

高等教育自学考试辅导丛书
(经济类专科)

高等数学(一)

(微积分、线性代数、概率初步)

历年试题分类汇编及解答

姚唐生 编

$$df(x), \int f(x)dx$$

$$x_1\alpha_1 + x_2\alpha_2 + \dots + x_n\alpha_n = \beta$$

吉林文献出版社

高等教育自学考试辅导丛书

(经济类专科)

高等数学(一)

(微积分、线性代数、概率初步)

历年试题分类汇编及解答

(1984年~1998年)

姚唐生 编

$$df(x), \int f(x)dx$$

$$x_1\alpha_1 + x_2\alpha_2 + \dots + x_n\alpha_n = \beta$$

专利文献出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学/姚唐生编. —北京:专利文献出版社,1998.8

(高等教育自学考试辅导丛书)

ISBN 7-80011-338-8

I. 高… II. 姚… III. 高等数学-高等教育-自学考试-自学参考资料 IV. 013
中国版本图书馆 CIP 数据核字(98)第 23425 号

书 名:高等教育自学考试辅导丛书

著作责任者:姚唐生

责任编辑:张丽荣

标准书号:ISBN 7-80011-338-8/Z·329

出 版 者:专利文献出版社

地 址:北京海淀区西土城路6号 邮编:100088

印 刷:首都师范大学印刷厂

经 销 者:新华书店总经销

规 格:787×1092毫米 16开本 26印张 600千字

印 数:1—5000册 1998年8月第一版 1998年8月第一次印刷

定 价:每套四册共计40元

前 言

高等数学(微积分、线性代数、概率初步)是高等教育自学考试经济类各专业的公共基础课。自1984年开设这门课的考试,至今已15年了,报考的人数逐年增多。

参加自学考试,没有入学考试,但考试与普通高等学校同等学历层次水平的要求相一致。是宽进严出的学习考试制度。

每年参加这门课考试的考生,在考前的学习过程中多数人由于不具备为学高等数学应达到的初等数学的基础水平,势必遇到诸多的困难。

同样受过中等教育的自学考生,普通高中毕业的,学习中的困难就少一些,职业高中毕业的,学习中的困难就大多了。

自考办有个统计数据,自1983年至1995年北京市参加自学考试获得专、本科毕业证书的毕业生累积三万六千五百多人,其中原有普通高中和普通中专毕业学历的约占80%,原有大专以上毕业学历的约占14%,原有职业高中、职工中专以至初中毕业学历的不足6%。

为了帮助考生克服学习这门课的困难,更好地理解、熟习、掌握解题的思路及关键步骤,全面了解历年高等数学试卷的题型、题量和试题涉及的知识点、试题的难易程度,使考生在练习分析试题的过程中提高自己的基础水平和应试能力。

为了考生在学习各章节内容的过程中,便于选用相应的考题,有针对性地练习,本辅导书将历年试题由原试卷按题型:选择、填空、计算、证明的编排顺序,改为按考试大纲规定的内容及指定的使用教材,分科分章地从新编排,并逐题做了详细的解答。

另外,将高等数学(一)的教学内容与考试要求附录于后,以便考生在学习中和临考前使用。并编辑一份“初等数学补课要点”,其中引用的练习题均选自指定教材,方便考生特别是基础差的考生使用。还将1998年的试卷附录于后,作为考生在考前自我模拟考试时使用。望本书对考生的学习考试能起到其应有作用。

编 者

1998年9月

目 录

前十年试题分类汇编及解答	
微积分(1984年~1993年)	
1984年	(1/41)
1985年	(1/42)
1986年	(2/43)
1987年	(3/46)
1988年	(4/48)
1989年	(6/50)
1990年	(8/53)
1991年	(9/55)
1992年	(10/57)
1993年	(12/60)
线性代数(1984年~1993年)	
1984年	(14/63)
1985年	(14/63)
1986年	(14/63)
1987年	(15/66)
1988年	(16/68)
1989年	(17/69)
1990年	(18/70)
1991年	(19/72)
1992年	(19/73)
1993年	(20/74)
概率初步(1984年~1993年)	
1984年	(21/76)
1985年	(21/76)
1986年	(21/76)
1987年	(22/77)
1988年	(23/80)
1989年	(24/82)
1990年	(24/83)
1991年	(25/84)
1992年	(25/85)
1993年	(26/88)

近五年试题分类汇编及解答

1994 年	(27/89)
1995 年	(29/93)
1995 年(加考)	(31/96)
1996 年	(32/98)
1996 年(加考)	(34/102)
1997 年	(36/104)
1998 年	(39/107)
附:(1)1998 年试卷(4 月 18 日,上午 8:30~11:00)	(112)
(2)高等数学(一)教学与考试的内容与要求	(115)
(3)初等数学补课要点	(119)

前十年试题分类汇编

微积分(1984年~1993年)

1984年(共9题,计44分)

第二章 极限与连续(共2题,计7分)

1(计算,5分) 求 $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{2}{x})^{2x}$

2(讨论,2分) “ $\because \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1, \therefore f(x) = \begin{cases} 1-x & x < 0 \\ 1+x^2 & x > 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续”。此论断是否正确?为什么?

