

九章
丛书

高校经典教材同步辅导丛书

配套人大修订版·袁荫棠编

教你用更多的自信面对未来!

一书两用

同步辅导+考研复习

经济应用数学基础(三) (人大·修订版)

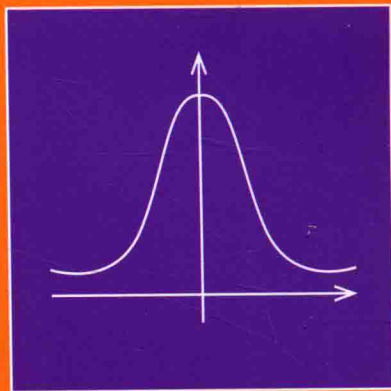
概率论与数理统计 同步辅导及习题全解

主 编 赵洪岩 边文思

习题超全解

名师一线经验大汇集, 解题步骤超详细, 方法技巧最实用

新版



中国水利水电出版社

www.waterpub.com.cn

高校经典教材同步辅导丛书

经济应用数学基础（三）概率论 与数理统计（人大·修订版） 同步辅导及习题全解

主 编 赵洪岩 边文思

1. 本书可作为高等院校经济类、管理类、理工类等专业《概率论与数理统计》课程的教学参考书。	附 录
2. 本书可作为高等院校经济类、管理类、理工类等专业《概率论与数理统计》课程的教学参考书。	参考文献
3. 本书可作为高等院校经济类、管理类、理工类等专业《概率论与数理统计》课程的教学参考书。	附录
4. 本书可作为高等院校经济类、管理类、理工类等专业《概率论与数理统计》课程的教学参考书。	附录
5. 本书可作为高等院校经济类、管理类、理工类等专业《概率论与数理统计》课程的教学参考书。	附录
6. 本书可作为高等院校经济类、管理类、理工类等专业《概率论与数理统计》课程的教学参考书。	附录
7. 本书可作为高等院校经济类、管理类、理工类等专业《概率论与数理统计》课程的教学参考书。	附录
8. 本书可作为高等院校经济类、管理类、理工类等专业《概率论与数理统计》课程的教学参考书。	附录
9. 本书可作为高等院校经济类、管理类、理工类等专业《概率论与数理统计》课程的教学参考书。	附录
10. 本书可作为高等院校经济类、管理类、理工类等专业《概率论与数理统计》课程的教学参考书。	附录



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

内 容 提 要

本书是与中国人民大学出版社出版的、袁荫棠主编的《经济应用数学基础(三) 概率论与数理统计》一书配套的同步辅导及习题全解辅导书。

本书共有 11 章,分别介绍随机事件及其概率、随机变量及其分布、随机变量的数字特征、几种重要的分布、大数定律与中心极限定理、马尔可夫链、样本分布、参数估计、假设检验、方差分析、回归分析。本书按教材内容安排全书结构,各章均包括本章知识梳理总结、基本要求、重点知识点总结、考点分析、典型题型解析及解题要点提示、全真考题精选、课后习题全解七部分内容。全书按教材内容,针对各章节习题给出详细解答,思路清晰,逻辑性强,循序渐进地帮助读者分析并解决问题,内容详尽,简明易懂。

本书可作为高等院校学生学习《经济应用数学基础(三) 概率论与数理统计》课程的辅导教材,也可作为考研人员复习备考的辅导教材,同时可供教师备课命题作为参考资料。

图书在版编目(CIP)数据

经济应用数学基础(三) 概率论与数理统计(人大·修订版) 同步辅导及习题全解 / 赵洪岩, 边文思主编.
— 北京: 中国水利水电出版社, 2016.2
(高校经典教材同步辅导丛书)
ISBN 978-7-5170-4115-3

I. ①经… II. ①赵… ②边… III. ①经济数学—高等学校—教学参考资料 IV. ①F224.0

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第030598号

策划编辑: 杨庆川

责任编辑: 宋俊娥

封面设计: 李 佳

书 名	高校经典教材同步辅导丛书 经济应用数学基础(三) 概率论与数理统计(人大·修订版) 同步辅导及习题全解
作 者	主 编 赵洪岩 边文思
出版发行	中国水利水电出版社 (北京市海淀区玉渊潭南路 1 号 D 座 100038) 网址: www.waterpub.com.cn E-mail: mchannel@263.net (万水) sales@waterpub.com.cn
经 售	电话: (010) 68367658 (发行部)、82562819 (万水) 北京科水图书销售中心(零售) 电话: (010) 88383994、63202643、68545874 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	北京万水电子信息有限公司
印 刷	北京正合鼎业印刷技术有限公司
规 格	148mm×210mm 32 开本 9.375 印张 244 千字
版 次	2016 年 2 月第 1 版 2016 年 2 月第 1 次印刷
印 数	0001—5000 册
定 价	15.80 元

