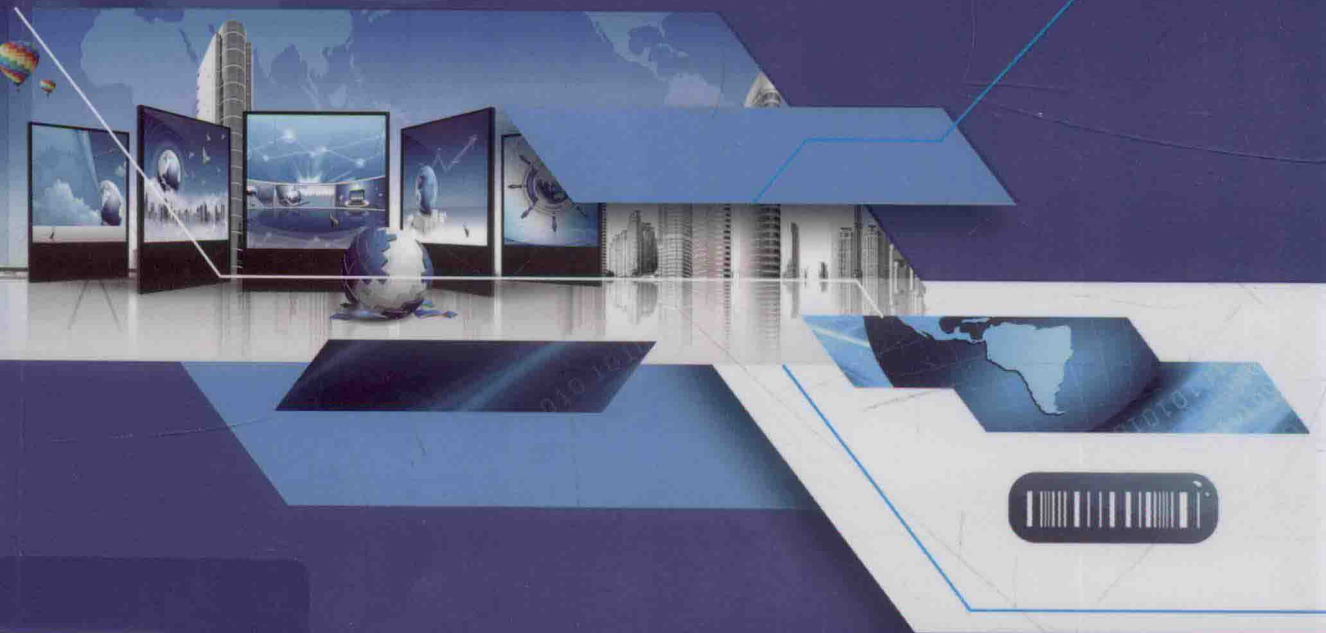


高等学校通信工程专业“十二五”规划教材

信号与系统分析

XINHAO YU XITONG FENXI

彭 静 主编



中国铁道出版社
CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE

高等学校通信工程专业“十二五”规划教材

信号与系统分析

彭 静 主 编
苗新法 孙春霞 副主编

中国铁道出版社
CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE

内 容 简 介

本书根据教育部电子信息类专业教学指导委员会修订的“信号与系统”课程基本要求,并充分考虑各院校新一轮修订专业教学计划中该课程的学时数编写而成。全书全面系统、深入浅出地介绍了连续与离散信号及系统分析的基本理论和方法,其主要内容包括:信号与系统分析的基本概念、连续时间信号与系统的时域分析、连续时间信号与系统的频域分析、连续时间信号与系统的复频域分析、离散时间信号与系统的时域分析、离散时间信号与系统的 z 域分析共6章内容,全书各章节均配有习题,书末附有部分习题的参考答案,以方便教学。为方便使用MATLAB对信号进行基本的处理,除第1章外每章增加一节以MATLAB为工具进行信号与系统分析的内容。

本书适合作为普通高等教育通信工程、电子信息工程、自动化、电子信息科学与技术、测控技术与仪器、计算机科学与技术等专业的本科生的教材,对从事电子类专业的工程技术人员也有重要的参考价值。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统分析/彭静主编. —北京:中国铁道出版社,
2016.1
高等学校通信工程专业“十二五”规划教材
ISBN 978-7-113-21339-8

I. ①信… II. ①彭… III. ①信号系统-高等学校-教材
IV. ①TN911.6

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第005882号

书 名: 信号与系统分析
作 者: 彭 静 主编

策 划: 周海燕
责任编辑: 周海燕 鲍 闻
封面设计: 一克米工作室
封面制作: 白 雪
责任校对: 汤淑梅
责任印制: 李 佳

读者热线: (010) 63550836

出版发行: 中国铁道出版社(100054,北京市西城区右安门西街8号)
网 址: <http://www.51eds.com>
印 刷: 三河市宏盛印务有限公司
版 次: 2016年1月第1版 2016年1月第1次印刷
开 本: 787mm×1092mm 1/16 印张: 18 字数: 433千
印 数: 1~2000册
书 号: ISBN 978-7-113-21339-8
定 价: 42.00元

版权所有 侵权必究

凡购买铁道版图书,如有印制质量问题,请与本社教材图书营销部联系调换。电话:(010)63550836

打击盗版举报电话:(010)51873659

“信号与系统分析”是电子、通信、自动控制、雷达、生物电子学等多种学科的一门主干专业基础课程。作为该课程核心的一些基本概念和方法，对于其他的社会和自然类学科都是非常重要的。近年来，随着信息科学与技术的迅速发展，新的信号处理和分析技术不断涌现，信号与系统分析方法潜在的和实际的应用一直在扩大，随之而来的该课程的理论教学也在不断地革新。国外每隔一年就有一本这类代表性的著作问世，国内同类书籍也出版了多种。我们根据多年的教学实践经验，同时参考了大量的国内外同类教材，编写了本书。

