初中数学应试精要

史树德　等编著

陕西人民教育出版社

初中各科中考应试精要系列丛书

初中数学应试精要

史树德　等编著

陕西人民教育出版社

本书编写人员：周廷贤　郑　廉　赵世杰
罗怀祖　陈　礼　李　林　陈士礼

·初中各科中考应试精要系列丛书·
初中数学应试精要
史树德　等编著
·
陕西人民教育出版社出版
陕西省印刷厂印刷
新华书店首都发行所发行
·
787×1092毫米　1/32　6.25印张　134千字
1990年2月第1版　1990年2月西安第1次印刷
ISBN 7—5419—1701—X/G·1471
定　价：2.70 元

出 版 者 的 话

一年一度的中、高考，牵动着城乡几千万初、高中毕业生和教师及学生家长的心。怎样帮助学生树立正确的复习态度，培养健康的应试心理，掌握科学的复习方法，提高学习质量，考出理想成绩，是全社会共同关心的问题。对于因教学条件和信息传播条件限制、教育水平相对较低的广大农村，尤其显得重要。许多农村师生纷纷来信，要求我们编辑出版有助于提高学生掌握运用知识能力的书籍，使我们产生了一种义不容辞的责任感。

一批经验丰富的教育工作者（其中有不少曾参加过中、高考试题出题工作和判卷工作）愉快地担负了编写这套丛书的任务。他们根据近几年我国中学教学内容和中、高考试题变化较大，试题覆盖面广，知识点密度增加的情况，严格按照教学大纲要求的最新精神，按知识结构的先后顺序，用较少的篇幅、灵活的形式、洗练的语言、构思新颖的范例，将必须掌握的知识精华和最新信息提供给读者，使读者既能掌握知识精要，又能提高知识的应用能力。克服了一般复习参考书面宽量大，题海战术的缺点，注意启发培养学生的思考能力。书中虽然也不可避免地采用出题的形式，但目的不在让学生做题，而是让学生想题。想一想为什么要出这样的题，这样的题有什么特点，它可以连接哪些知识点，应该怎样回答，举一反三，融会贯通。

编辑出版这套丛书的目的在于提高广大学生的应考能力，既能减轻学生负担，又使学生有效地掌握必须掌握的知

识；摒弃那种在资料堆里盲目游弋、死记硬背和猜题押宝等不科学的复习方法，使学生把学到的知识由散点变为网状，实现知识向能力的转化。

如果这套丛书，能够对广大师生有所帮助的话，几十位不顾盛夏酷暑、日夜辛劳的教师、编辑和印刷工人也就足以感到自慰了。

目　录

代 数 部 分

第一单元　实数与代数式

一、实　　数

（一）知识精要

1. 掌握实数的定义，正确理解数轴、相反数、倒数、绝对值等概念。

初中用字母表示数是一个飞跃，字母a可以代表正数、零或负数、也可以表示一个代数式。

实数与数轴上的点之间可以建立一一对应关系，可以利用图形直观地加深对相反数、无理数、绝对值、比较实数大小的理解。

对无理数要抓住"无限"和"不循环"这两个特征，缺一不可。

2. 实数中几种非负形式。

当a为实数时，有$a^2\geqslant 0$，$|a|\geqslant 0$，$\sqrt{a^2}=|a|\geqslant 0$；当$a$为非负实数时，$\sqrt{a}\geqslant 0$。

3. 掌握实数运算的法则、算律及顺序，注意运算的正确、简捷，能熟练地进行实数的混合运算。

（二）例题选萃

例1 比较下列实数的大小：

$$-\frac{1}{2},\ 1\frac{1}{4},\pi,\lg 1,(-\sqrt{2})^2,-|6\cos 120^\circ|.$$

略解：$-|6\cos120°|<-\frac{1}{2}<\lg1<1\frac{1}{4}<(-\sqrt{2})^2<\pi$。

例2 在数轴上表示a,b两数的点的位置如图1—1所示，求$|a+b|$、$|a-b|$、$|b|-a+b$。

图1—1

解：由图可知$a>0$，$b<0$且$|b|>|a|$，则有

$a+b<0$，$a-b>0$ $|b|=-b$。

$\therefore$ $|a+b|=-(a+b)$，$|a-b|=a-b$，$|b|-a+b=-a$。

例3 下列各数，哪些是无理数？

$\frac{1}{6}$，$\sqrt{2}$，3.14，$0.1\dot{3}$，$\cos30°$，$\log_2\frac{1}{2}$，π，$\sqrt[3]{343}$，$0.151151115\cdots$。

