数学，如果正确地看它，不但拥有真理，而且也具有至高的美，正像雕刻的美，是一种冷而严肃的美，这种美不会投合我们天性软弱的方面，这种美没有绘画或音乐那样的华丽装饰，它可以纯净到崇高的地步，能够达到严格的只有最

伟大的艺术才能显示的那种完满的境界”。数学美的典范之一便是欧拉公式。欧拉公式把三角学和指数这两个原本完全不同的东西完美而简洁地结合在一起，让人们対这种神奇的联系和优美的秩序惊叹不已。我们都知道电磁学中磁场和电场会相互作用，利用场论的语言，麦克斯韦将电磁学的全部内容总结为一组麦克斯韦方程，麦克斯韦方程表现出惊人的简洁和对称，让人感叹自然规律的神奇，更感叹数学语言的美妙。

数学除了非常实用、非常优美之外，还非常有趣。数学发展到一定的阶段以后，专业的数学研究与实际应用之间的距离越来越遥远。数学的研究大多数时候已经不是为了实际问题了，而是数学家们出于纯粹的好奇和兴趣而追求真和美的结果。比较有名的例子就是非欧几何的发展。欧几里得几何逻辑严谨，是公理化数学体系的典范，自问世以来，对整个人类文明都产生了巨大的影响。欧几里得几何是基于五个公理而演绎出来的。其中的第五公理也称为“平行公设”，简单地説就是过直线外一点只能画一条直线平行于原有的直线。数学家怀疑这个公设不是必要的，修改这个公设后平行线就可以有交点了，三角形的内角和也不再是 180° 了。修改这个公设后，数学家们平行地发展起黎曼几何和罗巴切夫斯基几何，当时完全是出于纯粹逻辑上的好奇，没想到后来在相对论中成为最基本的数学工具。另一个无心插柳的案例是素数理论的研究。可以说，数论的绝大部分研究都是不知道有什么具体的实用价值的，素数理论的研究也是如此，只是数学家们出于纯粹的好奇而去追求的一件事情。但是后来人们发现素数理论在密码学中具有重要的应用，对今天互联网安全发挥着非常重要的作用。我们平时玩的魔方，实际上是一个代数群的物理实现，数学家可以证明任何魔方都可以在20步以内解出。你知道只有一个面的纸带吗？莫比乌斯带只有一个面。你知道没有内外之分的瓶子吗？克莱因瓶没有内外之分。克莱因瓶说起来很容易，但是在三维空间中却无法实现。自然界中很多现象都服从斐波那契数列的规律。你觉得一笔能画出“田”字吗？可以从数学上证明这实际上是不可能的，实际上这个问题与著名的哥尼斯堡七桥问题等价。事实上在数学的每一个领域都有许多有趣的问题。数学不是枯燥乏味的，而是妙趣横生的。

这本小册子以简短明快的方式介绍了数学领域里的50个重要的专题，涵盖了七大领域。笔法生动活泼，浅显易懂，既有对数学主要内容的介绍，也有数学史上一些重要人物的趣闻轶事，非常适合那些想快速地对现代数学有个概况了解的读者。青年学生读了会对数学产生兴趣，从而更进一步地对数学进行探索。对于那些对数学有恐惧感但是又想了解数学的读者，读了本书可能会对数学有一个完全不同的认识。即便是如译者本人这样的数学专业出身的读者，读了本书也会感到很有收获。让我们从这本书开始，去体验数学的美妙世界吧。你有兴趣吗？