凡购买我社图书,如有缺页、倒页、脱页的,本社发行部负责调换

版权所有·侵权必究

前言

袁荫棠主编的《经济应用数学基础(三)概率论与数理统计》以体系完整、结构严谨、层次清晰、深入浅出的特点成为这门课程的经典教材,被全国许多院校采用。为了帮助读者更好地学习这门课程,掌握更多的知识,我们根据多年的教学经验编写了这本与此教材配套的《经济应用数学基础(三)概率论与数理统计(人大·修订版)同步辅导及习题全解》。本书旨在使广大读者理解基本概念,掌握基本知识,学会基本解题方法与解题技巧,进而提高应试能力。

本书作为一种辅助性的教材,具有较强的针对性、启发性、指导性和补充性。考虑《经济应用数学基础(三)概率论与数理统计》这门课程的特点,我们在内容上作了以下安排:

1. 全章知识梳理总结。每章的知识网络图系统全面地涵盖了本章的知识点,使学生能一目了然地浏览本章内容的框架结构。

2. 基本要求。根据教学大纲要求,总结学习重点以及需要掌握的知识点。

3. 重点知识点总结。对每章知识点做了简练概括,梳理了各知识点之间的脉络联系,突出各章主要定理及重要公式,使读者在各章学习过程中目标明确,有的放矢。

4. 考点分析。每章前面均对本章的知识要点进行了整理。综合众多参考资料,归纳了本章几乎所有的考点,便于读者学习与复习。

5. 典型题型解析及解题要点提示。该部分选取了一些有启发性或综合性较强的经典例题,对所给例题先进行分析,再给出详细解答,并在最后作出点评,意在抛砖引玉。

6. 全真考题精选。精选历年研究生入学考试中具有代表性的试题进行了详细的解答,以开拓广大同学的解题思路,使其能更好地掌握该课程的基本内容和解题方法。

7. 课后习题全解。教材中课后习题丰富、层次多样,许多基础性问题从多个角度帮助学生理解基本概念和基本理论,促其掌握基本解题方法。我们对教材的课后习题给了详细的解答。

由于时间较仓促,编者水平有限,难免书中有疏漏之处,敬请各位同行和读者给予批评、指正。

编者

2015年11月

目录

前言

第一章 随机事件及其概率	1
全章知识梳理总结.....	1
基本要求.....	1
第一节 随机事件.....	2
第二节 概率.....	6
第三节 概率的加法法则.....	9
第四节 条件概率与乘法法则.....	11
第五节 独立试验概型.....	17
全真考题精选.....	21
课后习题全解.....	26
第二章 随机变量及其分布	38
全章知识梳理总结.....	38
基本要求.....	38
第一节 随机变量的概念.....	39
第二节 随机变量的分布.....	40
第三节 二元随机变量.....	47
第四节 随机变量函数的分布.....	51
全真考题精选.....	58
课后习题全解.....	65