第三章 导数与微分(共2题,计9分)

3(计,5) 设 $f(x) = \sqrt{x}$, 求 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

4(计,4) 设 $y = \sin^2 3x$, 求 y'

第四章 导数的应用(共1题,计2分)

5(讨,2) “ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{e^x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2x)'}{(e^x)'} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{e^x} = \frac{2}{e^0} = 2$ ” 此求法是否正确?为什么?

第五章 不定积分(共1题,计6分)

6(计,6) 求 $\int \ln(1+x^2) dx$

第六章 定积分(共3题,计20分)

7(讨,2) “ $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} \Big|_{-1}^1 = -1 - (-\frac{1}{-1}) = -2$ ” 此求法是否正确?为什么?

8(计,6) 求 $\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{(x+1)^3}} dx$

9(计,12) 求函数 $y = x^3 - 3x + 3$ 的极值, 作出此函数的略图, 并求分别过两极值点且平行于 y 轴的两条直线与 x 轴和该函数图形所围成的曲边梯形的面积 S

1985年(共6题,计38分)

第三章 导数与微分(共2题,计10分)

1(计,5) 设 $y = x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x$, 求 y'

2(计,5) 设 $e^x - xy^2 + \sin y = 0$, 求 y'_x

第四章 导数的应用(共2题,计18分)

3(计,8) 设 $f(x) = \begin{cases} x \ln x^2 & x \neq 0 \\ k & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 求 k 值。

4(计,10) 要造个长方体无盖的蓄水池, 其容积为 500 立方米, 底面为正方形, 设底面与四壁的单位面积造价相同, 问底边和高为多少米时, 才能使所用材料最省?

第五章 不定积分(共1题,计5分)

5(计,5) 求 $\int \frac{1}{(1+x^2)^2} dx$

第六章 定积分(共1题,计5分)

6(计,5) 求 $\int_0^{\sqrt{\pi/2}} x^3 e^{x^2} dx$

1986年(共20题,计57分)

第一章 函数(共2题,计4分)

1(多选,2) 函数 $y = \frac{\sqrt{9-x^2}}{\ln(x+2)}$ 的定义域是()

a. $-2 < x \leq 3$,

b. $-2 < x < -1$ 或 $-1 < x \leq 3$,

c. $-3 \leq x \leq 3$,

d. $-2 < x \leq 3$ 且 $x \neq -1$

2(多,2) $y = \frac{1}{1+x^2}$ 是()函数。

a 奇, b 偶, c 单调, d 有界。

第二章 极限与连续(共4题,计10分)

3(计,4) 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{\sin x}$

4(多,2) 极限()存在。

a. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3-x+7}{(x-1)^2}$, b. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{2x^2-x-1}$, c. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}$, d. $\lim_{x \rightarrow 0} (x^2+x) \cos \frac{1}{x}$

5(单选,2分) $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{2}{x})^{x+2} = ()$

a. e^2 , b. e^{-2} , c. e^4 , d. e^{-4}

6(单,2) 当 $x \rightarrow 0$ 时,()与 x 是等价的无穷小量。

a. $x^2(x+1)$, b. $\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}$, c. $\ln(1+x)$, d. $\frac{\sin x}{x}$

第三章 导数与微分(共4题,计12分)

7(单,2) $f(x) = \begin{cases} e^x & x < 0 \\ 0 & x = 0 \\ 2x+1 & x > 0 \end{cases}$ ()

a. $x \rightarrow 0$ 时的极限不存在, b. $x \rightarrow 0$ 时的极限存在, c. 在 $x=0$ 处连续, d. 在 $x=0$ 处可导。

8(单,2) 设 $y = x \ln x$, 则 $y^{(10)} = ()$

a. $-\frac{1}{x^9}$, b. $\frac{1}{x^9}$, c. $\frac{8!}{x^9}$, d. $-\frac{8!}{x^9}$

9(计,4) 设 $y = a^a + a^x + x^a + x^x$, 求 y'

10(计,4) 设 $y = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$, 求 $\frac{dy}{dx}$

第四章 导数的应用(共3题,计9分)

11(多,2) 曲线 $y = x^3 - 12x + 1$ 在区间(0,2)内()

a. 单调上升, b. 单调下降, c. 上凹, d. 下凹。

12(计,5) 设某产品的总成本 C 对年产量 x 的函数是 $C = 400 + 0.01x^2$, 问年产量为多少时, 才能使平均成本最低? 此时的边际成本是多少?