本书采用先信号后系统，先连续后离散，先时域后变换域，同时加强理论与实践的结合，除第1章外，每章最后增加一节用MATLAB仿真软件进行信号与系统分析的内容。这种结构符合由浅入深，由简到繁，由静到动，由局部到整体的认识规律，便于学生学好本课程。同时在教材编写上，注意物理语言描述与数学语言描述并重，注意同前后课程的衔接，内容叙述深入浅出，使之更加符合学生的认知过程。在辅助工具上，注重计算机仿真软件的运用，使学生从单纯的习题计算转移到基本概念、基本原理和基本方法的理解和应用上，以提高学习效率和效果。在例题与习题的选择上，加强工程性和综合性例题与习题，培养学生分析问题和解决问题的能力。

本书由彭静任主编，苗新法、孙春霞任副主编。具体编写分工如下：第1、2章由孙春霞编写，第3、4章由苗新法编写，第5、6章由彭静编写，彭静负责全书的组织编排及统稿工作。全书由兰州交通大学高继森教授主审，他给本书提出了许多宝贵意见。本书的编写得到了甘肃省自然科学基金（1310RJZA001、1310RJZA055）、兰州交通大学青年科学基金（2013008、2014001）的大力支持，特此致谢。

由于编者水平有限，书中难免有疏漏和不当之处，恳请读者批评指正。

编者

2015年9月于兰州交通大学

第①章 信号与系统分析的基本概念	1
1.1 信号的概念与分类	1
1.1.1 信号的概念	1
1.1.2 信号的分类	1
1.2 系统的定义与分类	4
1.2.1 系统的定义	4
1.2.2 系统的分类	4
1.2.3 系统分析方法概述	8
习题 1	9
第②章 连续时间信号与系统的时域分析	11
2.1 基本信号及其时域特性	11
2.1.1 普通信号	11
2.1.2 奇异信号	14
2.2 连续时间信号的时域运算	20
2.2.1 相加 (相减)	20
2.2.2 相乘	20
2.2.3 信号时移	21
2.2.4 翻转 (折叠)	21
2.2.5 尺度变换	21
2.2.6 微分	23
2.2.7 积分	24
2.2.8 信号的时域分解	24
2.3 连续时间 LTI 系统的响应	27
2.3.1 时域经典分析法	28
2.3.2 初始条件的确定	31
2.3.3 系统的零输入响应和零状态响应	32
2.4 连续 LTI 系统的冲激响应和阶跃响应	34
2.4.1 系统的单位冲激响应	34
2.4.2 系统的单位阶跃响应	36
2.5 卷积积分	36
2.5.1 卷积积分法原理	36
2.5.2 卷积积分的图示	37
2.6 卷积积分的性质	39
2.6.1 卷积的代数运算	39
2.6.2 函数与冲激函数的卷积	40
2.6.3 卷积积分的时移特性	41
2.6.4 尺度变换性质	41
2.6.5 卷积的微分特性	42
2.6.6 卷积的积分特性	42
2.6.7 卷积的微积分特性	43
2.7 利用 MATLAB 实现连续时间信号与系统的时域分析	44
2.7.1 连续时间信号的 MATLAB 表示	44

2.7.2	用 MATLAB 实现连续时间信号的卷积	47
2.7.3	LTI 连续时间系统冲激响应、阶跃响应的 MATLAB 实现	51
习题 2	51
第 3 章	连续时间信号与系统的频域分析	58
3.1	正交函数的概念	58
3.1.1	正交矢量	58
3.1.2	正交函数	59
3.1.3	完备的正交函数集	60
3.2	傅里叶级数	61
3.2.1	三角形式的傅里叶级数	62
3.2.2	周期信号的对称性与傅里叶级数系数的关系	64
3.2.3	傅里叶级数的指数形式	67
3.3	周期信号的频谱及功率谱	69
3.3.1	周期信号的频谱	69
3.3.2	周期信号的功率谱	72
3.4	非周期信号的频谱——傅里叶变换	74
3.4.1	傅里叶变换	74
3.4.2	典型信号的傅里叶变换	75
3.5	傅里叶变换的性质	80
3.5.1	线性	80
3.5.2	奇偶虚实性	81
3.5.3	对称性	83
3.5.4	尺度变换	84
3.5.5	时移特性 (延时特性)	85
3.5.6	频移特性	86
3.5.7	时域卷积定理	88
3.5.8	频域卷积定理	89
3.5.9	时域微分和积分特性	90
3.5.10	频域微分和积分特性	93
3.5.11	帕斯瓦尔定理	94
3.6	周期信号的傅里叶变换	95
3.6.1	正弦和余弦信号的傅里叶变换	96
3.6.2	单位冲激序列的傅里叶变换	96
3.6.3	一般周期信号的傅里叶变换	97
3.6.4	傅里叶级数系数与傅里叶变换之间的关系	98
3.7	连续 LTI 系统的频域分析	98
3.7.1	频域分析法	98
3.7.2	无失真传输	100
3.7.3	理想低通滤波器	101
3.8	连续信号与系统频域分析的 MATLAB 实现	102
3.8.1	周期信号频谱的 MATLAB 实现	102
3.8.2	非周期信号频谱的 MATLAB 实现	106
3.8.3	信号的幅度调制及 MATLAB 实现	108
3.8.4	利用 MATLAB 分析系统的频率特性	109
习题 3	112
第 4 章	连续时间信号与系统的复频域分析	119
4.1	拉普拉斯变换	119
4.1.1	从傅里叶变换到拉普拉斯变换	119