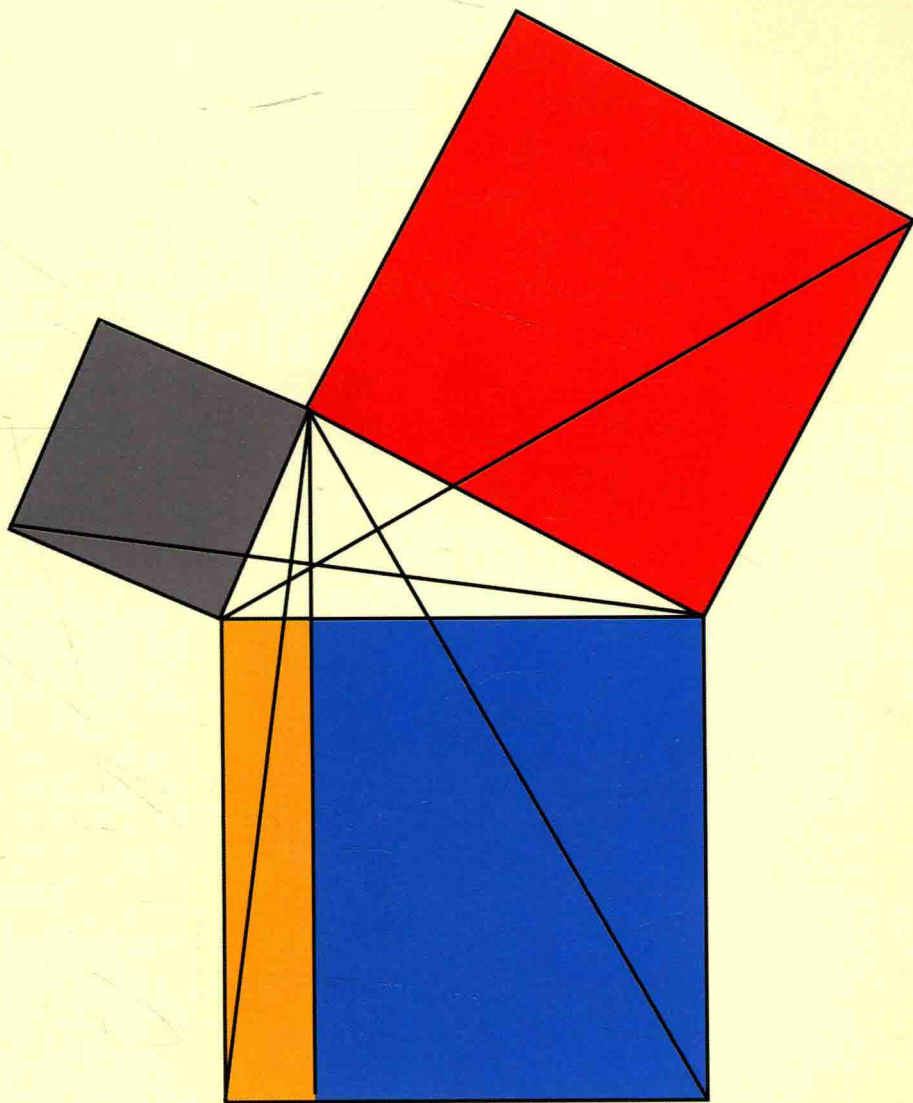
前言

理查德·布朗

有人说数学是纯理性的艺术。它是关于我们这个世界上一切存在或不存在的事物的最基本的逻辑框架。数学远不止是会计账簿和日常生活中的简单计算，它帮我们整理和理解生活中能够想象的一切概念。就像音乐、艺术和语言，本书将要讨论的数学基本符号和概念能够让我们以极为复杂的方式表达我们自己，也能够界定一些难以想象的、复杂而美妙的结构。虽然生活中数学的应用很广泛，但数学的魔力却来自于超越任何实用的优美。我们赋予数学概念意义，只是因为它们本身合理，且有助于我们对客观存在建立秩序。但是除了我们赋予这些数学元素的意义之外，它们在现实中并不存在，而仅仅存在于我们的想象中。

自然科学和社会科学都用数学来描述其理论，为它们的模型提供框架。算术和代数使我们能够从事商业活动，并学会如何思考。但是超越于这些现实应用的却是秩序的真正属性。数学是一个框架，它提供了整个结构化思考体系的规则。