13(单,2) 设某商品的市场需求量 Q 对价格 P 的函数是 $Q = 15 - \frac{1}{4}P$, 当 $P = ()$ 时, 市场的销售总额 $S = PQ$ 才能最大。

a. 60, b. 45, c. 30, d. 15

第五章 不定积分(共2题,计4分)

14(计,4) 求 $\int \cos \sqrt{x} dx$

第六章 定积分(共6题,计18分)

15(多,2) 初等函数在其定义区间上()

a. 极限处处存在, b. 连续, c. 可导, d. 可积.

16(单,2) $(\int_a^x f(t)dt)' = ()$

a. $f(t)$, b. $f(t) + c$, c. $f(x)$, d. $f(x) + c$

17(计,4) 设 $f(x)$ 是连续的奇函数,求证: $\int_0^x f(t)dt$ 是偶函数.

18(计,4) 求 $\int_1^2 \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} dx$

19(计,4) 设 $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{A}{1+x^2} dx = 1$, 求 A 值.

20(单,2) $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx = ()$

a. -2, b. 2, c. 0, d. 发散.

1987年(共25题,计72分)

第一章 函数(共1题,计2分)

1(是非,2) “函数 $y = \frac{1}{\ln|x-5|}$ 的定义域是 $(-\infty, 4) \cup (4, 5) \cup (5, 6) \cup (6, +\infty)$ ” 是否正确? ()

第二章 极限与连续(共7题,计19分)

2(单,2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\sin x)}{x} = ()$

a. 0, b. 1, c. ∞ , d. 振荡不存在.

3(同86年的第3题)

4(多,3) 当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x) = ()$ 的极限存在.

a. $\begin{cases} |x| & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$, b. $\begin{cases} 1 + \sin x & x \leq 0 \\ \cos x & x > 0 \end{cases}$, c. $\begin{cases} x^3 + 1 & x < 0 \\ 0 & x = 0 \\ 3^x & x > 0 \end{cases}$, d. $\begin{cases} \frac{1}{x^2} & x < 0 \\ x^2 & x \geq 0 \end{cases}$

5(是,2) “若 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{x^3}{x^2-1} - px + 1) = 1$, 则 $p = 1$ ” 是否正确? ()

6(多,3) 当 $x \rightarrow 0$ 时, () 是无穷小量.

a. e^x , b. $\sin x$, c. $\frac{\sin x}{x}$, d. $(x^2 + x) \sin \frac{1}{x}$

7(单,2) 当 $x \rightarrow 0$ 时, x^2 与 $1 - \sqrt{1 - 2x^2}$ 相比是 () 的无穷小量.

a. 较高阶, b. 较低阶, c. 同阶非等价, d. 等价.

8(多,3) $y = e^{-x^2}$ 是 () 函数.

a. 奇, b. 偶, c. 有界, d. 连续.

第三章 导数与微分(共3题,计10分)

9(填,2) 若 $f(x) = \begin{cases} e^x & x < 0 \\ a + bx & x \geq 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处可导, 则 $a = ()$, $b = ()$.

10(计,4) 设 $y^{(n-2)} = \frac{x}{\ln x}$, 求 $y^{(n)}$

11(计,4) 设 $e^x - e^{-x} = 0$, 求 $\frac{dy}{dx}|_{x=1}$

第四章 中值定理, 导数的应用(共4题, 计10分)

12(是,2) “若函数 $f(x)$ 在区间 (a, b) 内可导且 $a < x_1 < x_2 < b$, 则在 (x_1, x_2) 内, 至少存在一点 ξ , 使 $f(x_2) - f(x_1) = f'(\xi)(x_2 - x_1)$ 成立。”是否正确? ()

13(是,2) “若点 $(x_0, f(x_0))$ 是曲线 $y = f(x)$ 的一个拐点, 则 $f''(x_0)$ 必为 0”。是否正确? ()

14(填,4) 函数 $y = \frac{8}{4-x^2}$ 在 $x = ()$ 处可取得极小值, 其图形对称于 $()$, 且有水平渐近线 $()$ 及垂直渐近线 $()$ 。

15(填,2) 设某商品的销售量 x 对价格 p 的函数是 $x = 8000 - 8p$, 当 $p = ()$ 时, 才能使销售收入 $R = px$ 最大, 此时, $R = ()$

第五章 不定积分(共2题, 计6分)

16(单,2) $\int \sin 2x dx = ()$

a. $\frac{1}{2} \cos 2x$, b. $\sin^2 x + c$, c. $-\frac{1}{2} \cos 2x$, d. $\cos 2x + c$

17(计,4) 求 $\int e^{\sqrt{x}} dx$

第六章 定积分(共8题, 计25分)

18(单,2) $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上的平均值是 $()$ 。

a. $\frac{f(b) - f(a)}{2}$, b. $\frac{f(b) + f(a)}{2}$, c. $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$, d. $\frac{1}{b - a} \int_a^b f(x) dx$

19(是,2) “若 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 则 $\int_a^x f(t) dt$ 在 $[a, b]$ 上可导”。是否正确? ()