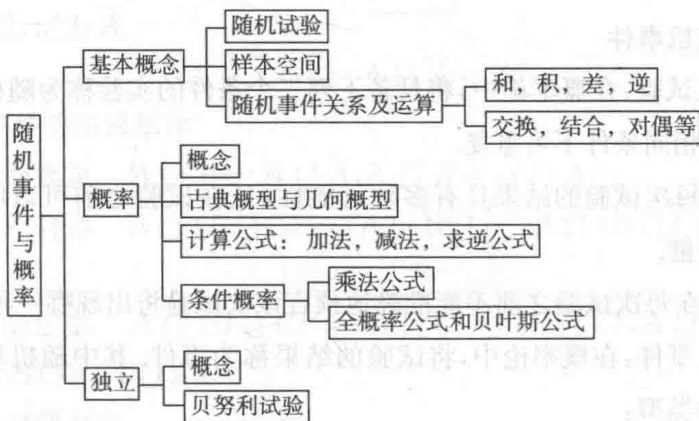
第三章 随机变量的数字特征	79
全章知识梳理总结	79
基本要求	79
第一节 数学期望	80
第二节 数学期望的性质	83
第三节 条件期望	86
第四节 方差,协方差	90
全真考题精选	95
课后习题全解	104
第四章 几种重要的分布	114
全章知识梳理总结	114
基本要求	114
第一节 二项分布	115
第二节 超几何分布	117
第三节 泊松分布	119
第四节 指数分布	121
第五节 Γ -分布	124
第六节 正态分布	126
全真考题精选	130
课后习题全解	135
第五章 大数定律与中心极限定理	143
全章知识梳理总结	143
基本要求	143
第一节 大数定律的概念	144
第二节 切比雪夫不等式	145
第三节 切比雪夫定理	147
第四节 中心极限定理	150
全真考题精选	154
课后习题全解	159

第六章 马尔可夫链	165
全章知识梳理总结	165
基本要求	165
第一节 随机过程的概念	165
第二节 马尔科夫链	166
第三节 马尔科夫链的举例应用	168
课后习题全解	171
第七章 样本分布	177
全章知识梳理总结	177
基本要求	177
第一节 总体和样本	177
第二节 样本分布函数	179
第三节 样本分布的数字特征	182
第四节 几个常用统计量的分布	185
全真考题精选	190
课后习题全解	194
第八章 参数估计	199
全章知识梳理总结	199
基本要求	199
第一节 估计量的优劣标准	200
第二节 获得估计量的方法——点估计	205
第三节 区间估计	210
全真考题精选	214
课后习题全解	223
第九章 假设检验	230
全章知识梳理总结	230
基本要求	230
第一节 假设检验的概念	231
第二节 两类错误	231

第三节 一个正态总体的假设检验	235
第四节 两个正态总体的假设检验	239
第五节 总体分布的假设检验	244
全真考题精选	246
课后习题全解	247
第十章 方差分析	252
全章知识梳理总结	252
基本要求	252
第一节 单因素方差分析	252
第二节 双因素方差分析	258
课后习题全解	265
第十一章 回归分析	271
全章知识梳理总结	271
基本要求	271
第一节 回归概念	272
第二节 一元线性回归方程	272
第三节 可线性化的回归方程	279
第四节 多元线性回归方程	281
课后习题全解	285

第一章 随机事件及其概率

全章知识梳理总结



基本要求

1. 熟悉随机事件、频率的概念以及概率的定义.
2. 掌握随机事件的各运算法则, 包括交换律、结合律、分配律及吸收律等.
3. 理解样本空间和样本点的概念.
4. 掌握概率的古典定义, 学会计算古典型概率问题.
5. 理解并掌握概率的基本性质.
6. 掌握概率的加法公式、乘法公式、全概率公式及贝叶斯公式.
7. 能利用乘法公式和事件的独立性计算有关积事件的概率.
8. 能利用全概率公式和贝叶斯公式计算概率.
9. 理解独立重复试验的概念以及 n 重贝努利试验的含义.
10. 了解二项概率公式及其运用.

第一节 随机事件

重点知识点总结

1. 随机事件

随机试验:在概率论中,将具备下列三个条件的实验称为随机试验.

(1) 相同条件下可重复.

(2) 每次试验的结果具有多种可能性,且在试验之前可以明确试验的所有可能.

(3) 在每次试验之前不能准确地预言该次试验将出现哪一种结果.

随机事件:在概率论中,将试验的结果称为事件.其中随机事件具有以下三种类型:

(1) 基本事件:不能分解为其他事件组合的最简单的随机事件.

(2) 必然事件:每次试验中一定发生的事件.

(3) 不可能事件:每次试验中一定不发生的事件.

2. 事件间的关系

设 Ω 为试验 E 的样本空间, A, B, C 为 Ω 的子集,则存在以下关系:

(1) 包含 若 A 的每个样本点都属于 B ,则 A 发生导致 B 发生,称事件 B 包含事件 A ,或事件 A 被事件 B 包含,记为 $A \subset B$.

(2) 等价 若 $A \supset B$ 与 $B \subset A$ 同时成立,则称 A 与 B 等价,记为 $A = B$.