4.1.2	拉普拉斯变换的收敛域	120
4.1.3	常用信号的拉普拉斯变换	121
4.2	拉普拉斯变换的性质	123
4.2.1	线性性质	123
4.2.2	时移(延时)特性	123
4.2.3	尺度变换特性	125
4.2.4	复频移特性	125
4.2.5	时域微分性质(定理)	126
4.2.6	时域积分性质(定理)	127
4.2.7	s 域微分性质	128
4.2.8	s 域积分性质	128
4.2.9	卷积定理	129
4.2.10	初值定理	130
4.2.11	终值定理	131
4.3	拉普拉斯逆变换	132
4.3.1	逆变换查表法	132
4.3.2	部分分式展开法	133
4.3.3	留数法(围线积分法)	135
4.4	系统的复频域分析	136
4.4.1	微分方程的变换解	136
4.4.2	电路的 s 域模型	138
4.4.3	系统函数	142
4.5	系统函数的零极点分析	144
4.5.1	根据系统零极点的分布判断系统的稳定性	145
4.5.2	系统函数的零极点与系统的频率响应特性	149
4.6	系统稳定性的一般判别方法	153
4.7	LTI系统复频域框图和信号流图	156
4.7.1	LTI连续系统复频域的基本图示法	156
4.7.2	系统的复频域模拟	158
4.7.3	梅森公式及应用	160
4.8	连续信号与系统复频域分析的MATLAB实现	163
4.8.1	由连续系统零极点分布分析系统冲激响应的时域特性	163
4.8.2	由连续系统零极点分布分析系统的频率特性	165
	习题4	169
第5章	离散时间信号与系统的时域分析	177
5.1	离散时间信号及其运算	177
5.1.1	离散时间信号——序列	177
5.1.2	常用序列	178
5.1.3	序列的运算	181
5.2	采样定理	184
5.2.1	理想采样	184
5.2.2	采样定理	185
5.2.3	采样信号的恢复	186
5.3	离散时间系统的描述与模拟	187
5.3.1	离散时间系统的差分方程	187
5.3.2	离散时间系统的算子方程	188
5.3.3	离散时间系统的模拟	190
5.4	离散时间系统的响应	191

5.4.1	离散时间系统的时域经典解法	192
5.4.2	离散时间系统的零输入与零状态解法	194
5.5	离散时间系统的单位脉冲响应	198
5.5.1	由差分方程求解系统的单位脉冲响应 $h(n)$	198
5.5.2	由传输算子求解系统的单位脉冲响应 $h(n)$	200
5.6	卷积和	203
5.6.1	卷积和的定义	203
5.6.2	卷积和的计算	204
5.6.3	卷积和的性质	207
5.7	利用 MATLAB 实现离散时间信号与系统的时域分析	210
5.7.1	常见离散时间信号的 MATLAB 表示	210
5.7.2	利用 MATLAB 对离散时间系统进行时域分析	213
	习题 5	218
第 6 章	离散时间信号与系统的 z 域分析	222
6.1	z 变换	222
6.1.1	从拉普拉斯变换到 z 变换	222
6.1.2	z 变换的定义	223
6.1.3	z 变换的收敛域	223
6.1.4	常见序列的双边 z 变换	225
6.2	z 变换的性质	227
6.2.1	线性	227
6.2.2	时移特性	228
6.2.3	z 域尺度变换 (序列乘 a^n)	230
6.2.4	z 域微分特性 (序列乘 n)	231
6.2.5	初值定理	233
6.2.6	终值定理	233
6.2.7	时域卷积定理	234
6.2.8	复频域卷积定理	236
6.3	逆 z 变换	238
6.3.1	逆 z 变换的定义	238
6.3.2	逆 z 变换的计算	238
6.4	离散时间系统的复频域分析	246
6.4.1	差分方程的 z 域解法	246
6.4.2	离散时间系统的系统函数	250
6.4.3	z 变换与拉普拉斯变换的关系	251
6.5	离散时间系统的系统函数与系统特性	252
6.5.1	系统函数的零点与极点	252
6.5.2	系统函数的零极点与系统的时域响应	253
6.5.3	系统函数与系统的因果稳定性	254
6.5.4	系统函数的零极点与系统的频率响应	256
6.6	利用 MATLAB 实现离散时间信号与系统的 z 域分析	258
6.6.1	用 MATLAB 实现部分分式展开	258
6.6.2	用 MATLAB 计算 z 变换和逆 z 变换	259
6.6.3	用 MATLAB 实现离散 LTI 系统的 z 域分析	259
	习题 6	263
	附录 部分习题参考答案	268
	参考文献	280

第1章 信号与系统分析的基本概念

本章介绍信号与系统的基本概念,以及信号与系统的分类和特征,并简要介绍信号与系统分析的基本内容和方法。

1.1 信号的概念与分类

1.1.1 信号的概念

现代社会的人们每天都会与含有信息的各种各样的信号接触,如打电话、看电视、观天象等等,以便获得信息或将信息传递出去。但信息一般都不能直接传送,它必须借助于一定形式的信号(光信号、声信号、电信号等),才能远距离快速传输和进行各种处理。因此,可以说信号是信息的载体,是信息的表现形式。那么,什么是信号?广义地说,信号是带有信息的随时间变化的物理量。例如,机械振动产生的力信号、位移信号及噪声信号;雷电过程产生的声信号,光信号;电气系统随参数变化产生的电磁信号等。在数学上,信号可以用含有一个或多个变量的函数来表示。在讨论信号的有关问题时,“信号”与“函数”两个词常互相通用。

在可以作为信号的诸多物理量中,电信号是应用最广泛的物理量。电信号易于产生与控制,传输速度快,容易实现与非电量的相互转换。所谓电信号,是指带有一定信息量,随时间变化的电流、电压、电容器上的电荷、电感线圈的磁通,以及空间的电磁波等。本书主要研究随时间变化的电流或电压信号。

1.1.2 信号的分类

信号的分类方法很多,可以从不同的角度对信号进行分类。根据信号时间函数的性质,从不同的研究角度出发,可将信号大致分为下列类型:确定信号与随机信号,连续时间信号与离散时间信号,周期信号与非周期信号,实信号与复信号,能量信号与功率信号,普通信号与奇异信号,因果信号与非因果信号等。