20(单,2) 等式 $()$ 成立。

a. $(\int_x^a f(t) - dt)' = f(x)$, b. $(\int f(x) dx)' = f(x)$, c. $(\int_a^x f(x) dx)' = f(x)$, d. $(\int_a^b f(x) dx)' = f(x)$

21(是,2) “ $\int_2^5 \frac{1}{(x-3)^2} = -\frac{1}{x-3} \Big|_2^5 = -\frac{3}{2}$ ”是否正确? ()

22(计,5) 设 $\int_c^x f(t) dt = 5x^3 + 40$, 求 $f(x), c$

23(证,5) 求证: $\int_0^1 x^m (1-x)^n dx = \int_0^1 x^n (1-x)^m dx$ (m, n 为正整数)

24(应,5) 求由曲线 $y = x^2$ 与直线 $y = x, y = 2x$ 围成图形的面积 S

25(单,2) $\int_0^1 \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{2}x} dx = ()$

a. ∞ , b. $\frac{1}{e}$, c. $-\frac{1}{e}$, d. $\frac{1}{e} - 1$

1988年(共22题, 计66分)

第一章 函数(共3题, 计6分)

1(单,2) $()$ 是两个相同的函数。

a. $\cos x$ 和 $\sqrt{1 - \sin^2 x}$, b. $\frac{x \ln(1-x)}{x^2}$ 和 $\frac{\ln(1-x)}{x}$, c. $\sqrt{x(x-1)}$ 和 $\sqrt{x} \cdot \sqrt{x-1}$, d. $\sqrt{x^2}$ 和 x

2.(单,2) 当 $f(x)$ 满足 $()$ 时, 函数 $y = \frac{1}{\ln f(x)}$ 有意义。

a. $f(x) \neq 0$, b. $f(x) \neq 1$, c. $f(x) > 0$, d. $f(x) > 0$ 且 $f(x) \neq 1$

3(多,2) $f(x) = (\quad)$ 是奇函数。

a. a^{-x} , b. $x \sin x$, c. $x \cos 2x$, d. $x^2 \sin x$

第二章 极限与连续(共3题,计6分)

4(多,2) 当 $x \rightarrow 0$ 时, (\quad) 是无穷小量。

a. $\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}$, b. $\frac{x^2+1}{x(x-1)}$, c. e^{-x} , d. $\ln(1+x)$

5(单,2) 当 $x \rightarrow 0$ 时, x 与 $\ln(1+x)$ 相比是 (\quad) 无穷小量。

a. 较高阶, b. 较低阶, c. 同阶非等价, d. 等价。

6(单,2) 若 $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{k}{x})^x = e^2$, 则 $k = (\quad)$

a. 2, b. -2, c. $8\frac{1}{2}$, d. $-\frac{1}{2}$

第三章 导数与微分(共5题,计15分)

7(单,2) 设 $f(x) = x^2$, 则 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + 2\Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = (\quad)$

a. $4x_0$, b. $2x_0$, c. x_0 , d. $2x_0^2$

8(是,1) “设 $y = f(x)$, 若 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ 存在, 则 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta y = 0$ ” 是否正确? (\quad)

9(证,5) 设 $\varphi(x) = a^{f(x)}$ 且 $f'(x) = \frac{1}{f(x) \ln a}$, 求证: $\varphi'(x) = 2\varphi(x)$

10(计,5) 设 $y = xe^{x^2}$, 求 y''

11(多,2) $xy = a^2$, 则 $dy = (\quad)$

a. $-\frac{a^2}{x^2} dx$, b. $-\frac{y}{x} dx$, c. $\frac{2a-y}{x} dx$, d. $a^2 \ln x dx$

第四章 导数的应用(共2题,计10分)

12(计,5) 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$

13(应,5) 设某产品的总成本 C 对年产量 x 的函数是 $c = 100 + \frac{x^2}{900}$, 问年产量为多少时, 才能使平均成本最小? 此时的边际成本是多少?

第五章 不定积分(共5题,计13分)

14(多,2) (\quad) 是 $\frac{1}{2} \sin 2x$ 的原函数。

a. $\frac{1}{2} \sin^2 x$, b. $-\frac{1}{2} \cos^2 x$, c. $-\frac{1}{4} \cos 2x$, d. $1 + \frac{1}{4} \cos 2x$

15(单,2) 设 $f(x)$ 的原函数之一是 $\ln x$, 则 $f'(x) = (\quad)$

a. $\frac{1}{x}$, b. $-\frac{1}{x^2}$, c. e^x , d. $x \ln x$

16(单,2) $\int \frac{1}{x} d \frac{1}{x} = (\quad)$

a. $\frac{1}{x^2} + c$, b. $-\frac{1}{x^2} + c$, c. $\frac{1}{2x^2} + c$, d. $\ln|x| + c$