本书是对数学家每天所看到的世界的一个速览。书中给出了当今这一领域中一些更基本的元素，给出了其定义和历史简介，还讨论了很多基本数学概念的性质。本书包含50篇短文，每一篇都将讨论数学中的一个重要主题。它们按照七个大类排序，这些类大致能够界定它们的语境。在“数和计数”一章中，我们考察一些能够使我们列举周边事物的基本元素。在“数的应用”一章中，我们研究有关数的运算和结构。这些短文主要描述一些能够帮我们在日常生活中使用数学的算术系统。在“随机性是个好东西”一章中，我们详细讨论了一些实用数学，以便理解随机性事件的概念。然后，我们在“代数和抽象”一章中给出一些更深刻和更复杂的数的结构。通往更高等数学的道路正是从这



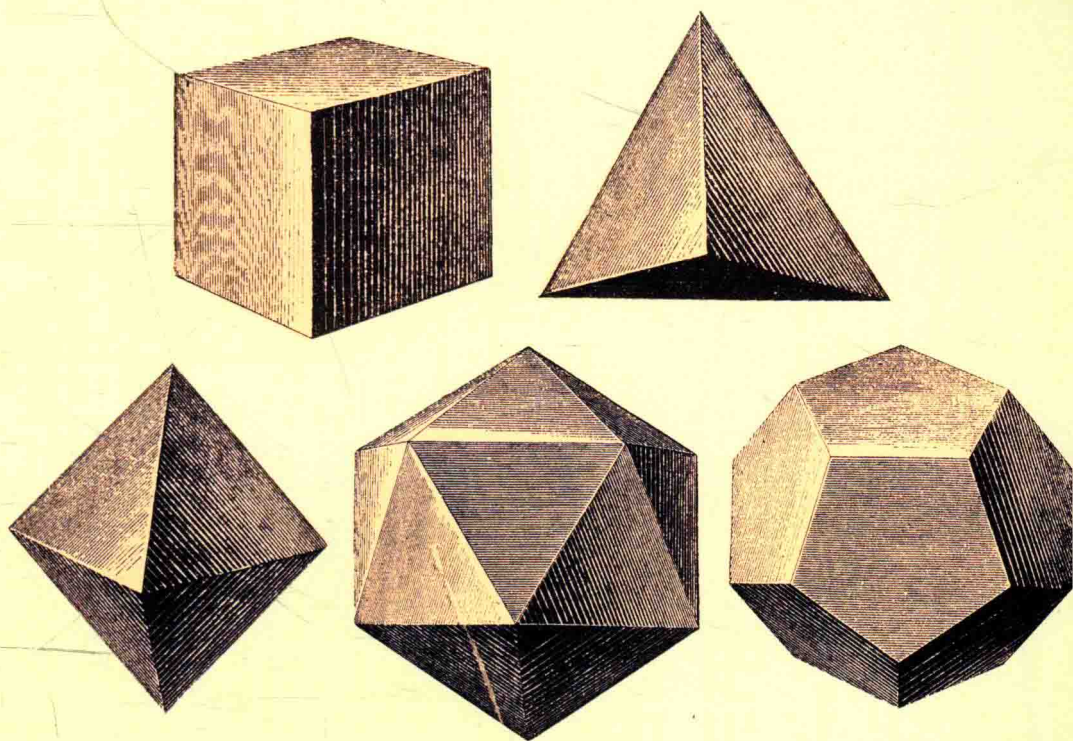
优美的几何

数学家经常通过几何方法使一些数学对象如方程可视。上图就是著名的毕达哥拉斯定理 $a^2+b^2=c^2$ 的图形证明。

里开始的。此后，我们在“几何和形状”一章中探讨了可以图形化的数学关系。由于数学的抽象只是一个纯想象的东西，我们在“另一维度”一章中讨论了在我们的三维世界之外会发生什么。最后，在“证明和定理”一章中，我们讨论一些数学所能引导我们到达的更为深刻的思想和事实。