1. 确定信号与随机信号

按照时间函数的确定性来划分,信号可分为确定信号和随机信号。

确定信号也叫规则信号,是指有明确数学函数表达式的信号。对于这种信号,给定某一时刻后,就能确定一个相应的信号值。如果信号是时间的随机函数,则事先将无法预知它的变化规律,这种信号称为不确定信号或随机信号。随机信号不能以明确的数学表达式表示,只能用概率统计的方法描述。确定信号的基本理论与分析方法是研究随机信号的基础,本书只讨论确定信号。

2. 连续时间信号与离散时间信号

按照信号自变量取值的连续性来划分,信号可分为连续时间信号与离散时间信号。

一个信号,如果在某个时间区间内除有限个间断点外都有定义,就称该信号在此区间内为连续时间信号,简称连续信号。这里“连续”一词是指在定义域内(除有限个间断点外)信号变量是连续可变的。至于信号的取值,在值域内可以是连续的,也可以是不连续的。如图 1.1.1 所示的信号,其自变量 t 在定义域 $(-\infty, +\infty)$ 内连续变化,所以是连续信号,其中图 1.1.1(a) 所示的信号值在值域 $[-A, A]$ 上连续取值;图 1.1.1(b) 所示的信号在 $t=0$ 时发生了跳变;图 1.1.1(c) 在 t_0 处发生了跳变。为了简便起见,若信号表达式中的定义域为 $(-\infty, +\infty)$,则省去不写。也就是说,凡没有标明时间区间时,其定义域均默认为 $(-\infty, +\infty)$ 。

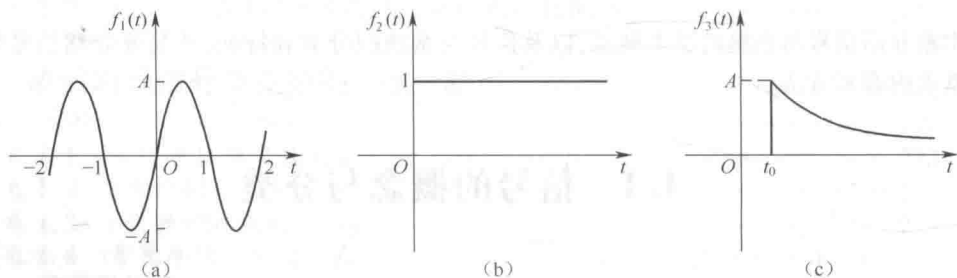


图 1.1.1 连续信号

仅在离散时刻点上有定义的信号称为离散时间信号,简称离散信号。这里“离散”一词表示自变量只取离散的数值,相邻离散时刻点的间隔可以是相等的,也可以是不相等的,在这些离散时刻点以外,信号无定义。信号的值域可以是连续的,也可以是不连续的,如图 1.1.2 所示。

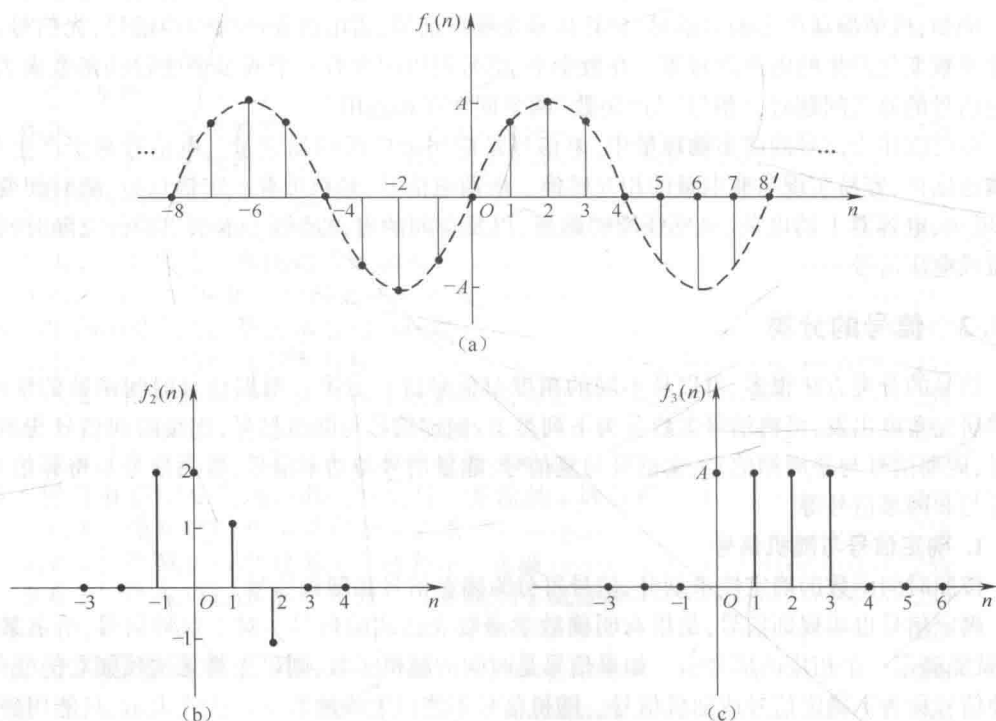


图 1.1.2 离散信号

定义在等间隔离散时刻点上的离散信号叫作均匀离散信号,也称为序列,通常记为 $f(n)$,其中 n 称为序号。与序号 n 相应的序列值 $f(n)$ 称为信号的第 n 个样值。本书只研究均匀离散信号,所以本书所说的离散信号均指均匀离散信号。

在工程应用中,常常把幅值可连续取值的连续信号称为模拟信号,如图1.1.1(a)所示;把幅值可连续取值的离散信号称为采样信号,如图1.1.2(a)所示;而把幅值只能取某些规定数值的离散信号称为数字信号,如图1.1.2(b)、(c)所示。

3. 周期信号与非周期信号

按照时间函数的周期性来划分,信号可分为周期信号与非周期信号。

一个连续信号 $f(t)$,若对所有 t 均有

$$f(t) = f(t + mT) \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1.1.1)$$

则称 $f(t)$ 为连续周期信号,满足式(1.1.1)的最小 T 值称为 $f(t)$ 的周期。

一个离散信号 $f(n)$,若对所有 n 均有

$$f(n) = f(n + mN) \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1.1.2)$$

