

高等学校教材

自动控制原理

金慰刚 主编

(上册)

ZI DONG KONG ZHI YUAN LI

天津科学技术出版社

高等学校教材

自动控制原理

(上)

金慰刚 主编

天津科学技术出版社

前 言

本书是在华北电力学院校内讲义(根据1983年制订的专业教学大纲编写的)的基础上重新编写而成。它可作为生产过程自动化、电力系统及其自动化教课书,也可以作为其它工业自动化专业的参考教材,并可供从事自动控制的科技人员学习之用。

本书以讲解经典控制理论为主,同时对现代控制理论的基本内容作了一定阐述。可以使读者既了解掌握经典控制理论的概念和方法,又能为进一步深入学习现代控制理论打下较好的基础。

本书共分九章。第一章至第六章着重对经典控制理论的基本概念及方法作了较详细的介绍。第七章讲解了非线性系统最基础的内容。为了适应分析和设计采样及数字控制系统的需要,本书第八章介绍了离散控制系统。第九章介绍了现代控制理论中的状态空间分析法。

在本书的编写过程中,作者力求符合课程教学大纲的要求,并充分注意了课程内容的取舍和例题的精练。在阐述方法上力求做到深入浅出、循序渐进和联系实际。为了帮助读者掌握和运用所学到的基本理论、基本概念及分析和综合控制系统的基本方法、巩固所学内容,本书在每章之后附有一定数量的习题。在全书后的附录中还编入了有关的数学基础和控制系统仿真方法。

本书由华北电力学院金慰刚、于希宁、孙建平、谷俊杰、杨跃权、刘红军、金海燕等同志编写,金慰刚任主编。本书由北京动力经济学院徐书荪教授主审并提出了许多宝贵的意见和建议,在编写过程中先后得到了华北电力学院张貽琛教授、高镗年教授、李遵基教授、刘吉臻教授的帮助和支持,在此一并表示感谢。

限于编者水平,书中一定存在某些不妥之处,恳切希望广大读者提出批评指出。

编 者

1994年

目 录

第一章 绪论	1
§ 1-1 概述	1
§ 1-2 自动控制系统的分析	2
§ 1-3 自动控制系统的分类	7
§ 1-4 反馈控制系统的组成	8
§ 1-5 对控制系统的基本要求	9
习 题	13
第二章 控制系统的数学模型	16
§ 2-1 概述	16
§ 2-2 控制系统的微分方程	17
§ 2-3 传递函数	23
§ 2-4 系统方框图及其等效变换	24
§ 2-5 系统信号流图及其等效变换、梅逊增益公式	40
§ 2-6 典型传递函数及典型环节的传递函数	49
§ 2-7 多变量控制系统的传递函数矩阵	53
习 题	55
第三章 时域分析法	64
§ 3-1 概述	64
§ 3-2 控制系统的稳定性	65
§ 3-3 控制系统的稳态性能	76
§ 3-4 控制系统的动态性能	88
§ 3-5 常规控制器的动态特性	118
§ 3-6 其它性能指标	122
习 题	126
第四章 根轨迹法	134
§ 4-1 概述	134
§ 4-2 一般根轨迹图的绘制法则	137
§ 4-3 广义根轨迹的绘制	152
§ 4-4 根轨迹分析法	164

习 题	167
第五章 频率响应分析法	171
§ 5-1 概述	171
§ 5-2 频率特性	172
§ 5-3 典型环节的频率特性	178
§ 5-4 开环频率特性曲线	195
§ 5-5 频率特性稳定判据	203
§ 5-6 开环频率特性和闭环稳态性能、动态性能关系	218
§ 5-7 闭环频率特性	221
§ 5-8 闭环频率特性和闭环时域性能指标关系	228
习 题	230
第六章 线性控制系统的校正	239
§ 6-1 概述	239
§ 6-2 常用校正装置	242
§ 6-3 根轨迹法串联校正	256
§ 6-4 频率法串联校正	269
§ 6-5 反馈校正	275
§ 6-6 定值调节系统的校正	283
§ 6-7 复合控制校正	284
§ 6-8 纯迟延时间的补偿和校正	289
习 题	290
第七章 非线性系统分析	294
§ 7-1 概述	294
§ 7-2 典型非线性环节的描述函数	297
§ 7-3 用描述函数分析非线性系统的稳定性	305
§ 7-4 相平面图	311
§ 7-5 相平面图分析	330
习 题	338
第八章 离散控制系统	341
§ 8-1 概述	341
§ 8-2 信号的采样和复现	343
§ 8-3 脉冲传递函数(Z 传递函数)	351
§ 8-4 离散系统的性能分析	362
§ 8-5 离散系统的根轨迹分析法	378
§ 8-6 离散系统的频率响应分析法	381
§ 8-7 离散系统的校正	386
习 题	395