(3) 互斥(互不相容) 若事件 A 与事件 B 不能同时发生,则称事件 A 与 B 互不相容,记 $A \cap B = \emptyset$.

3. 事件的运算

由于事件是集合,因此事件的运算与集合的运算是一致的.通常运算如下:

(1) 并(和) 至少属于 A 或 B 中一个的所有样本点的集合. 记为 $A+B$ 或 $A \cup B$.

(2) 交(积) 同时属于 A 和 B 的所有样本点的集合称为 A 与 B 的交(或积). 记为 $A \cap B$. 在一次试验中, AB 表示 A, B 都发生.

(3) 差 事件 A 发生而事件 B 不发生, 称为 A 与 B 的差. 记为 $A-B$.

(4) 逆(对立) 样本空间 Ω 中所有不包含在 A 中的样本点的集合称为 A 的逆, 记为 $\bar{A}$.

$$A + \bar{A} = \Omega \quad A \cap \bar{A} = \emptyset$$

4. 事件的运算规律

(1) 交换律 $A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A$

(2) 结合律 $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C, A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

(3) 分配率 $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C), A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

(4) 对偶原理

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}, \overline{AB} = \bar{A} \cup \bar{B}; A + A = A, A + \Omega = \Omega; A\Omega = A, A\emptyset = \emptyset.$$

典型题型解析及解题要点提示

题型一 事件的表示方法及其运算

例 1.1.1 用步枪射击目标 5 次. 设 A_i 为“第 i 次击中目标”($i = 1, 2, 3, 4, 5$), B 为“5 次中击中次数大于 2”. 用文字描述下列事件:

$$(1) A = \sum_{i=1}^5 A_i \quad (2) \bar{A} \quad (3) \bar{B}$$

【解题过程】 (1) 事件 $A = \sum_{i=1}^5 A_i$ 表示 5 次射击至少有一次击中目标.

(2) 事件 $\bar{A}$ 表示 5 次射击全部没有命中.

(3) 事件 $\bar{B}$ 表示 5 次射击命中次数小于 2.

例 1.1.2 连续进行 3 次独立射击, 设 A_i “第 i 次射击命中”, $i = 1, 2, 3$; B_j “恰好命中 j 次”, $j = 0, 1, 2, 3$; C_k “至少命中 k 次”, $k = 0, 1, 2, 3$.

(1) 试用 A_i 表示 B_j 和 C_k ; $i = 1, 2, 3$; $j, k = 0, 1, 2, 3$.

(2) 试用 B_j 表示 C_k ; $j, k = 0, 1, 2, 3$.

【解题过程】 (1) $B_0 = \bar{A}_1\bar{A}_2\bar{A}_3$ $B_1 = A_1\bar{A}_2\bar{A}_3 + \bar{A}_1\bar{A}_2A_3 + \bar{A}_1A_2\bar{A}_3$;

$$B_2 = A_1A_2\bar{A}_3 + A_1\bar{A}_2A_3 + \bar{A}_1A_2A_3; B_3 = A_1A_2A_3;$$

$$C_0 = \bar{A}_1\bar{A}_2\bar{A}_3 + A_1 + A_2 + A_3; C_1 = A_1 + A_2 + A_3;$$

$$C_2 = A_1A_2 + A_1A_3 + A_2A_3; C_3 = A_1A_2A_3.$$

(2) $C_0 = B_0 + B_1 + B_2 + B_3$; $C_1 = B_1 + B_2 + B_3$; $C_2 = B_2 + B_3$; $C_3 = B_3$.

温馨提示 任意事件的和可以化作不相容事件的和, 这在计算概率时是经常用到的. 一般方法如下:

设 A, B, C 为任意事件, 则

$$A + B = A + (B - A) = A + \bar{A}B$$

$$A + B + C = A + (B - A) + (C - B - A) = A + \bar{A}B + \bar{A}\bar{B}C.$$

例 1.1.3 设 A, B 为任意两个事件, 则

$$(\bar{A} + B)(A + B)(\bar{A} + \bar{B})(A + \bar{B}) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

【解题过程】 $\because A$ 与 $\bar{A}$ 互逆, B 与 $\bar{B}$ 互逆, 所以

$$(\bar{A} + B)(A + B) = A\bar{A} + \bar{A}B + BA + BB = \emptyset + B + B = B,$$

$$(\bar{A} + \bar{B})(A + \bar{B}) = A\bar{A} + \bar{A}\bar{B} + \bar{B}A + \bar{B}\bar{B} = \emptyset + \bar{B} + \bar{B} = \bar{B},$$

$$\therefore (\bar{A} + B)(A + B)(\bar{A} + \bar{B})(A + \bar{B}) = B\bar{B} = \emptyset$$

集合的运算
要熟练

温馨提示 考查互逆的性质.