则称 $f(n)$ 为离散周期信号或周期序列,满足式(1.1.2)的最小 N 值称为 $f(n)$ 的周期。周期信号的波形如图1.1.3所示。

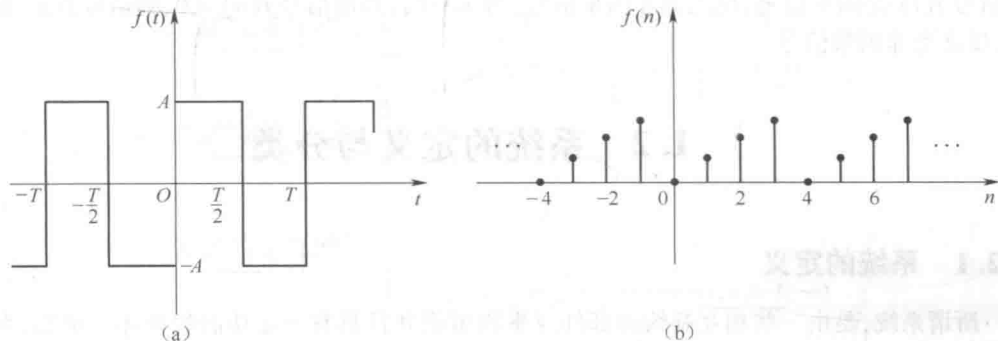


图 1.1.3 周期信号

凡是无重复变化规律的信号皆为非周期信号。

4. 能量信号与功率信号

我们有时需要知道信号的能量特性和功率特性。为此,需要研究信号电流或电压在一单位电阻上所消耗的能量和功率。

若信号 $f(t)$ 在一单位电阻上的瞬时功率为 $|f(t)|^2$,在 $(-\infty, +\infty)$ 区间的信号能量定义为

$$E = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T/2}^{T/2} |f(t)|^2 dt \quad (1.1.3)$$

而信号功率 P 定义为在 $(-\infty, +\infty)$ 区间信号 $f(t)$ 的平均功率,即

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |f(t)|^2 dt \quad (1.1.4)$$

式(1.1.3)、式(1.1.4)中,被积函数都是 $f(t)$ 模的平方,所以信号能量 E 和信号功率 P 都是非负实数。

若信号 $f(t)$ 的能量 $0 < E < \infty$,此时 $P = 0$,则称此信号为能量有限信号,简称能量信号。

若信号 $f(t)$ 的功率 $0 < P < \infty$,此时 $E = \infty$,则称此信号为功率有限信号,简称功率信号。

值得注意的是,一个信号不可能同时既是功率信号,又是能量信号,但可以既是非功率信号,又

是非能量信号,如单位斜坡信号就是一个例子。一般来说,周期信号都是功率信号;非周期信号则可能出现三种情况:能量信号、功率信号、非功率非能量信号。例如:持续时间有限的非周期信号为能量信号,如图 1.1.4(a)所示的脉冲信号;持续时间无限、幅度有限的非周期信号为功率信号,如图 1.1.4(b)所示;持续时间、幅度均无限的非周期信号为非功率非能量信号,如图 1.1.4(c)所示。

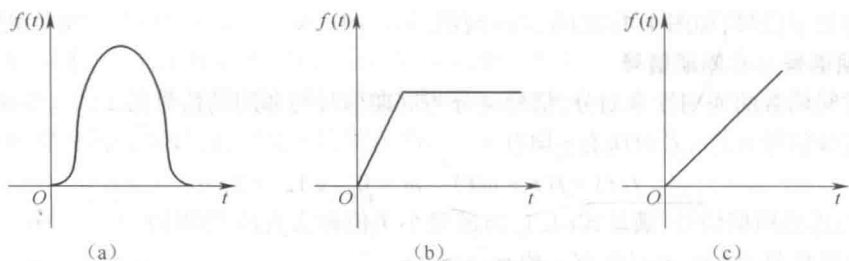


图 1.1.4 三种非周期信号

5. 因果信号与非因果信号

按信号存在的时间范围,可以把信号分为因果信号与非因果信号。当 $t < 0$ 时,连续信号 $f(t) = 0$,信号 $f(t)$ 是因果信号,反之为非因果信号;当 $n < 0$ 时,离散信号 $f(n) = 0$,则信号 $f(n)$ 是因果信号,反之为非因果信号。

1.2 系统的定义与分类

1.2.1 系统的定义

所谓系统,是由一些相互制约的部件或事物组成并且具有一定功能的整体。例如,为了实现某种特定的功能(如能量转换或信息处理),人们把若干部件有机地组成一个整体,这个整体就是系统,如通信系统、雷达系统、控制系统、电力系统、机械系统等。系统的概念不仅适用于自然科学的各个领域,而且还适用于社会科学,如政治领域、经济组织、生产管理、教育体制、人口发展等。在各种系统中,电系统具有特殊的重要作用,这是因为大多数非电系统可以用电系统来模拟或仿真。

系统在外加信号作用下将产生某种反应,这种外加信号称为系统的输入或激励,相应的反应称为系统的输出或响应。对系统的理论研究包括系统分析和系统综合两个方面。系统分析讨论的中心问题是在给定的输入作用下,系统将产生什么样的输出;系统综合是讨论在规定了某种激励下的响应后,确定系统的结构以满足规定的可实现的技术要求。尽管系统分析和系统综合紧密相关,而且系统的设计是科研人员最富于创造性的部分,但是系统分析却是最基本的。本书主要讨论系统分析。

1.2.2 系统的分类

在信号与系统分析中,常按系统的数学模型和基本特性分类。系统可分为线性与非线性系统,时变与时不变系统,因果系统与非因果系统,即时系统与动态系统,集总参数系统与分布参数系统,连续时间系统与离散时间系统,稳定系统与非稳定系统,记忆系统与无记忆系统等。