第九章 状态空间分析法	399
§ 9-1 概述	399
§ 9-2 线性时不变系统的状态空间表达式	403
§ 9-3 线性时不变系统状态方程的解	426
§ 9-4 线性时不变系统的能控性和能观测性	437
§ 9-5 极点配置和状态观测器	444
习 题	454
附录一 拉普拉斯变换	459
附录二 富里哀变换	471
附录三 Z 变换	475
附录四 计算机在系统分析中的应用	483

第一章 绪 论

基本要求:

1. 明确自动控制系统的任务,正确理解被控制对象、被控制量、输入量(给定输入、扰动输入)、输出量等概念。
2. 明确自动控制系统可按不同的要求进行分类,能判别给定系统的控制类型。
3. 明确组成自动控制系统的各功能元件的作用,初步掌握由实际系统图绘制原理性方框图的方法,并能判别各实际元部件的作用。
4. 初步了解对控制系统的基本要求,了解典型的输入函数,要建立动态的概念。

§ 1-1 概 述

一、自动控制的概念

当前,自动控制技术已广泛应用于工农业生产、交通运输、国防、航天等方面。在工业上最早应用自动控制并获得成效的,要算发电厂里控制原动机转速的调速器了,此外还有锅炉的水位控制器等。随着生产和科学技术的发展,自动控制技术所起的作用越来越重要,自动化水平也越来越高。

所谓控制就是使某些物理量按指定的规律变化(包括保持恒定),以保证生产的安全性、经济性及产品质量等要求的技术手段。

若控制没有人的直接参与,则称为自动控制,即不需要人的直接参与便能使某些物理量按指定规律变化称为自动控制。这里指的是不需要人的直接参与,因为任何自动控制系统的设计、制造均是离不开人的,但只是间接参与。

二、自动控制理论的发展史

自动控制理论是研究自动控制共同规律的科学。它的发展初期是以反馈理论为基础的自动调节原理,随着工业生产和科学技术的发展,现在已发展成为一门独立的学科——控制论。

在 18 世纪人们发明了两类机器:机器工具机和机器发动机,来代替人的手和体力,开始实行机械化。但人们总希望能用机器来代替人的非创造性的脑力劳动,实行自动化。在本世纪的 40、50 年代即第二次世界大战期间和以后,由于军事上和生产上的需要,自动控制技术开始迅速发展起来了,发明了第三类机器——机器控制器,来代替人的一部分简单的管理工作,形成了自动控制系统。而研究它的理论即自动控制理论也相应发展起来了。到本世纪 50 年代末,自动控制理论已经形成了比较完整的理论体系,形成了以频率特性为主要工具的一整套自动控制理论,并在工程实践中得到了成功的应用,一般把它称为经典控制理论。它主要研究单输入单输出、线性、定常系统的输出控制,它的数学工具是拉氏变换、传递函数,它的主要方法是频率法和根轨迹法。进入 50 年代以来,由于航天技术的发展,要求有高性能、高精度的复杂的控制系统,经典控制理论不能满足要求。由于电子计算机技术的飞速发展,又在客观上提供了

必要的技术手段。从而使自动控制理论发展到了一个新的阶段——现代控制理论,并出现了许多新的学科分支和边缘学科,如“工程控制论”、“生物控制论”、“社会控制论”等。现代控制理论研究多输入多输出(包括单输入单输出)、线性或非线性、定常或时变系统的状态控制,它的数学工具是矩阵理论、矢量微分方程理论、集合论等,它的主要方法是状态空间分析法。现代控制理论在解决大型、复杂的控制问题上有许多突出的优点,目前有些已成功地应用在航天、航空、航海和工农业生产中。当前在我国工农业生产等方面的大部分控制系统都是建立在经典控制理论基础上,因此现代控制理论不能完全取代经典控制理论,这两种理论各有所长。

三、本课程主要内容

本课程主要介绍经典控制理论,首先介绍控制系统的数学模型,然后介绍三种分析方法:时域分析法、根轨迹分析法、频率响应分析法;在分析的基础上介绍一下校正方法,这些分析和校正均是指线性连续系统。对于非线性系统扼要介绍一下相平面图分析和描述函数分析法。对于离散系统,介绍了以脉冲传递函数为基础的分析 and 设计方法。最后简单扼要地介绍了现代控制理论的基础:状态空间表达式,状态方程的解,能控性和能观性。

§ 1-2 自动控制系统的分析

这里以一些实际控制系统为例,来分析控制的基本原理。

例 1 供水系统的水位控制

首先分析人工控制情况,如图 1-1(a)所示。若开始时出水量 Q_1 和进水量 Q_2 相等,则水位在 h_0 维持不变。若需水量增加使出水量 Q_1 增加时,在进水量 Q_2 不变的情况下,水位 h 就要下降,当观测到水位下降时,为了维持水位 h 不变,就需开大进水阀门开度,增加进水量,当进水量等于出水量时达新的动态平衡,使水位 h 不变。若需水量减小使出水量 Q_1 减小,小于进水量 Q_2 时,则水位就要上升,当测到水位上升时,为维持水位 h 不变,就需关小进水阀门开度,减小进水量 Q_2 ,当 $Q_1=Q_2$ 时则水位又维持不变。为了更清楚地表示系统中各变量的关系,可用原理性方框图来表示系统的控制,如图 1-1(b)所示。

