九章丛书

高校经典教材同步辅导丛书

配套人大修订版 · 袁荫棠编

教你用更多的自信面对未来！

一书两用

同步辅导+考研复习

经济应用数学基础（三）（人大 · 修订版）

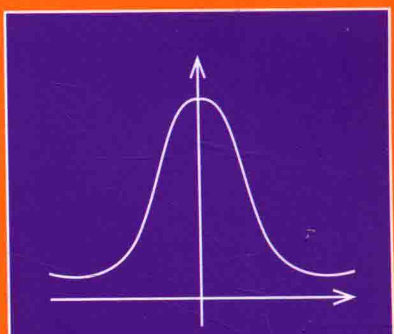
概率论与数理统计同步辅导及习题全解

主 编 赵洪岩 边文思

新版

习题超全解

名师一线经验**大汇集**，解题步骤**超详细**，方法技巧**最实用**



中国水利水电出版社

www.waterpub.com.cn

高校经典教材同步辅导丛书

经济应用数学基础（三）概率论与数理统计（人大·修订版）同步辅导及习题全解

主 编 赵洪岩 边文思

中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

内 容 提 要

本书是与中国人民大学出版社出版的、袁荫棠主编的《经济应用数学基础（三）概率论与数理统计》一书配套的同步辅导及习题全解辅导书。

本书共有11章，分别介绍随机事件及其概率、随机变量及其分布、随机变量的数字特征、几种重要的分布、大数定律与中心极限定理、马尔可夫链、样本分布、参数估计、假设检验、方差分布、回归分析。本书按教材内容安排全书结构，各章均包括本章知识梳理总结、基本要求、重点知识点总结、考点分析、典型题型解析及解题要点提示、全真考题精选、课后习题全解七部分内容。全书按教材内容，针对各章节习题给出详细解答，思路清晰，逻辑性强，循序渐进地帮助读者分析并解决问题，内容详尽，简明易懂。

本书可作为高等院校学生学习《经济应用数学基础（三）概率论与数理统计》课程的辅导教材，也可作为考研人员复习备考的辅导教材，同时可供教师备课命题作为参考资料。

图书在版编目（CIP）数据

经济应用数学基础（三）概率论与数理统计（人大·修订版）同步辅导及习题全解 / 赵洪岩，边文思主编. -- 北京 : 中国水利水电出版社，2016.2
（高校经典教材同步辅导丛书）
ISBN 978-7-5170-4115-3

Ⅰ. ①经… Ⅱ. ①赵… ②边… Ⅲ. ①经济数学－高等学校－教学参考资料 Ⅳ. ①F224.0

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第030598号

策划编辑：杨庆川　　责任编辑：宋俊娥　　封面设计：李　佳

书　名	高校经典教材同步辅导丛书 经济应用数学基础（三）概率论与数理统计（人大·修订版）同步辅导及习题全解
作　者	主　编　赵洪岩　边文思
出版发行	中国水利水电出版社 （北京市海淀区玉渊潭南路1号D座　100038） 网址：www.waterpub.com.cn E-mail：mchannel@263.net（万水） sales@waterpub.com.cn 电话：（010）68367658（发行部）、82562819（万水）
经　售	北京科水图书销售中心（零售） 电话：（010）88383994、63202643、68545874 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排　版	北京万水电子信息有限公司
印　刷	北京正合鼎业印刷技术有限公司
规　格	148mm×210mm　32开本　9.375印张　244千字
版　次	2016年2月第1版　2016年2月第1次印刷
印　数	0001—5000册
定　价	15.80元

前　言

袁荫棠主编的《经济应用数学基础(三)概率论与数理统计》以体系完整、结构严谨、层次清晰、深入浅出的特点成为这门课程的经典教材，被全国许多院校采用。为了帮助读者更好地学习这门课程，掌握更多的知识，我们根据多年的教学经验编写了这本与此教材配套的《经济应用数学基础(三)概率论与数理统计(人大·修订版)同步辅导及习题全解》。本书旨在使广大读者理解基本概念，掌握基本知识，学会基本解题方法与解题技巧，进而提高应试能力。