1. 线性系统与非线性系统

线性包含齐次性与叠加性两个概念。所谓齐次性,是指若系统的激励(输入)增大至 k 倍,则其响应(输出)也增大至 k 倍,如图 1.2.1(a)所示。

$$\begin{aligned} \text{若} & f(t) \rightarrow y(t) \\ \text{则} & kf(t) \rightarrow ky(t) \end{aligned} \quad (1.2.1)$$

若有 n 个激励同时作用于系统,则系统的总响应等于各激励单独作用(其余激励为零)时所引起的响应之和,这就是叠加性,如图 1.2.1(b)所示。

$$\begin{aligned} \text{若} & f_1(t) \rightarrow y_1(t), f_2(t) \rightarrow y_2(t) \\ \text{则有} & f_1(t) + f_2(t) \rightarrow y_1(t) + y_2(t) \end{aligned} \quad (1.2.2)$$

凡能同时满足齐次性与叠加性的系统称为线性系统,如图 1.2.1(c)所示。即对于线性系统,

$$\begin{aligned} \text{若} & f_1(t) \rightarrow y_1(t), f_2(t) \rightarrow y_2(t) \\ \text{则有} & k_1 f_1(t) + k_2 f_2(t) \rightarrow k_1 y_1(t) + k_2 y_2(t) \end{aligned} \quad (1.2.3)$$

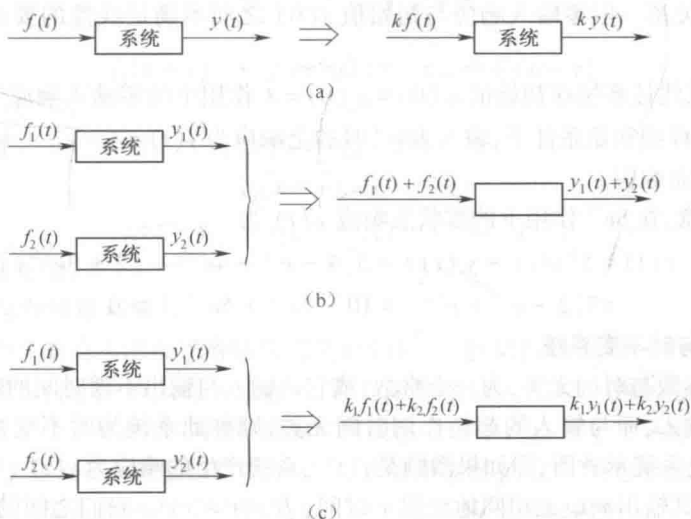


图 1.2.1 线性系统

对于一个动态系统而言,其响应 $y(t)$ 不仅与激励 $f(t)$ 有关,而且还与系统的初始状态 $\{x(t_0)\}$ 有关。设具有初始状态的系统加入激励时的总响应为 $y(t)$,称其为全响应;仅有激励而初始状态为零的响应为 $y_f(t)$,称其为零状态响应;仅有初始状态而激励为零的响应为 $y_x(t)$,称其为零输入响应。若将系统的初始状态看作系统的另一种激励,这样,系统的响应将取决于两个不同的激励:输入信号 $f(t)$ 和初始状态 $\{x(t_0)\}$ 。依据线性系统的性质,对于线性系统,其总响应等于每个激励单独作用时相应响应之和,即

$$y(t) = y_x(t) + y_f(t) \quad (1.2.4)$$

此性质称为线性系统的分解性。对于线性系统,当系统有多个初始状态时,零输入响应对每个输入初始状态成线性(称之为零输入线性);当系统有多个输入时,零状态响应对每个输入成线性(称之为零状态线性)。

凡是不具备上述特征的系统则称之为非线性系统。

【例 1.2.1】试判断下列输出响应所对应的系统是否是线性系统。

系统 1:
$$y_1(t) = 5y(0) + 2 \int_0^t x(\tau) d\tau, t > 0$$

$$\text{系统 2: } y_2(t) = 5y(0) + 2x^2(t), t > 0$$

$$\text{系统 3: } y_3(t) = 5y^2(0) + 2x(t), t > 0$$

$$\text{系统 4: } y_4(t) = 5y^2(0) + \lg x(t), t > 0$$

【解】根据线性系统的定义,系统 1 的零输入响应和零状态响应均成线性,故为线性系统;系统 2 仅有零输入响应成线性;系统 3 仅有零状态响应成线性;系统 4 的零输入响应和零状态响应均不成线性,故系统 2、3、4 均不是线性系统。

【例 1.2.2】已知某系统的全响应

$$y(t) = x^2(0) + \int_0^t f(\tau) d\tau, t > 0$$

其中, $x(0)$ 为系统的初始值, $f(\tau)$ 为激励, 试判断此系统是否是线性系统。

【解】根据全响应表达式可看出该系统具有分解特性, 因为其中一部分响应仅与初始值有关, 即 $y_x(t) = x^2(0)$, 而另一部分仅与输入信号有关, 即 $y_f(t) = \int_0^t f(\tau) d\tau$, 且零状态响应与输入信号满足线性关系。但零输入响应与初始值 $x(0)$ 之间不满足线性的要求, 所以该系统是非线性系统。

【例 1.2.3】某线性系统在初始值 $x_1(0) = x_2(0) = 1$ 作用下的零输入响应为 $y_x(t) = 2 + 3e^{-2t}$, $t \geq 0$, 该系统在同样的初始条件下, 输入为 e^{-t} 时的全响应为 $y(t) = 4 - e^{-t} + 4e^{-2t}$, $t \geq 0$, 求系统在 $5e^{-t}$ 作用下的零状态响应。

【解】根据题意, 在 $5e^{-t}$ 作用下的零状态响应 $y_f(t)$ 为

$$\begin{aligned} y_f(t) &= 5[y(t) - y_x(t)] = 5[4 - e^{-t} + 4e^{-2t} - (2 + 3e^{-2t})] \\ &= 5[2 - e^{-t} + e^{-2t}] = 10 - 5e^{-t} + 5e^{-2t}, t \geq 0 \end{aligned}$$