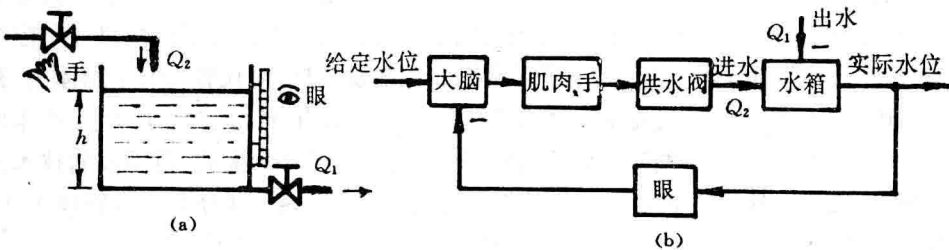


图 1-1

原理性方框图是用方框来表示各组成部分,在方框中注明它所表示部分和名称或功能,而不画出各部分的具体结构;用方框之间带箭头的直线说明各部分之间的信号传递,这样的图称为原理性方框图。在以后我们经常要用到的方框图是指方框图里用传递函数表示信号关系的

结构方框图(或称动态方框图)。

通过分析原理性方框图可得以下一些概念:

被控制对象:指被控制的物理量相应的生产过程或进行生产的设备、机器等,简称对象。如例 1 中的水箱。

被控制量:指被控制系统所要控制的物理量,一般指系统的输出量,对于多输出系统可以有多个被控制量。在例 1 中对于水位控制系统,被控制量是水位 h ,而不是提供的出水量 Q_1 。

给定值:根据生产要求,被控制量需要达到的数值。在例 1 中为 h_0 。

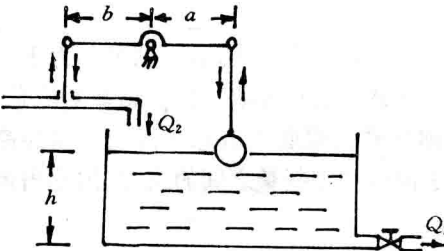
扰动:除给定值外引起对象中被控制量变化的各种外界原因,称为外扰;引起被控制量变化的各种内部原因称为内扰。外扰、内扰统称为扰动。在例 1 中出水量 Q_1 ,是引起水位变化的外部原因为扰动。

输入量:泛指引起对象中被控制量变化的外界原因,包括给定值和外扰,都是系统的输入量。

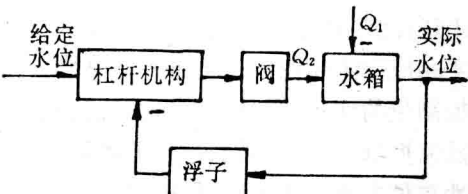
以上控制是通过人们的观测水位变化,经过大脑对水位进行比较,用手关启阀门开度来完成的,有人直接参与为人工控制,要实现自动控制就是要用某一机构代替人的手、眼、大脑的作用。

再分析自动控制的情况,可能采用图 1-2(a)、或图 1-3(a)、或图 1-4(a)的结构,其原理性方框图分别如图 1-2(b)、1-3(b)、1-4(b)所示。

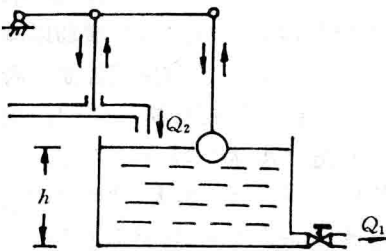
图 1-2(a)所示控制系统工作原理:当 Q_1 增加,水位下降,通过浮子、杠杆机构使进水阀门开大, Q_2 也增加,当 $Q_2=Q_1$ 时,水位维持不变。当 Q_1 减小,水位增高时,通过浮子、杠杆机构使进水阀门关小, Q_2 减小,当 $Q_2=Q_1$ 时,维持水位不变。



(a)



(b)



(c)

图 1-2

图 1-3(a)所示系统工作原理

当 Q_1 增加,使水位 h 下降时,通过浮子、杠杆、电位器、直流电机、齿轮机构使进水阀门开大, Q_2 也增加, $Q_2=Q_1$ 时,水位维持不变等于 h_0 。反之当 Q_1 减小,水位增高,则使阀门关小, Q_2 减小,当 $Q_2=Q_1$ 时维持水位 h 为 h_0 。其中 h_0 不变是给定水位,由 A 点位置确定。