17(计,5) 求 $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$

- 18(单,2) 设 $\int f(x)dx = \sin x + c$, 则 $\int \frac{f(\arcsin x)}{\sqrt{1-x^2}} dx = (\quad)$
 a. $x + c$, b. $\sin\sqrt{1-x^2} + c$, c. $\arcsin\sqrt{1-x^2} + c$, d. $\frac{1}{2}\arcsin^2 x$

第六章 定积分(共4题,计12分)

- 19(是,1) “设 $f(x)$ 是连续的奇函数,则 $\int_0^x f(t)dt$ 是偶函数.” 是否正确? ()
 20(是,1) “若 $\int_1^a \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2$, 则 $a = 4$ ” 是否正确? ()
 21(计,5) 讨论函数 $P(x) = \int_0^x t(t-1)dt$ 的增减区间,并求其极值。
 22(计,5) 求 $\int_0^1 x^3 e^{x^2} dx$

1989年(共29题,计75分)

第一章 函数(共2题,计4分)

- 1(同87年的第8题)
 2(单,2) 设 $f(x) = 2^{x-1}$, 则 $f^{-1}(x) = (\quad)$
 a. $\log_2(x+1)$, b. $\log_2 2x$, c. $2\log_2 x$, d. $\frac{1}{2}\log_2 x$

第二章 极限与连续(共6题,计14分)

- 3(单,2) 当 $x \rightarrow (\quad)$ 时, $y = \frac{x^2-1}{x(x-1)}$ 是无穷大量。
 a. 0, b. 1, c. $+\infty$, d. $-\infty$
 4(多,2) 当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x) = (\quad)$ 的极限存在。
 a. $\begin{cases} \frac{|x|}{x} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$, b. $\begin{cases} 1 + \sin x & x < 0 \\ \cos x & x > 0 \end{cases}$, c. $\begin{cases} x^3 + 1 & x < 0 \\ 0 & x = 0 \\ 3^x & x > 0 \end{cases}$, d. $\begin{cases} x^2 & x < 0 \\ x \sin \frac{1}{x} & x > 0 \end{cases}$

- 5(计,3) 求 $\lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{x^2+1} + \frac{\sin x}{x})$

- 6(计,3) 求 $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 2x)^{\frac{1}{x}}$

- 7(单,2) 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-3x+2}{x-2} & x \neq 2 \\ a & x = 2 \end{cases}$ 是连续函数, 则 $a = (\quad)$
 a. 0, b. 1, c. 2, d. 任意取值。

- 8(单,2) $y = e^{-x^2}$ 是() 函数。
 a. 奇, b. 偶, c. 有界, d. 连续。

第三章 导数与微分(共5题,计12分)

- 9(单,2) 设 $f(x) = \begin{cases} e^x & x < 0 \\ a - bx & x \geq 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处可导, 则 a, b 分别为()
 a. 1, 1, b. 1, -1, c. -1, 1, d. -1, -1

- 10(多,2) 当 $y = (\quad)$ 时, $y' = \sin 2x$
 a. $\frac{1}{2}\cos 2x$, b. $1 - \cos^2 x$, c. $\frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$, d. $1 + \sin^2 x$

- 11(单,2) 设 $y = x^{\sin x}$, 则 $y' = (\quad)$

a. $\sin x \cdot x^{\sin x - 1}$, b. $x^{\sin x} \ln x$, c. $x^{\sin x} (\cos x \ln x + \frac{\sin x}{x})$, d. $x^{\sin x} \frac{\cos x}{x}$

12(计,3) 设 $y = \ln(1 + x^2)$, 求 y''

13(计,3) 设 $y = \frac{1}{x} + \cos\sqrt{x}$, 求 dy

第四章 中值定理, 导数的应用(共5题, 计16分)

14(单,2) $f(x) = (\quad)$ 在指定区间上满足罗尔定理的条件。

a. $x^2, [0, 3]$, b. $x^{-2}, [-1, 1]$, c. $|x|, [-1, 1]$, d. $x\sqrt{3-x}, [0, 3]$

15(计,3) 求 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^3 - 2x + 1}$

16(多,2) (\quad) 不能用罗必达法则

a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{\sin x}$, b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\frac{\pi}{2} - \arctg x)$, c. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sin x}{x + \sin x}$, d. $\lim_{x \rightarrow 0} (\ln \frac{1}{x})^x$

17(计,5) 作函数 $y = x^3 - 3x$ 的图形。

18(计,4) 设某产品的生产费用 C 对批量 x 的函数是 $C = 5x + 200$, 得到的收益是 $R = 10x - 0.01x^2$, 问每批产量为多少时, 才能使利润最大?