2. 时变系统与时不变系统

如果系统的参数与时间无关, 为一个常数, 或它的输入与输出不随时间的起点而变化, 即系统的输出仅取决于输入, 而与输入的起始作用时间无关, 则称此系统为时不变系统或非时变系统。图 1.2.2 为时不变系统示意图, 即如果激励是 $f(t)$, 系统产生的响应为 $y(t)$, 当激励的时间延迟 τ 为 $f(t - \tau)$ 时, 则其输出响应也相同地延迟 τ 时间, 为 $y(t - \tau)$ 。它们之间的变化规律仍保持不变, 波形保持不变, 即若

$$f(t) \rightarrow y(t)$$

则

$$f(t - \tau) \rightarrow y(t - \tau) \quad (1.2.5)$$

若系统在同样信号的激励下, 输出响应随加入时间始点的不同而产生变化, 即不具备时不变特性, 则称该系统为时变系统。

系统的线性和时不变性是两个不同的概念, 线性系统可以是时不变的, 也可以是时变的, 非时变系统也如此。若系统既是线性的又是时不变的, 则称该系统为线性时不变系统, 简记为 LTI 系统。实践表明, 有关 LTI 系统的理论和方法在系统分析中非常有效, 故本书仅研究线性时不变系统的问题。

【例 1.2.4】试判断下列系统是时不变系统还是时变系统。

$$\text{系统 1: } y(t) = tf(t)$$

$$\text{系统 2: } y(t) = f(-t)$$

【解】对于系统 1 有 $f_1(t) \rightarrow y_1(t) = tf_1(t)$

则

$$y_1(t - \tau) = (t - \tau)f_1(t - \tau)$$

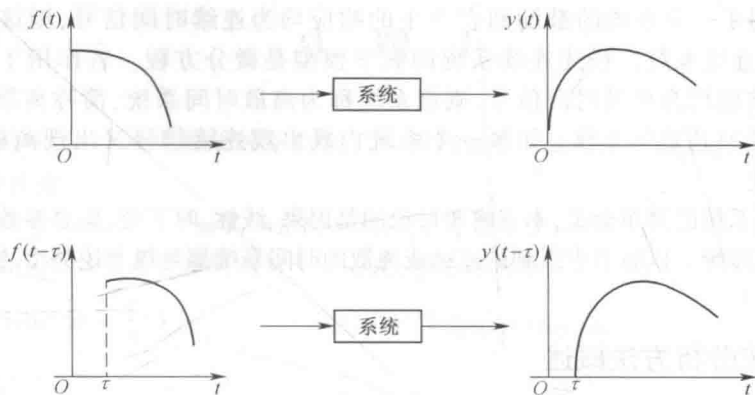


图 1.2.2 时不变系统

而故系统 1 为时变系统。

对于系统 2 有

$$f_1(t) \rightarrow y_1(t) = f_1(-t)$$

则

$$y_1(t - \tau) = f_1(\tau - t)$$

而

$$f_1(t - \tau) \rightarrow y_2(t) = f_1(\tau - t) = y_1(t - \tau)$$

故系统 2 为时不变系统。

3. 因果系统与非因果系统

因果系统是指其响应不出现于激励作用之前的系统,也就是说,系统在某时刻的输出(响应)只决定于某时刻输入(激励)以及过去的输入,而与未来的输入无关。激励是产生响应的原因,响应是激励引起的结果。否则称为非因果系统。即设输入信号 $f(t)$ 在 $t < 0$ 时恒等于零,则因果系统的输出信号 $y(t)$ 在 $t < 0$ 时也必然等于零,而非因果系统的响应领先于激励,它的输出取决于输入的将来值。非因果系统是不可实现的,故本书中重点研究因果系统。

4. 即时系统与动态系统

若系统在任一时刻的输出仅取决于该时刻的输入信号,而与系统的历史状况无关,该系统称为即时系统(非记忆系统)。只由电阻元件组成的系统就是即时系统。如果某系统在任一时刻的输出响应不仅与该时刻的输入信号有关,而且与系统的历史状况有关,该系统称为动态系统(记忆系统)。只要系统中有一个储能元件(电感线圈或电容器),那么该系统必定是一个动态系统。

5. 集总参数系统与分布参数系统

若系统的几何尺寸远小于输入信号的波长(音频信号的波长 $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{25 \times 10^3 \text{ Hz}} =$

12 km,其中 c 为光速,即电磁波传播的速度, f 是音频范围的最高频率),此时元件可称为集总参数元件,由这种元件构成的系统称为集总参数系统。在集总参数系统中,同一时间在任一元件中各点的电流值是相同的。若元件的几何尺寸与通过它的信号波长近似,此时元件的几何尺寸就不能忽略。这种元件称为分布参数元件,传输线、波导一般属于这种元件,传输线上任一点的电流值,不仅与时间有关,而且与所在位置有关,由这种元件构成的系统称为分布参数系统。

6. 连续时间系统与离散时间系统

如果作用于一个系统的激励和它产生的响应均为连续时间信号,则该系统称为连续时间系统,简称连续系统。描述连续系统的数学模型是微分方程。若作用于一个系统的激励和它产生的响应均为离散时间信号,则该系统称为离散时间系统,简称离散系统。描述离散系统的数学模型是差分方程。如果一个系统内既出现连续信号又出现离散信号,这种系统称为混合系统。

以上是电系统的简单分类,本书将要讨论的是因果、线性、时不变、集总参数、动态连续时间系统和离散时间系统。以后书中提到的连续或离散的时间系统都是指上述类型的系统,不再特意加以说明。

1.2.3 系统分析方法概述

系统分析是对给定的系统建立数学模型并求解。在建立系统模型方面,描述系统的方法有输入-输出法(外部法)和状态变量法(内部法)。输入-输出法是建立系统激励与响应之间的直接关系,不涉及系统内部变量的情况,因而输入-输出法对于通信工程中常遇到的单输入单输出系统是适用的;状态变量法不仅给出了系统的响应,还给出了系统内部变量情况,特别适用于多输入多输出系统,这种方法便于计算机求解,它不仅适用于线性时不变系统,也便于推广应用于时变系统。