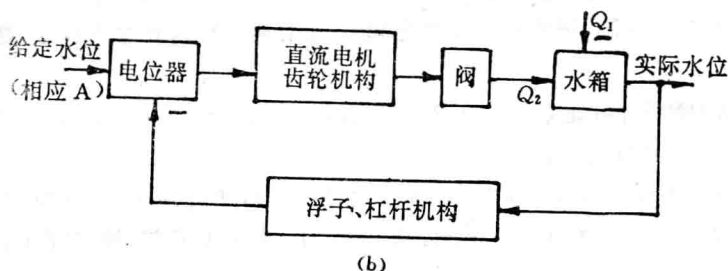
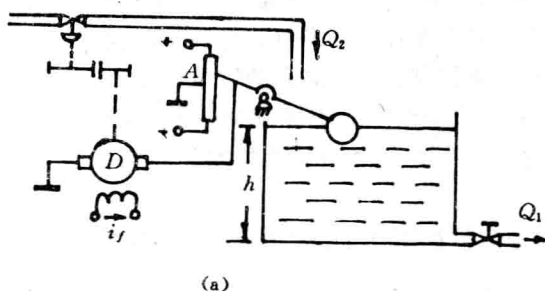


图 1-3

闭环控制：在控制系统方框图的信号传递形成一个顺向闭合环路时，则可称为闭环控制。

实际应用闭环控制一般为负反馈控制。我们把从被控制对象取得被控制量的信息，又将调节被控制量的作用送给被控制对象的控制方法，即从输出端取得信息送回输入端的控制方法称为反馈控制。控制的目的是为了消除或减小给定值和被控制量之间的偏差，因此当控制作用的极性和偏差的极性相反时，则称为负反馈控制。

上面两种控制水位的机构，由图 1-2(b)、1-3(b)的原理性方框图可看出，信号传递形成一个闭合环路，是闭环控制，又是从输出端取得被控制量水位的信息送回到输入端，又将调节水位的控制作用 Q_2 送到水箱是反馈控制。并且控制作用的极性和给定水位和实际水位的偏差的极性相反，即实际水位比给定水位低时，控制作用 Q_2 增加以减小这个偏差，实际水位比给定水位高时，控制作用 Q_2 减小以减小这个偏差，为负反馈控制。若采用正反馈，如图 1-2(c)所示系统，当 Q_1 增加使实际水位下降，通过浮子、杠杆机构使阀门关小， Q_2 减小，使水位继续下降再通过反馈，使阀门进一步关小， Q_2 进一步减小，从而使水位一直下降；反之若 Q_1 减小使实际水位增加，通过浮子、杠杆机构使阀门开大， Q_2 增大，使水位继续上升，再通过反馈，使阀门进一步开大， Q_2 进一步增大，从而使水位一直上升，因此正反馈不能进行控制。

由以上可看出负反馈控制是按偏差来进行控制，其控制的特点是检测偏差、纠正偏差，因此又可称为按偏差控制。

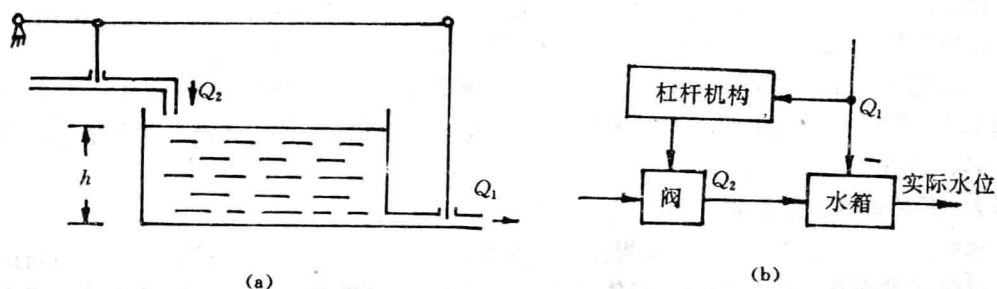


图 1-4

图 1-4(a)所示系统的工作原理为：

选择杠杆机构参数和进水阀门、出水阀门参数维持 Q_2 始终等于 Q_1 。当 Q_1 需要增加时，通过杠杆机构、进水阀门使 Q_2 也增加，且 $Q_2 = Q_1$ ，从而使水箱中的水位维持不变。

开环控制：输入量和输出量之间的信号依次直线进行，没有形成顺向闭合回路称为开环控制。

开环控制又可称为前馈控制：控制作用是由输入信号直接向前输送，而不是由输出信号回输到输入信号来进行控制，称为前馈控制。

图 1-4(a)所示的控制，由图 1-4(b)所示的原理性方框图可看出没有形成顺向闭合回路信号传递虽然有环，但不是顺向闭合的（箭头不是同方向），所以为开环控制。而且控制作用 Q_2 是由扰动输入 Q_1 直接向前传送，而不是由输出信号水位 h 回输而得到，因此又称前馈控制。