本书作为一种辅助性的教材，具有较强的针对性、启发性、指导性和补充性。考虑《经济应用数学基础(三)概率论与数理统计》这门课程的特点，我们在内容上作了以下安排：

1. 全章知识梳理总结。每章的知识网络图系统全面地涵盖了本章的知识点，使学生能一目了然地浏览本章内容的框架结构。

2. 基本要求。根据教学大纲要求，总结学习的重点以及需要掌握的知识点。

3. 重点知识点总结。对每章知识点做了简练概括，梳理了各知识点之间的脉络联系，突出各章主要定理及重要公式，使读者在各章学习过程中目标明确，有的放矢。

4. 考点分析。每章前面均对本章的知识要点进行了整理。综合众多参考资料，归纳了本章几乎所有的考点，便于读者学习与复习。

5. 典型题型解析及解题要点提示。该部分选取了一些有启发性或综合性较强的经典例题，对所给例题先进行分析，再给出详细解答，并在最后作出点评，意在抛砖引玉。

6. 全真考题精选。精选历年研究生入学考试中具有代表性的试题进行了详细的解答，以开拓广大同学的解题思路，使其能更好地掌握该课程的基本内容和解题方法。

7. 课后习题全解。教材中课后习题丰富、层次多样，许多基础性问题从多个角度帮助学生理解基本概念和基本理论，促其掌握基本解题方法。我们对教材的课后习题给了详细的解答。

由于时间较仓促，编者水平有限，难免书中有疏漏之处，敬请各位同行和读者给予批评、指正。

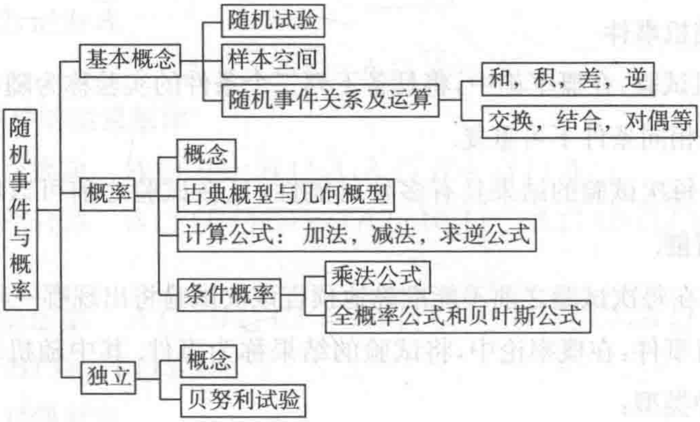
编者

2015 年 11 月

目录

第一章　随机事件及其概率

全章知识梳理总结



基本要求

1. 熟悉随机事件、频率的概念以及概率的定义.

2. 掌握随机事件的各运算法则，包括交换律、结合律、分配律及吸收律等.

3. 理解样本空间和样本点的概念.

4. 掌握概率的古典定义，学会计算古典型概率问题.

5. 理解并掌握概率的基本性质.

6. 掌握概率的加法公式、乘法公式、全概率公式及贝叶斯公式.

7. 能利用乘法公式和事件的独立性计算有关积事件的概率.

8. 能利用全概率公式和贝叶斯公式计算概率.

9. 理解独立重复试验的概念以及 n 重贝努利试验的含义.

10. 了解二项概率公式及其运用.

第一节 随机事件

重点知识点总结

1. 随机事件

随机试验:在概率论中,将具备下列三个条件的实验称为随机试验.

(1) 相同条件下可重复.

(2) 每次试验的结果具有多种可能性,且在试验之前可以明确试验的所有可能.

(3) 在每次试验之前不能准确地预言该次试验将出现哪一种结果.

随机事件:在概率论中,将试验的结果称为事件.其中随机事件具有以下三种类型:

(1) 基本事件:不能分解为其他事件组合的最简单的随机事件.

(2) 必然事件:每次试验中一定发生的事件.

(3) 不可能事件:每次试验中一定不发生的事件.

2. 事件间的关系

设 Ω 为试验 E 的样本空间,A,B,C 为 Ω 的子集,则存在以下关系:

(1) 包含　若 A 的每个样本点都属于 B,则 A 发生导致 B 发生,称事件 B 包含事件 A,或事件 A 被事件 B 包含,记为 $A \subset B$.

(2) 等价　若 $A \supset B$ 与 $B \subset A$ 同时成立,则称 A 与 B 等价,记为 $A = B$.