单独来看，每一篇短文都是对当今数学中众多优美而重要的思想之一的速览。每个主题都是以相同的形式展示，以便更好地介绍；“3秒钟小结”给出最简短的概括，之后正文会就该主题进行更深入的讨论，而“3分钟拓展”则开始思考这些思想之间更深刻的联系以及它们在数学世界中的重要性。我们希望这些文章能够帮助读者开阔眼界，深入理解数学的基本要点。

如果作为参考书，本书能够提供数学中一些深刻思想的基本要点。如果通读，本书能够让你一瞥另一个世界，这个世界如同你所生活的世界一样丰富而有意义：数学的世界。



维度的美

用正多边形构造立体图形的方法只有5种，原因不难理解。但这是否意味着这些立体图形很特殊呢？至少数学家会这么认为。

目 录

译者序 前言

1 数和计数

- 2 术语
- 4 分数和小数
- 6 有理数和无理数
- 8 虚数
- 10 计数基
- 12 素数
- 14 斐波那契数
- 16 帕斯卡三角
- 19 人物传略: 布莱士·帕斯卡
- 20 数论

23 数的应用

- 24 术语
- 26 零
- 28 无穷
- 30 加法和减法
- 32 乘法和除法
- 34 指数和对数
- 36 函数
- 39 人物传略: 戈特弗里德·莱布尼茨
- 40 微积分

43 随机性是个好东西

- 44 术语
- 46 博弈论
- 48 几率的计算
- 51 人物传略: 吉罗拉莫·卡尔达诺
- 52 大数定律
- 54 赌徒谬误——平均值定律
- 56 赌徒谬误——加倍赌
- 58 随机性
- 60 贝叶斯定理

63 代数与抽象

- 64 术语
- 66 变量标识符
- 68 方程
- 70 多项式方程
- 73 人物传略: 阿布·阿卜杜拉·穆罕默德·伊本·穆萨·花刺子米
- 74 算法
- 76 集合和群
- 78 环与域

81 几何与形状

- 82 术语
- 84 几何原本
- 86 π ——圆的常数
- 88 黄金比率
- 91 人物传略: 毕达哥拉斯
- 92 三角学
- 94 化圆为方

96 平行线

98 图

101 另一维度

- 102 术语
- 104 柏拉图立体
- 106 拓扑学
- 108 欧拉砖
- 110 莫比乌斯带
- 113 人物传略: 叙拉古的阿基米德
- 114 分形学
- 116 折纸几何学
- 118 魔方
- 120 纽结理论

123 证明和定理

- 124 术语
- 126 费马大定理
- 129 人物传略: 皮埃尔·德·费马
- 130 四色问题
- 132 希尔伯特计划
- 134 哥德尔不完备定理
- 136 庞加莱猜想
- 138 连续统假设
- 140 黎曼猜想

143 附录

- 144 参考资源
- 146 作者简介
- 148 词汇表

数和计数

数和计数 术语

代数 纯数学的一个重要分支，主要研究数的运算和关系。初等代数研究变量表达式的运算规则。高等代数则研究除了数之外的数学对象和构造之间的运算和关系。

代数数 整系数非零多项式的根。也就是说代数数是多项式方程（见70页）的解，如 $x^2-2=0$ ，解是 $x=\sqrt{2}$ 。所有的有理数都是代数数，而无理数则可能是代数数，也可能不是。一个最著名的代数数是黄金比率（1.618 033 9...），一般写作 ϕ 。

2进制数 一种只包含0和1的计数系统。正如10进制数中有个位（ $10^0=1$ ），十位（ 10^1 ）和百位（ 10^2 ）等一样，2进制数中也有个位（ 2^0 ）、二位（ 2^1 ）及四位（ 2^2 ）等。例如7的2进制表示为111，也就是 $1 \times 1 + 1 \times 2 + 1 \times 4$ 。

系数 与一个变量相乘的数；在表达式 $4x=8$ 中，4是系数，而 x 则是变量。虽然一般系数是一个数，但一些符号如 a 也能用来表示系数。没有变量的系数称为常系数或常数。