第五章 不定积分(共3题, 计8分)

19(计,3) 求 $\int (x-1)^3 dx$

20(计,3) 求 $\int \sin^3 x dx$

21(多,2) 设 $\int f(x) dx = x^2 + c$, 则 $\int x f(x^2 - 1) dx = (\quad)$

a. $2(x^2 - 1)^2 + c$, b. $\frac{1}{2}(x^2 - 1)^2 + c$, c. $\frac{1}{2}x^4 + c$, d. $\frac{1}{2}x^4 - x^2 + c$

第六章 定积分(共8题, 计21分)

22(多,2) 等式 (\quad) 成立。

a. $\int f'(x) dx = f(x)$, b. $(\int f(x) dx)' = f(x)$, c. $(\int_a^x f(t) dt)' = f(x)$, d. $\int_a^b f'(x) dx = f(x)$

23(单,2) $\int_a^x f(t) dt$ 是 (\quad)

a. 一个常数, b. $f(t)$ 的一个原函数, c. $f(x)$ 的一个原函数; d. $f(x)$ 的所有原函数。

24(计,3) 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \cos^2 t dt}{x}$

25(多,2) 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续且 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的一个原函数, 则 $\int_a^b f(x) dx = (\quad)$

a. $\int_a^b f(y) dy$, b. $\int_b^a f(x) dx$, c. $\int_a^c f(x) dx - \int_b^c f(x) dx$, d. $F(b) - F(a)$

26(单,2) $\int_1^2 \frac{\ln x}{x} dx = (\quad)$

a. $\frac{1}{2}$, b. $\frac{1}{2}(e^2 - 1)$, c. $\frac{1}{2}(\frac{1}{e^2} - 1)$, d. -1

27(计,3) 求 $\int_0^2 x^2 \sqrt{4-x^2} dx$

28(计,3) 求 $\int_0^{+\infty} x e^{-x} dx$

29(计,4) 求由曲线 $y = \ln x$ 与直线 $y = 0, x = e$ 围成平面图形绕 x 轴旋转成的旋转体体积。

1990年(共25题,计74分)

第一章 函数(共1题,计2分)

1(多,2) $y = ()$ 是复合函数。

a. $(\frac{1}{2})^x$, b. e^{x^2} , c. $\ln(1+x)$, d. x^x

第二章 极限与连续(共5题,计16分)

2(多,2) 当 $x \rightarrow 0$ 时, $()$ 是无穷小量。

a. $\sin x$, b. $\frac{\sin x}{x}$, c. $\frac{x(x-1)}{x^2-1}$, d. $(x^2+x)\cos\frac{1}{x}$

3(多,2) 极限 $()$ 不存在。

a. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sin x$, b. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x}{x-a}$, c. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x+1)}{x}$, d. $\lim_{x \rightarrow 0} (2^{\frac{1}{x}} - 1)$

4(同86年的第3题)

5(计,4) 求 $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{2}{x})^{\frac{x}{2}-1}$

6(单,2) 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}\sin x & x < 0 \\ p & x = 0 \\ x\sin\frac{1}{x} + q & x > 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 则 p, q 分别为 $()$

a. 0,0, b. 0,1, c. 1,0, d. 1,1

第三章 导数与微分(共5题,计14分)

7(单,2) 设 $f(x) = x^2$, 则 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = ()$

a. 1, b. 2, c. 2a, d. 2x

8(讨,4) 讨论 $f(x) = \begin{cases} \ln(1+x) & -1 < x \leq 0 \\ \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x} & 0 < x < 1 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处的连续性与可导性。

9(单,2) 设 $y = \cos^2 2x$, 则 $y' = ()$

a. $2\sin 2x$, b. $4\cos 2x$, c. $2\sin 4x$, d. $-2\sin 4x$

10(多,2) $y = ()$ 在 $x=0$ 处的导数等于0

a. $\sin^2 x$, b. $-\frac{\cos x}{x}$, c. $x + e^{-x}$, d. $x(1-2x)$

11(计,4) 设 $x^2 + y^2 = a^2$, 求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$

第四章 中值定理,导数的应用(共5题,计17分)

12(多,2) $f(x) = \sin x$ 在 $[0, 2\pi]$ 上符合罗尔定理结论中的 $\xi = ()$

a. 0, b. $\frac{\pi}{2}$, c. π , d. $\frac{3\pi}{2}$

13(单,2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{1-x} = ()$

a. -1, b. 0, c. 1, d. ∞

14(多,2) 当 $()$ 时, 曲线 $y = f(x)$ 的垂直渐近线是 $x = x_0$.

a. $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty$, b. $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty$, c. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$, d. $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = x_0$

15(计,5) 求函数 $f(x) = e^{-\frac{(x-1)^2}{2}}$ 的极值与拐点,并作其图形。

16(计,6) 设某产品的总成本 C 对年产量 x 的函数是 $C = a + bx^{\frac{3}{2}}$,

当固定成本 $a = 4$, 年产量 $x = 9$ 时, 总成本 $C = 31$, 问年产量为多少时, 平均成本最小。

第五章 不定积分(共4题,计10分)