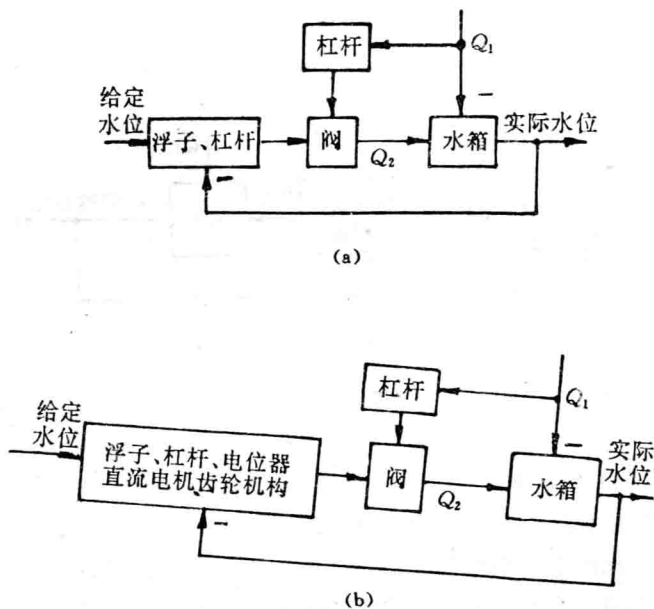


图 1-5

和按偏差控制相对应,这种控制也可称为无偏差控制。一是它的控制作用和偏差无关,二是只要适当选择参数,可完全抵消扰动对被控制量的影响,保持被控制量不变。

也可以把开环控制和闭环控制结合起来,组成复合控制。如对例1的水位控制系统,可将图1-2(a)和图1-4(a)或由图1-3(a)和图1-4(a)组成复合控制系统,其原理性方框图分别如图1-5(a)、(b)所示。

例2 锅炉炉膛负压控制

实际系统示意图如图1-6(a),其相应的原理性方框图如图1-6(b)。其工作原理为:当送风机送入空气流量变化时(增大或减小)使炉膛负压发生变化(增大或减小),利用炉膛负压表指示与给定值的偏差,通过控制器、执行电机,调整引风机挡板开度变化(增大或减小),从而使排出的烟气流量变化(增大或减小),以维持炉膛负压保持不变。

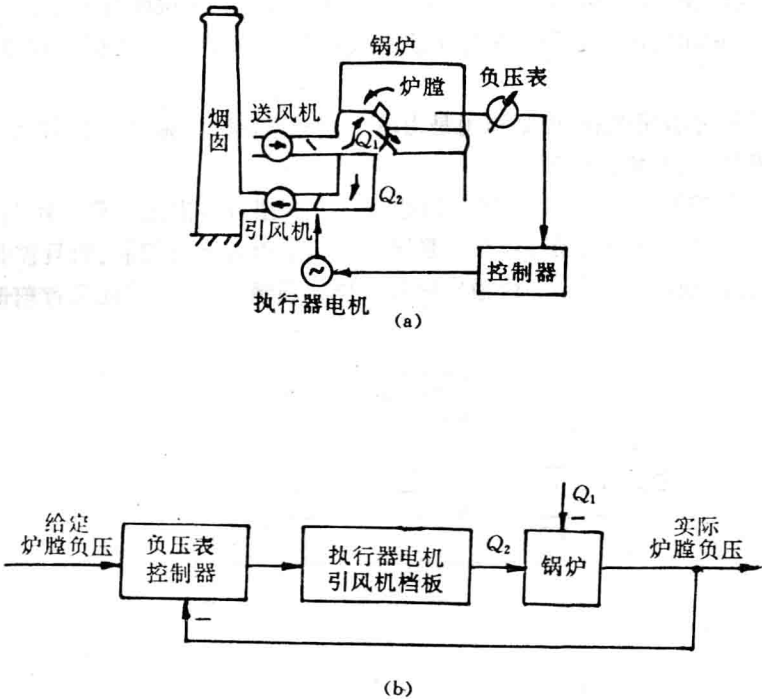


图 1-6

例3 发电机负载端电压控制

实际系统示意图如图1-7(a),相应的原理性方框图如图1-7(b)。工作原理为:当发电机①的端电压 V 发生变化和标准电池组②的给定电压有偏差时,通过放大器③放大偏差电压使执行电机④转动,通过减速机构⑤使变阻器⑥改变激励电路电阻 R_f ,使激励电流 i_f 变化,从而使端电压变化。这里应为负反馈控制,即当负载电压 V 增加,通过反馈应使 i_f 减小,从而使 V 减小,否则不能起控制作用。