解：因为无理数是无限不循环小数，故只有$\sqrt{2}$，$\cos30°$，π，$0.151151115\cdots$是无理数。

例4 已知：$\frac{(a-3b)^2+|a^2-4|}{\sqrt{a+2}}=0$，求实数$a$、$b$。

解：$\because (a-3b)^2\geqslant0$，$|a^2-4|\geqslant0$，由原式得

$(a-3b)^2=0$，$|a^2-4|=0$，但$a+2\neq0$，

$\therefore$ $a=2$，$b=\frac{2}{3}$。

（三）基础训练

1.判断正误

（1）如果a表示实数，则$-a^2$表示负数。　　（　　）

（2）一个正数的倒数不大于这个数.　　（　　）

（3）两个无理数之和仍是无理数.　　（　　）

（4）两个互为相反数的数，它们的绝对值相等.（　　）

（5）a为实数，则$a+|a|>0$。　　（　　）

（6）被开方数越大，它的平方根也越大。　　（　　）

2.填空

（1）绝对值最小的整数是______；最大的负整数是______；最小的正整数是______。

（2）下列各数：$-\pi$，$0.1\dot{2}$，$1-\sqrt{2}$，$\lg 0.1$，3.14，$\sin 60°$，$\cos 90°$，$\operatorname{ctg} 45°$，-2^4，$(-2)^{-2}$，$36^{\frac{1}{2}}$，$-\sqrt[3]{-8}$中，属于无理数的是______，属于负实数的是______，属于非负数的是______。

（3）$5-2\sqrt{7}$的相反数是______，倒数是______，绝对值是______。

（4）一个数与它的相反数相等，这个数一定是______；一个数与它的倒数相等，这个数是______；一个数与它的绝对值相等，这个数是______。

（5）若$\sqrt{(1-2x)^2}=2x-1$，则x的取值范围是______。

（6）取$\sqrt{3}=1.732$，$\sqrt{30}=5.48$，则$\sqrt{4800}=$____，$\sqrt{1.2}=$______。

3.以下各题给出代号为A、B、C、D的四个答案，其中有且只有一个是正确的，把正确答案的代号填在括号内。（本书以后简称选择）

(1)下列说法中正确的是(　　)

(A) $|-a|$是非负数。　(B) $|-a|$是正数。

(C) $-|a|$是负数。　(D) $|a|$等于a。

(2)下列式子一定成立的是　(　　)

(A) $a^2>0$。　(B) $a^2>a$。

(C) $a>\frac{1}{a}$。　(D) $a^2+1>0$。

(3)一个数是它倒数的4倍，这个数是　(　　)

(A) $\frac{1}{4}$。(B) 4。(C) ±2。(D) ±4。

(4)若a、b是实数，则下列四个命题中正确的是(　　)

(A)若$a\neq b$，则$a^2\neq b^2$。

(B)若$a>|b|$，则$a^2>b^2$。

(C)若$|a|>|b|$，则$a>b$。

(D)若$a^2>b^2$，则$a>b$。

(5) a、b为实数，在$(a+1)^2+(b-\frac{1}{2})^2$，$a^2-7a+13$，$(a+1)^2+|2b-3|$中，恒为正的有　(　　)

(A) 1个。(B) 2个。(C) 3个。(D) 0个。

4.计算

(1) $-12(-15+2^4)^3-2^5\div(-4)\times(\frac{1}{2})^2$;