复数 包含实部和虚部的任一数，如 $a+bi$ ，其中 a 和 b 表示任意实数， i 表示 $\sqrt{-1}$ ，见虚数。

因数 能够整除另一个数的两个或更多的数中的一个，例如3和4是12的因数，同样，1、2、6和12也是。

形数 可以用规则几何图形来表示的任一数，例如三角形、正方形及六边形等。

分数 任一表示整体的一个部分的数。最常见的分数称为普通分数或简分数，这种分数下边的分母是一个非零整数，表示整体被分成多少份，而上面的分子表示有几份。真分数表示小于1的数，例如 $2/3$ ；而假分数则表示大于1的数，例如 $3/2$ 或 $1\frac{1}{3}$ 。

虚数 平方后等于负数的数。由于没有实数平方后等于负数，所以数学家提出虚数单位 i 的概念，满足 $i \times i = -1$ 或 $i = \sqrt{-1}$ 。表示 $\sqrt{-1}$ 的虚数能够帮我们解决很多原来无法解决的问题，它在很多领域里都有应用。

整数 任一自然数（用来计数的数，如1、2、3、4、5等）、0或负的自然数。

无理数 不能表示为数轴上两个整数的比值的数。最常被提到的无理数是 π 和 $\sqrt{2}$ 。确定一个数是否是无理数的一个好方法是看其小数部分是否不重复。大部分实数是无理数。

数轴 横线上对应所有实数的图形表示，负数向左端无限延伸，正数向右端无限延伸，中间用0分开。大部分数轴通常都等分地标出正、负整数。

多项式 一种表达式，只使用数字和变量，只允许加法、乘法和正整数的指数运算，如 x^2 （也见70页的多项式方程）。

有理数 可以被表示为数轴上两个正整数的比值的数，或者更简单地说，就是任何可以被写作分数的数，包括整数。有理数也可以被认为是有限或循环小数。

实数 任何可以被表示为数轴或连续统上的一个点的数。实数包括所有的有理数和无理数。

超越数 任何不能表示为整系数非零多项式的根的数，也就是非代数数。 π 是最著名的超越数。根据其定义， π 不能满足方程 $\pi^2=10$ 。大部分实数是超越数。

自然数 也称为计数数，一个自然数是数轴或连续统上的任意正整数。但零是否属于自然数依然有争议。

分数和小数

the 30-second maths

3秒钟小结

数学的起点是自然数，0, 1, 2, 3, ...但很多情况下则是落在自然数之间，这种情况可以用两种方法来度量。

3分钟拓展

分数和小数之间的转换并不总是那么简单。很容易看出来0.25, 0.5和0.75分别是1/4, 1/2和3/4。但是1/3的小数是0.333333..., 其中3永远不会结束, 1/7等于0.142857 142857 142857...也是无限重复的。实际上, 所有的分数用小数表示时都有重复部分, 而非分数数如 π 的小数表示就没有重复。这些数就是无理数。

自然数, 0, 1, 2, 3, ...是数学的基础, 已经被人们使用数千年了。但是并不是每一件事都可以被自然数来度量。如果15公顷土地被7个农民来分, 每个人将会得到15/7 (或 $2\frac{1}{7}$) 公顷。最简单的非自然数可以被这样表示。但是其他数, 如 π , 是不可能这样表示的。随着科学的发展, 需要将数分得更精确。小数体系就被发明出来了, 这是一种有效的、按位使用阿拉伯数字的方法。例如, 725有三位, 表示7个一百, 2个十和5个一。个位后面加个小数点和一些位, 就可以方便地扩展到比1小的数, 如725.43表示7个一百, 2个十, 5个一, 4个十分之一和3个百分之一。通过向左或向右不断增加位数, 就可以根据需要写出足够精确的大数或小数。事实上, 自然数间的任何数都可以表达为小数 (但不是分数), 这就是“实”数系统。