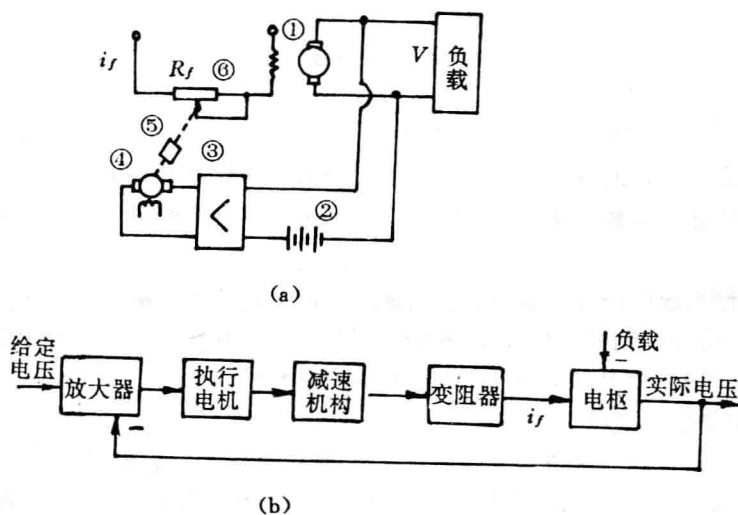


图 1-7

§ 1-3 自动控制系统的分类

随着控制技术的日益发展,自动控制系统也日趋复杂和完善,出现了各种各样的控制系统,很难确切地分出它们的类别。通常可以按照控制系统某一方面的特征来进行分类。

一、按其结构的控制方式分类

可以分为闭环控制、开环控制和复合控制。

闭环控制,是根据给定值和被控制量的偏差进行控制,因此外部扰动和内部扰动都能自动进行补偿。

开环控制是指控制器与控制对象之间只有顺向作用而没有反向联系的控制过程,它通常可分为按给定值操纵和按扰动进行补偿两种形式。实际上它仅提供控制信息而不是真正由它来实现控制。如例图 1-4 所示水位控制系统,尽管选择好参数 Q_2 始终等于 Q_1 ,但实际水位并不能得到控制,可能为 h_0 。亦可为其它值,若水箱有些漏水,则随着时间推移水位降至零。因其没有反馈,无法检测偏差。但开环控制结构简单、维护方便、成本低,尤其是被控制量难以测量或测量被控制量在经济成本上不允许时,可采用开环控制。如一般洗衣机用开环进行控制,因要用闭环控制,需要测量衣服清洁程度很困难。

复合控制是在闭环控制基础上再按给定值或主要扰动进行开环控制,它兼有闭环控制和开环控制的优点,容易达到更好的控制效果。

二、按给定信号分类

可以分为定值控制系统、随动控制系统和程序控制系统。

定值控制系统(自动镇定系统)的任务是维持被控制量为一个给定不变的常数(即从动态角度看,给定输入为不变常数,增量为0)。在有扰动使被控制量不等于给定常数时,应能尽快恢复到给定值,使误差为0或尽可能小。前面提到的水位控制、端电压控制、炉膛负压控制均是定值控制系统。

随动控制系统(跟踪系统)的任务是使被控制量等于某一个不可预测的变量,在随动系统中给定输入是一个随时间变化而事先无法预测其变化规律的函数,被控制量要以一定的精度尽快跟随给定输入函数变化。如跟踪卫星的雷达天线控制系统、跟踪飞机的雷达、高炮指挥仪系统等。

程序控制系统的任务是维持被控制量等于预先确定的变量。在程序控制系统中,给定输入虽然是变量,但是已知其变化规律,被控制量要以一定精度尽快跟随给定的已知变量变化,例如热处理的加热炉和程序控制机床所控制的炉温和机加工。

三、按数学描述分类

若系统用微分方程描述为集中参数系统,用偏微分方程描述为分布参数系统,若用线性微分方程描述为线性系统,用非线性微分方程描述为非线性系统;如描述系统微分方程的系数为时间的函数为时变系统,描述系统微分方程系数为常数则为时不变(定常)系统;若用差分方程描述,则为离散系统。