(2) $-2^2+(-2)^2-(-6\frac{1}{2})\times\frac{4}{13}\div|(-4)\div2|$。

5.化简

(1)若$a<0$，求$\sqrt{(-a)^2}-\sqrt{(a-1)^2}$的值。

(2) a、b、c为实数，在数轴上对应的点的位置如图

1—2所示，求 $|a|-|-b|+|c|$ 及 $|a-c|+|a-b|$。

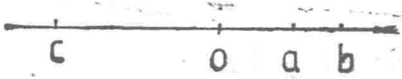

图1—2

6．已知：x、y为实数，且 $|x+3|$ 和 $(2y-3)^2$ 互为相反数，求$x+y$的值。

二、整　　式

（一）知识精要

1．代数式分类：

- 代数式
  - 有理式
    - 整式
      - 单项式
      - 多项式
    - 分式
  - 无理式

2．求代数式值时，一般是先化简，再将字母取值代入求值，并注意符号。

3．正确理解同类项的概念，熟练运用幂的运算法则及添、去括号法则。

4．要熟记五个乘法公式的特点及推导过程。

（二）例题选萃

例1　用代数式表示：

（1）a、b两数的差的平方与a、b两数的平方差的积；

（2）x的绝对值的相反数与y的和的倒数；

（3）a的相反数的平方与b的倒数的绝对值的和。

解：所求代数式分别为

(1) $(a-b)^2(a^2-b^2)$；　(2) $\frac{1}{-|x|+y}$；

(3) $(-a)^2+\left|\frac{1}{b}\right|$。

例2 指出下列代数式中的同类项

(1) $-a^2b$；(2) $\sqrt{3}\,ax^2$；　(3) $\frac{1}{4}abx^2$；

(4) $\frac{ba^2}{3}$；　(5) $\frac{\sqrt{2}a}{2}x^2$；(6) -2；(7) $\frac{1}{2}a^2b$；

(8) $\lg 10$。

解：(1)、(4)与(7)；(2)与(5)；(6)与(8)各式为同类项。(3)式没有同类项。

例3 判断正误

(1) $[(x^2)^m]^p=x^{2mp}$；(2) $(a^4)^3=a^7$；

(3) $(x+y)^3[(x+y)^m]^p=(x+y)^{3+m+p}$；

(4) $(x+y)^3[(x+y)^m]^p=(x+y)^{3+mp}$。

解：根据幂的乘方运算性质可知：

(1) √；(2) ×；(3) ×；(4) √。

例4 计算

(1) $(-3a^2b)^3\cdot 2bc^3\div 3a^2b^2c\div 3a^2b^2c$；

(2) $\left(-\frac{2}{3}a^3b^2c^{m+1}\right)^2\times\frac{9}{8}ab^2c^n\div 0.2a^3b^5c^{3n}$。

答案：(1) $-6a^2c$；(2) $\frac{5}{2}a^4bc^2$。

例5 利用乘法公式计算

(1) $(5m-4n+3)(5m+4n-3)$;

(2) $(4x^2+\frac{1}{2})(16x^2-2x^2+\frac{1}{4})$;

(3) $(\frac{2}{3}x^{m-2}-0.6x_2{}^{2m-1})^2$;

(4) $(a+1)(a-1)(a^2+a+1)(a^2-a+1)$;

(5) $(a+b)^2(c+d)^2-2(a^2-b^2)(c^2-d^2)+(a-b)^2(c-d)^2$.

解：(1) 原式 $=[5m-(4n-3)][5m+(4n-3)]$

$$=25m^2-(4n-3)^2$$

$$=25m^2-16n^2+24n-9;$$

(2) 原式 $=64x^6+\frac{1}{8}$;

(3) 原式 $=\frac{4}{9}x^{2m-4}-\frac{4}{5}x^{3m-3}+0.36x^{4m-2}$;

(4) 原式 $=(a^3+1)(a^3-1)=a^6-1$;

(5) 原式 $=[(a+b)(c+d)]^2+2(a^2-b^2)(c^2-d^2)+[(a-b)(c-d)]^2$

$$=[(a+b)(c+d)+(a-b)(c-d)]^2$$

$$=4(ac+bd)^2$$

$$=4a^2c^2+8abcd+4b^2d^2.$$

例6 若多项式$3x^2-5x+a$能被$3x+1$整除，求a。

分析：利用"被除式＝除式×商式＋余式"这一关系，求得余式后令其为零，即可求得$a=-2$。 $x(3x+1)$ $-2x$

例7 已知多项式$A=x^4-3x^3+4x^2-3x+1$除以多项式$B=x^2+2$，可得商式$C=x^2-3x+2$，求余式R。 $-2(3x+$

提示：由$A=BC+R$，得$R=A-BC=3x-3$。

（三）基础训练

1.填空

（1）$(-\frac{1}{2}ab^2)^3\cdot 6a^2=$______；

（2）$-3a^4b^4\div(-3a^2b)^2=$______；

（3）$(-a+b+c)(a+b-c)=[b+(\quad)][b-(\quad)]$；

（4）$x^{n+1}\cdot x^{n-1}-(x^n)^2=$______；

（5）$(\qquad)\div(6-x)=x^2-1$；

（6）$(-x-y)(\qquad)=x^2-y^2$；

（7）$(x-\frac{1}{2}y)(\qquad)=x^3-\frac{1}{8}y^3$；

（8）某种布原价每尺m元，降价后每尺n元，现价是原价的______%；降价百分数为______%；

（9）开挖一条水渠，甲队单独挖a天完成，甲队挖了三天后，余下的任务由其他队完成，用代数式表示余下的任务是______；

（10）$[3(a-b)^3-2(b-a)^2-a+b]\div(a-b)=$______；

$(x+3)(x^2-3x+6)=$______。

2.选择

（1）把a公斤盐溶解在b公斤水中，那么在m公斤这种盐水中含盐（　　）公斤

(A) $\frac{am}{b}$。 (B) $\frac{bm}{a+b}$。 (C) $\frac{am}{a+b}$。 (D) $\frac{a+m}{a+b}$。