17(多,2) 等式()成立

a. $\int f(x)dx = f(x)dx$, b. $(\int f(x)dx)' = f(x)dx$,

c. $\int f'(x)dx = f(x) + c$, d. $\int df(x) = f(x) + c$

18(单,2) 设 $\int f(x)dx = F(x) + c$, 则 $\int e^{-x}f(e^{-x})dx = ()$

a. $F(e^x) + c$, b. $F(e^{-x}) + c$, c. $-F(e^{-x}) + c$, d. $e^{-x}F(x) + c$

19(单,2) $\int \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}dx = ()$

a. $2\sqrt{1+x^2} + c$, b. $\arctg x + c$, c. $\ln\sqrt{1+x^2} + c$, d. $\ln(x + \sqrt{1+x^2}) + c$

20(计,4) 求 $\int x^2 e^x dx$

第六章 定积分(共5题,计17分)

21(多,2) 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续且()时, $\int_a^b f(x)dx = 0$

a. $a = b$, b. $x \in [a, b], f(x) = 0$, c. $f(a) = f(b)$, d. $F'(x) = f(x)$ 及 $F(b) = F(a)$

22(单,2) $\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}} dx = ()$

a. $\frac{e-1}{e^2}$, b. $\frac{1-e}{e^2}$, c. $\frac{\sqrt{e}-1}{e}$, d. $\frac{1-\sqrt{e}}{e}$

23(计,4) 求 $\int_0^8 \frac{1}{1+\sqrt[3]{x}} dx$

24(同86年的第19题)

25(计,5) 求由抛物线 $y = x^2 + 1$ 与直线 $x + y = 3$ 围成图形的面积 S

1991年(共23题,计77分)

第一章 函数(共2题,计8分)

1(双选,4) 函数 $y = e^{\frac{1}{x}}$ 的定义域是(), 值域是()

a. $(-\infty, 0)$, b. $(0, 1) \cup (1, +\infty)$, c. $(0, +\infty)$, d. $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

2(双,4) $f(x) = ()$ 是奇函数, $f(x) = ()$ 是偶函数。

a. $x + 5$, b. $x^2 + x + 1$, c. $\sin x^2$, d. $e^x - e^{-x}$

第二章 极限与连续(共3题,计9分)

3(多,2) () 在指定变化过程中是无穷小量。

a. $\frac{\sqrt{1+x^2}}{x^2}$ ($x \rightarrow \infty$), b. $\frac{x^2}{1-\sqrt{1-2x^2}}$ ($x \rightarrow 0$),

c. $\frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$ ($x \rightarrow 0$), d. $\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1}$ ($x \rightarrow \infty$)

4(双,4) 变量 $\ln x$, 当 $x \rightarrow ()$ 时是无穷小量, $x \rightarrow ()$ 时是无穷大量。

a. $+\infty$, b. $-\infty$, c. 0, d. 1

5(计,3) 设 $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{k}{x})^x = \sqrt{e}$, 求 k 值。

第三章 导数与微分(共4题,计12分)

6(计,3) 设 $y = x^{\sqrt{x}} + 2^x + \operatorname{tg} x$, 求 y'

7(计,3) 设 $y = \sqrt{1 + \ln^2 x}$, 求 y'

8(计,3) 设 $y = x \arctg \sqrt{x}$, 求 y'

9(计,3) 设 $x = 2y - \sin y$, 求 dy

第四章 导数的应用(共5题,计18分)

10(计,3) 求 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2}$

11(计,3) 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x^2}{\sin^2 x}$

12(计,3) 求 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - x})$

13(多,2) 设 $f(x)$ 的驻点是 $x = x_0$, 则 $f(x)$ 在此点()

a. 连续, b. 可导, c. 有极值, d. 切线平行于 x 轴.

14(计,6) 讨论函数 $y = \frac{1}{1+x^2}$ 的单调性, 极值, 其图形的凹向, 拐点, 并作图.

15(计,4) 设某产品的年销售量为 1000000 件, 生产每批产品的准备费为 1000 元, 每件产品的年库存费为 0.05 元, 若年销售量是均匀的, 且售完上批立即生产下批(此时产品的库存量是批量的一半), 问分多少批生产, 才能使准备费与库存费之和最小?

第五章 不定积分(共5题,计16分)

16(双,4) $y = e^{-2x}$ 的一阶导数是(), 原函数是()

a. $-2e^{-2x} + c$, b. $-2e^{-2x}$, c. $-\frac{1}{2}e^{-2x} + c$, d. $\frac{1}{2}e^{x^2}$

17(多,2) 设 $f'(x) = \varphi'(x)$, 则()

a. $f(x) = \varphi(x)$, b. $f(x) = \varphi(x) + c$, c. $(\int f(x) dx)' = (\int \varphi(x) dx)'$, d. $\int f'(x) dx = \int \varphi'(x) dx$