(3) 互斥(互不相容)　若事件 A 与事件 B 不能同时发生,则称事件 A 与 B 互不相容,记 $A \cap B = \varnothing$.

3. 事件的运算

由于事件是集合,因此事件的运算与集合的运算是一致的.通常运算如下:

(1) 并(和)　至少属于 A 或 B 中一个的所有样本点的集合. 记为 $A+B$ 或 $A\cup B$.

(2) 交(积)　同时属于 A 和 B 的所有样本点的集合称为 A 与 B 的交(或积). 记为 $A\cap B$. 在一次试验中, AB 表示 A, B 都发生.

(3) 差　事件 A 发生而事件 B 不发生, 称为 A 与 B 的差. 记为 $A-B$.

(4) 逆(对立)　样本空间 Ω 中所有不包含在 A 中的样本点的集合称为 A 的逆, 记为 $\overline{A}$.

$$A+\overline{A}=\Omega \quad A\cap\overline{A}=\varnothing$$

4. 事件的运算规律

(1) 交换律　$A\cup B=B\cup A$, $A\cap B=B\cap A$

(2) 结合律　$A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C$, $A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$

(3) 分配率　$A\cap(B\cup C)=(A\cap C)\cup(B\cap C)$, $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$

(4) 对偶原理

$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$, $\overline{AB}=\overline{A}\cup\overline{B}$; $A+A=A$, $A+\Omega=\Omega$; $A\Omega=A$, $A\varnothing=\varnothing$.

典型题型解析及解题要点提示

题型一　事件的表示方法及其运算

例 1.1.1　用步枪射击目标 5 次. 设 A_i 为"第 i 次击中目标"($i=1,2,3,4,5$), B 为"5 次中击中次数大于 2". 用文字描述下列事件:

(1) $A=\sum_{i=1}^{5}A_i$　　(2) $\overline{A}$　　(3) $\overline{B}$

【解题过程】　(1) 事件 $A=\sum_{i=1}^{5}A_i$ 表示 5 次射击至少有一次击中目标.

(2) 事件 $\overline{A}$ 表示 5 次射击全部没有命中.

(3) 事件 $\overline{B}$ 表示5次射击击中次数小于2.

例 1.1.2　连续进行3次独立射击,设 A_i"第 i 次射击命中",$i=1,2,3$;B_j"恰好命中 j 次",$j=0,1,2,3$;C_k"至少命中 k 次",$k=0,1,2,3$.

(1) 试用 A_i 表示 B_j 和 C_k;$i=1,2,3$;$j,k=0,1,2,3$.

(2) 试用 B_j 表示 C_k;$j,k=0,1,2,3$.

【解题过程】 (1)$B_0=\overline{A}_1\overline{A}_2\overline{A}_3$　$B_1=A_1\overline{A}_2\overline{A}_3+\overline{A}_1\overline{A}_2A_3+\overline{A}_1A_2\overline{A}_3$;

$B_2=A_1A_2\overline{A}_3+A_1\overline{A}_2A_3+\overline{A}_1A_2A_3$;$B_3=A_1A_2A_3$;

$C_0=\overline{A}_1\overline{A}_2\overline{A}_3+A_1+A_2+A_3$;$C_1=A_1+A_2+A_3$;

$C_2=A_1A_2+A_1A_3+A_2A_3$;$C_3=A_1A_2A_3$.

(2)$C_0=B_0+B_1+B_2+B_3$;$C_1=B_1+B_2+B_3$;$C_2=B_2+B_3$;$C_3=B_3$

温馨提示　任意事件的和可以化作不相容事件的和,这在计算概率时是经常用到的.一般方法如下:

设 A,B,C 为任意事件,则

$A+B=A+(B-A)=A+B\overline{A}$

$A+B+C=A+(B-A)+(C-B-A)=A+B\overline{A}+C\overline{AB}$.

例 1.1.3　设 A,B 为任意两个事件,则

$(\overline{A}+B)(A+B)(\overline{A}+\overline{B})(A+\overline{B})=$ ______.