四、按控制系统的计算装置分类

可以分为常规控制系统和计算机控制系统。

常规控制器采用的是连续信号,又称连续系统或模拟信号系统。

计算机控制系统其计算装置采用的是离散的脉冲或数码信号,为离散控制系统或采样控制系统。用微分方程描述,为连续系统,用差分方程描述,为离散系统。

此外还可按其它特征来分类,如分为气动控制、液动控制、电动控制等。

§ 1-4 反馈控制系统的组成

实际反馈控制系统可按各元件功能组成原理性方框图,一般形式的方框图如图1-8所示。

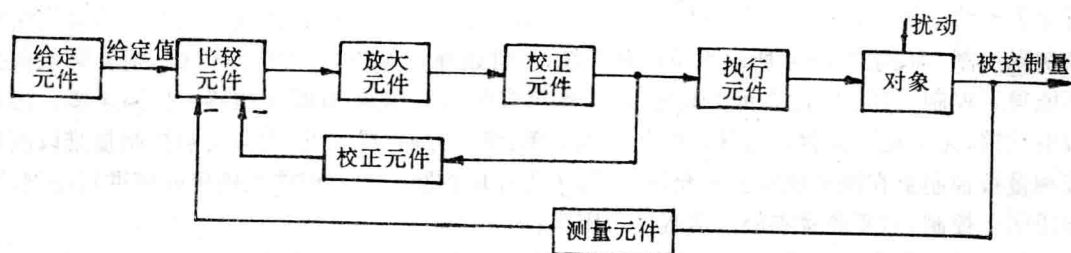


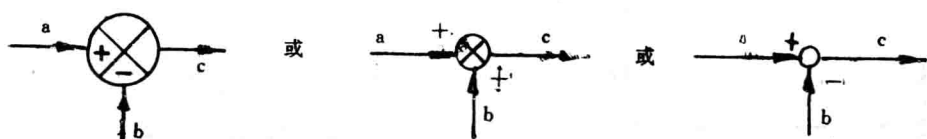
图 1-8

给定元件:功能是给出被控制量应取的数值信号,通常称为给定值。因电信号易于进行处理,通常给出电信号来表示相应物理量。如用 $0\sim 10\text{mV}$ 的电压信号表示 $0\sim 100\text{m}$ 的水位或 $0\sim 100^\circ\text{C}$ 的温度。

测量元件:功能是检测被控制量的实际值。一般把检测的实际被控制量转为电信号以便于处理。如水位 80m 或温度 80°C 可以转为相应的 8mV 电压信号。

比较元件:功能是把给定元件给出的给定值和测量元件测得的被控制量实际值加以比较,求得偏差信号。通常亦为电信号,如给定值为 10mV ,实际被控制量为 8mV (相当于水位 80m 或温度 80°C),偏差信号为 2mV (相当于 20m 或 20°C)。

比较元件可用



分别表示 $c=a-b$ 、 $c=a+b$ 、 $c=a-b$ 。

放大元件:功能是放大偏差信号。因偏差信号往往较小,不能直接去作用执行元件,需经放大后有一定的输出功率。一般可采用电压放大器、功率放大器等。

校正元件:其主要功能是补偿受控制对象动态特性,使控制系统达到预期的品质。

执行元件:功能是直接作用于对象去改变被控制量。

被控对象:被控制的生产过程、设备等。

对于一个实际控制系统。其实际元部件可能具有多种功能。如水位控制中杠杆、浮子具有给定元件、测量元件、比较元件、放大元件的作用。

§ 1-5 对控制系统的基本要求

一、稳定性要求

如 1-2(a)、(c)和 1-3(a)所示水位控制系统,开始处于平衡状态,即 $Q_1=Q_{10}$, $Q_2=Q_{20}$, $Q_{10}=Q_{20}$, $h=h_0$ 不变。当出水量从 Q_{10} 增加为 Q , 则其水位 h 随着时间的变化曲线分别如图 1-9(a)、(b)、(c)所示。可看出对于 1-2(c)正反馈不能起控制水位作用,对于 1-3(a)参数选择不合适亦不能起控制水位作用,如图 1-9(c)b,称为系统不稳定。显然满足系统稳定是控制系统能工作的首要条件。这是对控制系统的基本要求。

二、静态(稳态)性能要求

同为稳定的系统采用不同的控制,达到稳态后其精度是不相同的。如图 1-2(a)和图 1-3(a)所示系统在 Q_1 增加时其水位变化曲线分别为 1-9(a)、(c)a 所示。

采用图 1-2(a)所示控制系统,当系统达到稳态时 $Q_1=Q_2$, 当 $Q_1>Q_{10}$, 则 $Q_2>Q_{20}=Q_{10}$, 由图 1-2(a)可见 Q_2 时的阀门开度要比 Q_{20} 时的阀门开度大,根据杠杆作用, $h_0>h$ 。 $\frac{a}{b}$ 值越大, h

值越小, $h_0 - h$ 越大, 但无论如何取 a, b , 因 $a \neq 0$, 所以 $h_0 - h$ 始终存在。这样控制器称为有静差控制器, 控制系统称为有静差控制系统。因为阀门开度和被控制量 h 有一一对应关系, 又称为定位控制器。反馈不仅在动态时起作用, 在稳态时也起作用, 也可称为刚性反馈控制器。

采用图 1-3(a) 所示控制系统, 系统稳态时 $Q_1 = Q_2, h = h_0$ 。因为当 $h \neq h_0$ 时, 有偏差经放大带动执行电机使阀门开度变化, 只有当 $h = h_0, Q_1 = Q_2$ 时才达到平衡。所以不论 Q_1 如何作变化均无稳态误差。这种控制器是无静差控制器, 这样的系统称为无差控制系统(确切地说为一阶无差系统, 详见后面分析)。因阀门开度和被控制量水位无一对应关系, $h = h_0$, 而 Q_2 可为任意值即开度可为任意值, 这种控制器又称为无定位控制器。这种控制器只是在 $h \neq h_0$ 即动态时起作用, 有反馈信号, 而达到稳态时 $h = h_0$ 时, 则无反馈信号, 控制器不工作, 所以也称为弹性反馈控制器。