例 1.1.4 对于任意两个随机事件 A 和 B , 其对立的充要条件为

(A) A 与 B 至少必有一个发生.

(B) A 与 B 至少有一个发生, 且 A 与 B 至少必有一个不发生.

(C) A 与 B 至少必有一个发生, 且 A 与 B 至少必有一个不发生.

(D) A 与 B 至少必有一个不发生.

【解题过程】 A 与 B 对立 $\Leftrightarrow A \cup B = \Omega$ 且 $AB = \phi$, 由对偶率有 $\bar{A} \cup \bar{B} = \Omega$ 且 $\overline{AB} = \phi$. 由此判断选 C.

例 1.1.5 证明下列等式

$$(1) A \cup B = A \cup B\bar{A}$$

$$(2) B - A = \overline{AB} - \bar{A}B$$

【解题过程】 (1) $A \cup B = (A \cup B) \cap \Omega = (A \cup B) \cap (A \cup \bar{A}) = A \cup AB \cup B\bar{A} = A \cup AB \cup B\bar{A}$

$$(2) \overline{AB} - \bar{A}B = \overline{AB} \cap \bar{A}B = (\bar{A} \cup \bar{B}) \cap (\bar{A}B) = \bar{A}B$$

温馨提示 充分运用运算性质和运算法则.

例 1.1.6 设有随机事件 A, B, C , 满足 $C \supset AB, \bar{C} \supset \overline{AB}$, 证明 $AC = C\bar{B} \cup AB$.

【证明】 $\because \bar{C} \supset \overline{AB}, C \supset AB$

$$\therefore C\bar{B} \subset (A \cup B)\bar{B} = A\bar{B}, CA\bar{B} = A\bar{B}, ACB - C \cap AB = AB$$

$$\text{故 } AC = AC(B \cup \bar{B}) = AC\bar{B} \cup ACB = C\bar{B} \cup AB$$

由文氏图图 1-1 可知, AC 为全部画有斜线的部分, $C\bar{B}$ 为画有左斜线的部分, AB 为画有右斜线的部分. 所以结论成立.

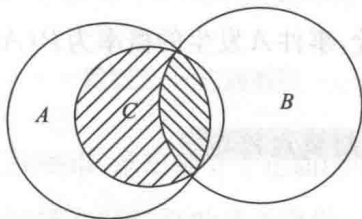


图 1-1

温馨提示 当运算复杂, 可以结合文氏图分析, 事半功倍.

考点分析

本节主要是给出了一些集合的基本概念,这一节的主要作用是为基础内容打好基础.包括集合的表示方法、集合的运算律等,需要大家熟练掌握.

第二节 概率

重点知识点总结

1. 概率的统计定义

在相同条件下,进行重复随机试验,如果随着试验次数的增多,事件 A 出现的频率稳定于某一常数 p ,则称这个常数 p 为事件 A 的概率.记作 $P(A) = p$.

2. 古典概型试验

概率论中,将具有以下两个特点的试验称为古典概型试验.

- (1) 每次试验只有有限种可能的试验结果;
- (2) 每次试验中,各基本事件出现的可能性完全相同.

对于古典概型试验,事件 A 发生的概率为 $P(A) = \frac{A \text{ 中基本事件数}}{\Omega \text{ 中基本事件数}}$.

典型题型解析及解题要点提示

题型一 有关概率基本性质的命题

例 1.2.1 已知 $P(A \cup B) = 0.6, P(B) = 0.3$, 则 $P(A \bar{B})$

【解题过程】 $\because \overline{AB} = A - B$

$$\therefore P(\overline{AB}) = P(A - B) = P(A) - P(AB)$$

对立事件的计算常用变形

$$\text{又 } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

$$\therefore P(A) - P(AB) = P(A \cup B) - P(B) = 0.6 - 0.3 = 0.3$$

$$\text{即 } P(\overline{AB}) = 0.3.$$

 **温馨提示** 利用概率的性质、事件间的关系和运算律进行求解.

例 1.2.2 事件 A, B, C 满足 $P(AB) = P(BC) = P(CA) = \frac{1}{4}$,

$P(ABC) = \frac{1}{16}$, 求 A, B, C 中不多于 1 个发生的概率.