【解题过程】 $\because A$ 与 $\overline{A}$ 互逆,B 与 $\overline{B}$ 互逆,所以

$(\overline{A}+B)(A+B)=A\overline{A}+\overline{A}B+BA+BB=\varnothing+B+B=B$,

$(\overline{A}+\overline{B})(A+\overline{B})=A\overline{A}+\overline{A}\overline{B}+\overline{B}A+\overline{B}\overline{B}=\varnothing+\overline{B}+\overline{B}=\overline{B}$,

集合的运算要熟练

$\therefore(\overline{A}+B)(A+B)(\overline{A}+\overline{B})(A+\overline{B})=B\overline{B}=\varnothing$

温馨提示　考查互逆的性质.

例 1.1.4　对于任意两个随机事件 A 和 B,其对立的充要条件为

(A)A 与 B 至少必有一个发生.

(B)A 与 B 至少有一个发生,且 A 与 B 至少必有一个不发生.

(C)A 与 B 至少必有一个发生,且 A 与 B 至少必有一个不发生.

(D)A 与 B 至少必有一个不发生.

【解题过程】 A 与 B 对立 $\Leftrightarrow A\cup B=\Omega$ 且 $AB=\phi$,由对偶率有 $\overline{A}\cup\overline{B}=\Omega$ 且 $\overline{AB}=\phi$. 由此判断选 C.

例 1.1.5　证明下列等式

(1)$A\cup B=A\cup B\overline{A}$　　　　(2)$B-A=\overline{AB}-\overline{A}B$

【解题过程】 (1)$A\cup B=(A\cup B)\cap\Omega=(A\cup B)\cap(A\cup\overline{A})=A\cup AB\cup B\overline{A}=A\cup AB\cup B\overline{A}$

(2) $\overline{AB}-\overline{A}B=\overline{AB}\cap\overline{A}B=(\overline{A}\cup\overline{B})\cap(\overline{A}B)=\overline{A}B$

温馨提示　充分运用运算性质和运算法则.

例 1.1.6　设有随机事件 A,B,C,满足 $C\supset AB,\overline{C}\supset\overline{AB}$,证明 $AC=C\overline{B}\cup AB$.

【证明】 $\because \overline{C}\supset\overline{AB},C\supset AB$

$\therefore C\overline{B}\subset(A\cup B)\overline{B}=A\overline{B},CA\overline{B}=A\overline{B},ACB-C\cap AB=AB$

故 $AC=AC(B\cup\overline{B})=AC\overline{B}\cup ACB=C\overline{B}\cup AB$

由文氏图图 1-1 可知,AC 为全部画有斜线的部分,$C\overline{B}$ 为画有左斜线的部分,AB 为画有右斜线的部分. 所以结论成立.

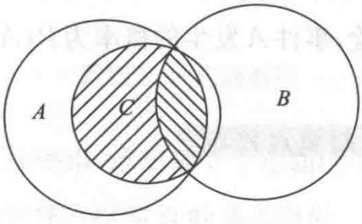


图 1-1

温馨提示　当运算复杂,可以结合文氏图分析,事半功倍.

考点分析

本节主要是给出了一些集合的基本概念,这一节的主要作用是为后续内容打好基础.包括集合的表示方法、集合的运算律等,需要大家熟练掌握.

第二节　概率

重点知识点总结

1. 概率的统计定义

在相同条件下,进行重复随机试验,如果随着试验次数的增多,事件 A 出现的频率稳定于某一常数 p,则称这个常数 p 为事件 A 的概率.记作 $P(A)=p$.

2. 古典概型试验

概率论中,将具有以下两个特点的试验称为古典概型试验.

(1) 每次试验只有有限种可能的试验结果;

(2) 每次试验中,各基本事件出现的可能性完全相同.

对于古典概型试验,事件 A 发生的概率为 $P(A)=\dfrac{A\text{ 中基本事件数}}{\Omega\text{ 中基本事件数}}$.

典型题型解析及解题要点提示

题型一　有关概率基本性质的命题

例 1.2.1　已知 $P(A\cup B)=0.6, P(B)=0.3$, 则 $P(A\overline{B})=$______.

【解题过程】 $\because A\overline{B}=A-B$

对立事件的计算常用变形

$\therefore P(A\overline{B})=P(A-B)=P(A)-P(AB)$

又 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$

$\therefore P(A)-P(AB)=P(A\cup B)-P(B)=0.6-0.3=0.3$

即 $P(A\overline{B})=0.3$.

温馨提示　利用概率的性质、事件间的关系和运算律进行求解.