相关理论

有理数和无理数 6页
计数基 10页
零 26页

3秒钟人物

花刺子米
ABU' ABDALLAH
MUHAMMAD IBN MUSA
AL-KHWARIZMI
790—850

乌几里德
ABU' L HASAN AHMAD
IBN IBRAHIM AL-UQLIDISI
920—980

萨马瓦尔
IBN YAHYA AL-MAGHRIBI
AL-SAMAWAL
1130—1180

列奥纳多·皮萨诺 (斐波那契)
LEONARDO PISANO
(FIBONACCI)
1170—1250

本文作者

理查德·埃尔威斯
Richard Elwes

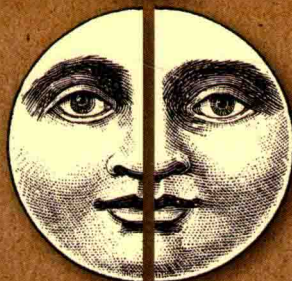
自然数可以被等分为分数, 小数能够把这种分数表达得更精确。

1



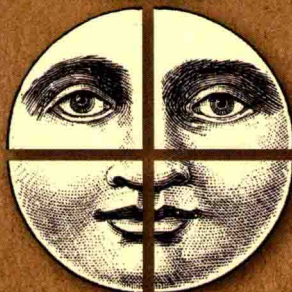
1

$\frac{1}{2}$



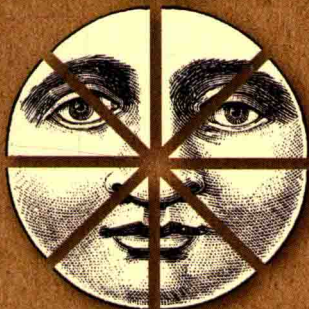
0.5

$\frac{1}{4}$



0.25

$\frac{1}{8}$



0.125

$\frac{1}{16}$



0.0625

有理数和无理数

the 30-second maths

3秒钟小结

“实”数——用来表示量的数，可以用小数展开来表示——要么是有理数，要么是无理数。但是有些无理数比其他的更不同寻常。

3分钟拓展

古希腊的哲学认为所有可测的东西最差也是整数的比值。历史上传说毕达哥拉斯学派的人发现 $\sqrt{2}$ 是无理数时变得极为恐慌，以至于杀死了米太旁登的希帕索斯，以阻止他将这一真理公之于世。像 π 这样的数也许直觉上更像一个无理数，但是这种观点直到250年前才被证实，而又经过了一个世纪 π 才被证明是超越数。

实数包括正数、负数和0，而这些数也可以有好几种分类法。最基本的方法是将实数区分为可以表示为两个整数的比值，如 $1/2$ 或 $-7/3$ （称为有理数）和不能表示为两个整数的比值的（称为无理数）。古希腊人相信所有的数都是有理数，直到毕达哥拉斯的追随者证明了 $\sqrt{2}$ 不是有理数。你可以通过观察一个数的小数部分来判断它是有理数还是无理数——如果小数最终开始重复，则该数是有理数（想想 $3/11=0.272\ 727\cdots$ ）。无理数的小数展开（如 $\pi=3.141\ 592\ 65\cdots$ ）的小数部分并不会重复。此外还有更多。有理数和很多无理数有一些共同的东西——它们都是代数数，也就是它们是整系数多项式方程的解。例如， $\sqrt{2}$ 是 $x^2-2=0$ 的解（见多项式方程，70页）。但是更多的无理数不是代数数， π 就是一个例子。不是代数数的数称为超越数——只有无理数才可能是超越数。

相关理论

分数和小数	4页
指数和对数	34页
多项式方程	70页
π ——圆的常数	86页
毕达哥拉斯	90页

3秒钟人物

米太旁登的希帕索斯 HIPPOSUS OF METAPONTUM	活跃于公元前5世纪
约翰·朗伯 JOHANN LAMBERT	1728—1777
查尔斯·埃尔米特 CHARLES HERMITE	1822—1901
费迪南·冯·林德曼 FERDINAND VON LINDERMANN	1852—1939

本文作者

大卫·佩里
David Perry

实数——如果能够写成分数则是有理数，否则就是无理数。

$$\frac{3}{11}$$

$$\sqrt{2}$$

$$\pi$$