系统数学模型的求解方法主要有两大类:时域法和变换域法。时域法比较直观,它直接分析时间变量的函数,研究系统的时域特性。对于输入-输出法,利用经典法求解常系数线性微分方程或差分方程。在线性系统时域分析中,卷积方法是一种重要的方法,在第2章中将做详细讨论。变换域法是将信号与系统的时间变量函数变换成相应变换域的某个变量函数。例如,第3章中讨论的傅里叶变换(FT)是以频率为变量的函数,利用FT来研究系统的频域特性;第4章中讨论的拉普拉斯变换(LT)和第6章中讨论的 z 变换则主要研究极点与零点分布,对系统进行 s 域或 z 域分析。变换域法可以将时域分析中的微分方程或差分方程转换为代数方程,或将卷积积分与卷积和转换为乘法,这使信号与系统分析求解过程变得简单而方便。

在利用变换域法和时域法进行LTI系统分析时,这两种方法都是把激励信号分解为某些类型的基本信号,在这些基本信号分别作用下求得系统的响应,然后叠加。这些基本信号在时域法中是单位冲激信号,在频域法中是正弦信号或指数信号,而在 s 域分析中是复指数信号。

随着现代科学技术的迅猛发展,新的信号与系统的分析方法不断涌现。其中计算机辅助分析方法就是近年来较为活跃的方法。这种方法利用计算机进行数值计算,从而免去复杂的人工运算,且计算结果精确可靠,因而得到广泛的应用和发展。本书引用了软件工具MATLAB对信号与系统进行分析。此外,计算机技术的飞速发展与应用,为信号分析提供了有力支持,但同时信号分析的深度与广度也提出了更高的要求,特别是对离散时间信号的分析。因此,近年来,离散时间信号的理论研究得到很大发展,离散时间信号与系统的分析已形成一门独立的课程。

综上所述,信号与系统分析这门课程主要研究确定信号与线性时不变系统。该课程应用了较多的数学知识,在学习过程中,应着重掌握信号与系统分析的基本理论与基本方法,将数学概念、物理概念以及工程概念相结合,注意其提出问题、分析问题与解决问题的方法。只有这样,才能真正理解信号与系统分析的实质,为以后的学习与应用奠定坚实的基础。

习 题 1

1.1 设 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 是周期分别为 T_1 和 T_2 的周期信号。证明 $f(t) = f_1(t) + f_2(t)$ 是周期为 T 的周期信号的条件为

$$m T_1 = n T_2 = T (m, n \text{ 为正整数})$$

1.2 试判断下列信号是否为周期信号。若是, 确定其周期。

$$(1) f(t) = 5\sin\left(\pi t + \frac{\pi}{5}\right); \quad (2) f(t) = 2\sin \pi t + 6\sin \pi t;$$

$$(3) f(t) = 5e^{j(2t+\pi)}; \quad (4) f(t) = \cos\left(2t + \frac{\pi}{4}\right);$$

$$(5) f(t) = \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) + \sin\left(\frac{\pi}{3}t\right) + \sin\left(\frac{\pi}{5}t\right); \quad (6) f(t) = 5t - 3;$$

$$(7) f(t) = \left[\sin\left(t - \frac{\pi}{6}\right)\right]^2; \quad (8) f(n) = \cos\left(\frac{8\pi}{7}n - \frac{\pi}{8}\right)。$$

1.3 试判断下列信号中哪些为能量信号, 哪些为功率信号, 或两者都不是。

$$(1) f(t) = 5t, t \geq 0; \quad (2) f(t) = 3e^{-5t};$$

$$(3) f(t) = 2\cos\left(t + \frac{\pi}{3}\right); \quad (4) f(t) = 4, t \geq 0;$$

$$(5) f(n) = e^{j2n}, n \geq 0; \quad (6) f(n) = (-4.5)^n, 0 \leq n \leq 2。$$

1.4 已知 $t \geq 0$ 时其输出响应分别如下所示, 试判断其是否为线性系统。

$$(1) y(t) = x^2(t) + f^2(t);$$

$$(2) y(t) = 3x(0) + 5f(t);$$

$$(3) y(t) = x(0) + \int_0^t f(\tau) d\tau;$$

$$(4) y(t) = \lg x(0) + \int_0^t f(\tau) d\tau。$$

1.5 已知系统具有初始条件 $x(t_0)$, 其输出响应 $y(t)$ 与输入激励 $f(t)$ 的关系如下所示, 试说明其为线性系统或非线性系统的理由。

$$(1) y(t) = ax(t_0) + bf(t);$$

$$(2) y(t) = x^2(t_0) + 2t^2f(t);$$

$$(3) y(t) = x(t_0)\sin 5t + f(t);$$

$$(4) y(t) = x(t_0) + 3t^2f(t)。$$

1.6 某线性系统, 已知描述其系统的微分方程为

$$\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = f(t)$$

当输入信号 $f(t) = e^{-t}u(t)$, $y(0_-) = 2$ 时, $y(t) = e^{-2t} + e^{-t}, t \geq 0$ 。

试求: (1) 当 $f(t) = 5e^{-t}u(t)$, $y(0_-) = 2$ 时, $y(t)$ 的表达式。

(2) 当 $f(t) = e^{-t}u(t)$, $y(0_-) = 10$ 时, $y(t)$ 的表达式。

1.7 某线性时不变系统, 在相同的初始状态下, 当输入为 $f(t)$ 时 ($t < 0$ 时, $f(t) = 0$), 其全响应 $y(t) = 2e^{-t} + \cos 2t, t \geq 0$; 当输入为 $2f(t)$ 时, 其全响应 $y(t) = e^{-t} + 2\cos 2t, t \geq 0$ 。