（2）下列各式计算正确的是（　　）

（A）$2m^3n^2\div 2m^2\cdot\frac{1}{2}n^2=2m$。

(B) $9x^7y^5\cdot x^2y^2\div\frac{1}{9}x^2y^2=x^7y^8$。

(C) $x^2y^2\div x^3y^3\cdot 2x^2y^3=xy$。

(D) $6(2m^3n^2+5m^2n^4)\div 3m^2n^2=4m+10n^2$。

3.计算

(1) $(a^2+2b)^2-(a^2-2b)^2$；

(2) $(2x^2-3x+5)(2x^2+3x-5)$；

(3) $(1+x^3)\div(x+1)-(1-x^3)\div(1-x)$；

(4) $(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2+(a+b+c)^2$；

(5) $(x-\frac{1}{4})(2x+\frac{1}{2})(2x^2+\frac{1}{8})$。

4.计算

$(2y^4+y^2+3-y^3)\div(3-2y+y^2)$。

5.求代数式的值

(1) $-2a-[3a-(-7a+\frac{1}{2})-2]$，其中$a=\frac{1}{12}$；

(2) $\{ab-[3a^2b-(4ab^2+\frac{1}{2}ab)]-4ab^2\}+3a^2b$，

其中$a=0.5$，$b=-\frac{1}{3}$。

三、因式分解

(一)知识精要

1.理解分解因式的意义，并在规定范围内，分解到不可再分解为止。

2.分解因式的基本方法和步骤：

(1)提取公因式法；(2)选用公式法；(3)十字相乘或

求根公式法；（4）分组分解及配方法；（5）检查分解是否彻底。

（二）例题选萃

例1. 把下列各式分解因式

（1）a^5-16ab^4；　　（2）$8a^3-27$；

（3）$(a^2+b^2)^2-4a^2b^2$。

解：（1）原式$=a(a^4-16b^4)$

$=a(a^2+4b^2)(a+2b)(a-2b)$；

（2）原式$=(2a)^3-3^3$

$=(2a-3)(4a^2-6a+9)$；

（3）原式$=(a^2+b^2)^2-(2ab)^2$

$=(a^2+b^2\times 2ab)(a^2+b^2-2ab)$

$=(a+b)^2(a-b)^2$。

例2. 把下列各式分解因式

（1）$2x^2+xy-10y^2$；　　（2）x^2-y^2-2x+1；

（3）x^4-13x^2+36；　　（4）$(x^2+x)(x^2+x-3)+2$。

解：（1）原式$=(x-2y)(2x+5y)$；

（2）原式$=(x^2-2x+1)-y^2$

$=(x-1)^2-y^2$

$=(x+y-1)(x-y-1)$；

（3）原式$=(x^2-4)(x^2-9)$

$=(x+2)(x-2)(x+3)(x-3)$；

（4）原式$=(x^2+x)^2-3(x^2+x)+2$

$=(x^2+x-2)(x^2+x-1)$

$=(x+2)(x-1)(x^2+x-1)$。

例3. 把下列各式分解因式

（1）$x^3+x^2y-xy^2-y^3$；

（2）$a^2(a-x)+b^2(x-a)-(a^2-b^2)$。

解（1）原式$=(x^3-xy^2)+(x^2y-y^3)$

$=x(x^2-y^2)+y(x^2-y^2)$

$=(x^2-y^2)(x+y)=(x-y)(x+y)^2$；

（2）原式$=(a-x)(a^2-b^2)-(a^2-b^2)$

$=(a+b)(a-b)(a-x-1)$。

例4. 在实数范围内分解因式

（1）$4x^4-\frac{1}{9}y^4$；　　　（2）$4x^2-8x-1$。

解：（1）原式$=(2x^2+\frac{1}{3}y^2)(2x^2-\frac{1}{3}y^2)$

$=(2x^2+\frac{1}{3}y^2)(\sqrt{2}x+\frac{\sqrt{3}}{3}y)(\sqrt{2}x-\frac{\sqrt{3}}{3}y)$；

（2）先求出方程$4x^2+8x-1=0$的两个根：

$x_1=-1+\frac{\sqrt{5}}{2}$，　　　$x_2=-1-\frac{\sqrt{5}}{2}$

$\therefore 4x^2+8x-1=4(x+1-\frac{\sqrt{5}}{2})(x+1+\frac{\sqrt{5}}{2})$

$=(2x+2-\sqrt{5})(2x+2+\sqrt{5})$。

注：这里应用了$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$，右边不要忘写$a$。

（三）基础训练

1. 下列各式中，正确的分解因式过程是（　　）