例 1.2.2　事件 A,B,C 满足 $P(AB)=P(BC)=P(CA)=\frac{1}{4}$, $P(ABC)=\frac{1}{16}$,求 A,B,C 中不多于 1 个发生的概率.

【解题过程】 A,B,C 中不多于 1 个发生的对立事件即为 A,B,C 中至少有两个发生,故所求概率可表示为

$$
\begin{aligned}
P(\overline{AB+BC+CA}) &= 1-P(AB+BC+CA)\\
&= 1-[P(AB)+P(BC)+P(CA)\\
&\quad -P(ABC)-P(ABC)-P(ABC)+P(ABC)]\\
&= 1-\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{8}\right)=\frac{3}{8}.
\end{aligned}
$$

温馨提示　当题目中出现“至多”“至少”时,采用求逆的方式会使问题简化.

题型二　古典概型

例 1.2.3　掷三枚硬币,求出现 3 个正面的概率.

【解题过程】　确定样本空间 Ω 的基本事件

$\Omega=\{HHH,THT,HTT,TTH,HHT,HTH,THH,TTT\}$,三次正面事件为 $\{HHH\}$

穷举法的运用

$\therefore P=\frac{1}{8}$

例 1.2.4 袋中有 50 个球,其中 20 个是黄球,30 个是白球,今有两个人依次随机地从袋中各取一球,取后不放回,则第 2 个人取到黄球的概率.

【解题过程】 设 A_i 表示第 $i(i=1,2)$ 人取出球,则

$$P(A_2)=P(A_1A_2)+P(\overline{A}_1A_2)=\frac{20}{50}\cdot\frac{19}{49}+\frac{30}{50}\cdot\frac{20}{49}=\frac{2}{5}.$$

温馨提示 抽签问题是典型的古典概型问题,根据抽签原理,$P(A)$ 与 i 取值无关,即取黄球有先后顺序,各人取出黄球的概率是一样的.

例 1.2.5 从 6 双不同的鞋子中任意取 4 只,问其中恰有一双配对的概率.

【解题过程】 $P=\frac{C_6^1C_5^2C_2^1C_2^1}{C_{12}^4}=\frac{16}{33}.$

温馨提示 本题是古典概型另一种典型问题 —— 配对问题.思路是先要确定事件基数(分母),再确定有利事件的概率表示(分子).

例 1.2.6 设一袋中装有 a 个黑球,b 个白球,现将球随机地一个个摸出,问第 k 次摸出黑球的概率是多少$(1\leqslant k\leqslant a+b)$?

【解题过程】 令 A 表示事件"第 k 次摸到黑球".

古典概型中典型的摸球问题

将这 $a+b$ 个球编号,并将球依摸出的先后顺序排队,易知道事件的总数为$(a+b)!$,事件 A 等价于在第k 个位置上放一个黑球,其余 $a+b-1$ 个位置上放其余球,则 A 包含的基本事件数为$a(a+b-1)!$

$$\therefore P(A)=\frac{a(a+b-1)!}{(a+b)!}=\frac{a}{a+b}$$

考点分析

计算古典概型概率是本节的重点内容，也是考研的重点内容之一，计算古典概型 $P(A)$ 的关键是找出 A 中的基本事件数，在计算过程中常用到排列组合知识.

第三节　概率的加法法则

重点知识点总结

概率的加法法则

(1) 有限可加性　若 n 个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 两两不相容，则

$$P(A_1 + \cdots + A_n) = P(A_1) + \cdots + P(A_n).$$

可列可加性　若可列个事件 $A_1, A_2, \cdots$ 两两互不相容，那么

$$P(\sum_{i=1}^{\infty} A_i) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i).$$

(2) 若 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 构成 Ω 的一个完备事件组，那么其概率和为 1，也就是说 $P(A_1) + \cdots + P(A_n) = 1$.

其中，两对立事件概率之和为 1，$P(A) + P(\overline{A}) = 1$.

(3) 若 $A \subset B$，则有 $P(B - A) = P(B) - P(A)$.

(4) 广义加法法则

若 A, B 是任意两个事件，则 $P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB)$.

典型题型解析及解题要点提示

题型一　随机事件的概率计算

例 1.3.1　设随机事件 A, B 及其和事件 $A \cup B$ 的概率分别是 0.4,