【解题过程】 A, B, C 中不多于 1 个发生的对立事件即为 A, B, C 中至少有两个发生, 故所求概率可表示为

$$\begin{aligned} P(\overline{AB + BC + CA}) &= 1 - P(AB + BC + CA) \\ &= 1 - [P(AB) + P(BC) + P(CA) \\ &\quad - P(ABC) - P(ABC) - P(ABC) + P(ABC)] \\ &= 1 - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{8} \right) = \frac{3}{8}. \end{aligned}$$

 **温馨提示** 当题目中出现“至多”“至少”时, 采用求逆的方式会使问题简化.

—— 题型二 古典概型 ——

例 1.2.3 掷三枚硬币, 求出现 3 个正面的概率.

【解题过程】 确定样本空间 Ω 的基本事件

$\Omega = \{HHH, THT, HTT, TTH, HHT, HTH, THH, TTT\}$, 三次正面事件为 $\{HHH\}$

穷举法的运用

$$\therefore P = \frac{1}{8}$$

例 1.2.4 袋中有 50 个球,其中 20 个是黄球,30 个是白球,今有两个人依次随机地从袋中各取一球,取后不放回,则第 2 个人取到黄球的概率.

【解题过程】 设 A_i 表示第 i ($i = 1, 2$) 人取出球,则

$$P(A_2) = P(A_1 A_2) + P(\bar{A}_1 A_2) = \frac{20}{50} \cdot \frac{19}{49} + \frac{30}{50} \cdot \frac{20}{49} = \frac{2}{5}.$$

温馨提示 抽签问题是典型的古典概型问题,根据抽签原理, $P(A)$ 与 i 取值无关,即取黄球有先后顺序,各人取出黄球的概率是一样的.

例 1.2.5 从 6 双不同的鞋子中任意取 4 只,问其中恰有一双配对的概率.

【解题过程】
$$P = \frac{C_6^1 C_5^2 C_2^1 C_2^1}{C_{12}^4} = \frac{16}{33}.$$

温馨提示 本题是古典概型另一种典型问题——配对问题.思路是先要确定事件基数(分母),再确定有利事件的概率表示(分子).

例 1.2.6 设一袋中装有 a 个黑球, b 个白球,现将球随机地一个个摸出,问第 k 次摸出黑球的概率是多少($1 \leq k \leq a+b$)?

【解题过程】 令 A 表示事件“第 k 次摸到黑球”.

古典概型中典型的摸球问题

将这 $a+b$ 个球编号,并将球依摸出的先后顺序排队,易知道事件的总数为 $(a+b)!$,事件 A 等价于在第 k 个位置上放一个黑球,其余 $a+b-1$ 个位置上放其余球,则 A 包含的基本事件数为 $a(a+b-1)!$

$$\therefore P(A) = \frac{a(a+b-1)!}{(a+b)!} = \frac{a}{a+b}$$

考点分析

计算古典概型概率是本节的重点内容,也是考研的重点内容之一,计算古典概型 $P(A)$ 的关键是找出 A 中的基本事件数,在计算过程中常用到排列组合知识.

第三节 概率的加法法则

重点知识点总结

概率的加法法则

(1) 有限可加性 若 n 个事件 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 两两不相容,则

$$P(A_1 + \dots + A_n) = P(A_1) + \dots + P(A_n).$$

可列可加性 若可列个事件 $A_1, A_2, \dots$ 两两互不相容,那么

$$P\left(\sum_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i).$$

(2) 若 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 构成 Ω 的一个完备事件组,那么其概率和为 1,也就是说 $P(A_1) + \dots + P(A_n) = 1$.

其中,两对立事件概率之和为 1, $P(A) + P(\bar{A}) = 1$.

(3) 若 $A \subset B$,则有 $P(B - A) = P(B) - P(A)$.

(4) 广义加法法则

若 A, B 是任意两个事件,则 $P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB)$.

典型题型解析及解题要点提示

题型一 随机事件的概率计算

例 1.3.1 设随机事件 A, B 及其和事件 $A \cup B$ 的概率分别是 0.4,