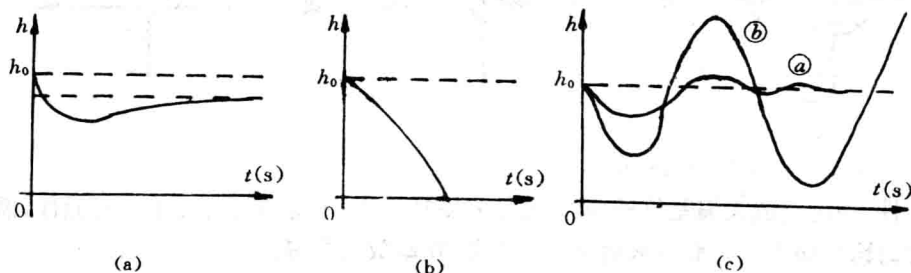


图 1-9

控制系统达到稳态后其控制精度如何, 表示系统的稳态性能, 这也是对控制系统的要求之一。

三、动态性能要求

当控制系统在初始平衡状态下受到某一输入时间函数 $r(t)$ 作用时, 其输出响应 $c(t)$ 在达到新的稳态前的过渡过程, 是否能很快结束, 是否有较小的过冲等, 可以用控制系统的动态性能来表示。虽然过渡过程与输入 $r(t)$ 存在对应关系, 但当 $r(t)$ 为任意时间函数时, 就很难确定过渡过程的特性。为此, 我们可利用某些确定的函数 $r(t)$ 作为输入, 根据所得输出响应来确定其动态特性。

(一) 典型的输入函数

最常用的输入函数是阶跃函数, 其次还有脉冲函数、斜坡函数和正弦函数。此外在现代控制理论中常用伪随机函数作为系统辩识的输入函数。

选用这些函数作为典型输入函数其特点为:

- ①在现场或实验室中, 这些输入函数易于得到;
- ②对线性系统可采用迭加原理, 易于从这些输入函数经迭加组合得到任意输入函数。
- ③这些典型输入函数的数学表达式较简单, 便于理论计算。

1. 阶跃函数:

数学表达式为:

$$r(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ r_0 & t \geq 0 \end{cases} \quad (1-1)$$

其曲线如图 1-10 所示。

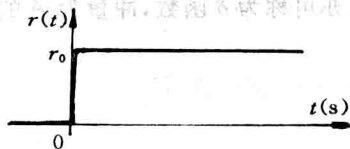


图 1-10

在实际系统中,表示输入初值为零,在 $t=0$ 时突然加在系统上一个常量 r_0 。如负荷突然增大或减小,阀门突然开大或关小,电压或电流突然跳变等都可以作为阶跃函数的形式。阶跃函数是一种应用最多的测试动态特性的输入函数。因对于一定的变化量 r_0 ,阶跃变化是以理想的无穷大速率达到的,而其它形式的输入函数

大多数变化速率都较慢,所以在阶跃函数输入时所得的输出响应曲线通常称为飞升曲线。

当 $r_0=1$ 时的函数称为单位阶跃函数,通常用 $1(t)$ 表示。因此幅值为 r_0 的阶跃函数 $r(t)$ 也可表示为 $r(t)=r_0 \cdot 1(t)$ 。在 $t=t_0$ 时发生阶跃变化的阶跃函数可表示为 $r(t)=r_0 \cdot 1(t-t_0)$,即

$$r(t) = r_0 \cdot 1(t - t_0) = \begin{cases} 0, & t < t_0 \\ r_0, & t \geq t_0 \end{cases} \quad (1-2)$$

2. 脉冲函数

如图 1-11(c)所示矩形函数可用图 1-11(a)、(b)的阶跃函数迭加而成,即:

$$r(t) = \frac{A}{t_0} \cdot 1(t) + \left[-\frac{A}{t_0} \cdot 1(t - t_0) \right] = \frac{A}{t_0} [1(t) - 1(t - t_0)]$$

A 为矩形函数的面积。

当 t_0 趋于 0 极限情况的矩形函数,称为脉冲函数。

$$r(t) = \lim_{t_0 \rightarrow 0} \frac{A}{t_0} [1(t) - 1(t - t_0)] = A \cdot \delta(t) \quad (1-3)$$

这是一个在 $t=0$ 时刻输入的宽度为 0、幅值为无穷大、曲线下面积为 A 的脉冲函数,其中 A 称为脉冲函数的冲量。通常用图 1-11(d)表示。

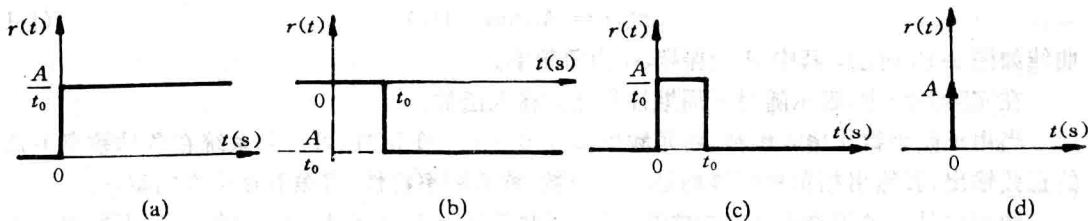


图 1-11