8(多,2) $\int \frac{2 + \ln x}{x} dx = ()$

a. $2 \ln x + \frac{1}{2} \ln^2 x + c$, b. $\frac{1}{2} (2 + \ln x)^2 + c$, c. $(2 + \ln x)^2 + c$, d. $2x + \frac{1}{2} \ln^2 x + c$

19(双,4) 设 $f(x) = x + \sqrt{x} (x > 0)$, 则 $\int f'(x) dx = ()$, $\int f(x^2) dx = ()$

a. $x + \sqrt{x} + c$, b. $x^2 + x + c$, c. $x + \frac{1}{2} \ln x + c$, d. $\frac{1}{3} x^3 + \frac{1}{2} x^2 + c$

20(计,4) 求 $\int x \cos x dx$

第六章 定积分(共3题,计9分)

21(计,3) 设 $f(x) = \int_0^{\sqrt{x}} \sin t^2 dt$, 求 $f'(x)$

22(计,3) 求 $\int_0^4 \frac{1}{1 + \sqrt{x}} dx$

23(计,3) 求 $\int_0^{+\infty} \frac{x}{(1+x^2)^2} dx$

1992年(共24题,计77分)

第一章 函数(共1题,计2分)

1(单,2) $y = \frac{x-1}{x+1}$ 的反函数是()

a. $y = \frac{x-1}{x+1}$, b. $y = \frac{1-x}{1+x}$, c. $y = \frac{x+1}{x-1}$, d. $y = \frac{1+x}{1-x}$

第二章 极限与连续(共4题,计10分)

2(单,2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$ 为()

a. 0, b. $+\infty$, c. $-\infty$, d. 不存在

3(多,2) 若 $x \rightarrow a$ 时, $f(x)$ 是(), 则 $\lim_{x \rightarrow a} (x-a)f(x) = 0$
a. 任意函数, b. 有界函数, c. 无穷大量, d. 无穷小量

4(计,4) 求 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{1+x}\right)^x$

5(单,2) 设 $f(x) = \begin{cases} x+2 & x \leq 0 \\ x^2+a & 0 < x < 1 \\ bx & 1 \leq x \end{cases}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续, 则 a, b 分别为()
a. 0, 0, b. 2, 3, c. 3, 2, d. 1, 1

第三章 导数与微分(共5题, 计14分)

6(单,2) 设 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处可导且 $f'(x_0) = ()$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - 2x) - f(x_0)}{x} = \frac{1}{4}$
a. 4, b. -4, c. -2, d. 2

7(多,2) $y = ()$ 在 $x = 0$ 处可导.
a. $\sqrt[3]{x}$, b. e^{-x} , c. $|x|$, d. $e^{\sqrt{x^2}} \ln(1+x)$

8(多,2) $y = ()$ 的导数是 $-\frac{1}{x}$
a. $\ln(-x)$, b. $\ln \frac{3}{x}$, c. $\ln \frac{1}{x^2}$, d. $10 - \ln x$

9(计,4) 设 $y = \frac{1}{4} \ln \frac{1+x}{1-x} - \frac{1}{2} \arctg x$, 求 y'

10(计,4) 设 $y^3 - 3y + 2ux = 0$, 求 dy

第四章 中值定理, 导数的应用(共6题, 计21分)

11(单,2) $f(x) = \frac{1+x}{x}$ 在 $[1, 2]$ 上符合拉格朗日定理结论中的 $\xi = ()$
a. $\sqrt{2}$, b. $-\sqrt{2}$, c. $\frac{1}{\sqrt{2}}$, d. $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

12(计,4) 求 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x}$

13 (同90年第14题)

14(多,2) 曲线 $y = \frac{4(x-1)}{x^2} - 2()$

a. 有水平渐近线, b. 有拐点, c. 在 $(-\infty, 0)$ 内下凹, d. 在 $(2, +\infty)$ 内单调下降

15(计,6) 讨论函数 $y = x - \ln(x+1)$ 的增减性, 极值, 其图形的凹向, 拐点, 水平与垂直渐近线, 并作图。

16(计,5) 欲围一个面积为150平方米的矩形场地, 所用材料的造价, 正面是每平方米6元, 其余三面是每平方米3元, 问场地的长, 宽各为多少米时, 才能使用材料最少?

第五章 不定积分(共2题, 计7分)

17(单,2) $\int e^{-\frac{x}{2}} de^{-x} = ()$

a. $2(e^{-\frac{x}{2}})^2 + c$, b. $\frac{2}{3}e^{-\frac{3}{2}x} + c$, c. $\frac{3}{2}e^{-\frac{3}{2}x} + c$, d. $-\frac{3}{2}e^{-\frac{3}{2}x} + c$

18(计,5) 求 $\int \frac{1+x+\arctg x}{1+x^2} dx$

第六章 定积分(共6题, 计23分)

19(单,2) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$ 在 $[1, 8]$ 上的平均值是()

a. $\frac{5}{7}$, b. $\frac{2}{7}$, c. $\frac{9}{14}$, d. $\frac{9}{2}$