

教与学 · 教与学 · 教与学 · 教与学 · 教与学

初中代数

第四册



天津科学技术出版社

教 与 学

初 中 代 数

第 四 册

丛书顾问 崔孟明

编 者 梁子木 李钢柔

天津科学技术出版社

教 与 学
初 中 代 数
第 四 册

丛书顾问 崔孟明

编 者 梁子木 李钢柔 李坚毅

天津科学技术出版社出版

天津市赤峰道130号

山东省临沭县印刷厂印刷

新华书店天津发行所发行

开本737×1092毫米1/32印张6.375 字数132 000

1983年4月第1版

1983年4月第1次印刷

印数：1—88 000

ISBN7-5308-0350-6/G·80 定价：1.40元

前 言

教学过程是师生双边活动统一的过程。但应强调指出：教学活动的中心是学生，教和学都是为使學生尽多、尽快地增长知识和才干；教学活动的主体也是学生，不论多么高明的教师用怎样巧妙的方法去教，学生都必须经过自己的实践和思维，才能最后牢固地掌握知识和增长能力。因此，教师的主导作用，首先是激发学生学习的积极性、主动性，同时要及时地满足学生对知识的需要，恰当地帮助学生克服学习中的困难。在整个教学活动中教师都要注意，不要伤害学生的主动性和积极性，不要破坏学生思维的连续和完整。要做到这一点，教师就必须充分了解学生的学习过程和心理活动。因此，当今国内外，都把对学习方法的研究作为教法研究的一项重要内容，以使教学活动更好地适应学生需要，进一步提高教学效率。

《教与学》丛书就是基于上述思想和多年实践经验编写而成的，旨在从教和学两方面启发学生主动探求，积极思维，尽多、尽快地增长知识和自主学习的能力。

本丛书包括数学、物理、化学、生物、语文和英语六个学科，每科与课本对应分册，每册均按章或单元设有若干栏目。因这些栏目是根据学科内容需要设置的，因此，有共同的，也有专设的。

“知识结构”是用图表或简短文字说明相关范围内各项知识间的推演、包含等内在联系，从中可找到学习的途径、

知识的重点和把握知识的关键。可见它既是学习入门的向导，也是掌握知识的纲领。

“知识反馈”是一组检查课堂学习效果的练习题。它的编写，既考虑了覆盖面，也考虑了重点、难点和能力、方法的训练。因此，通过这套练习题，不仅能了解课堂效果，而且能使所学知识得到及时的巩固和进一步的理解，并可提高对知识的运用能力。

“课堂以外”是一在较大知识范围设立的比较活跃的栏目，可满足多方面的需要。其内容既与教材紧密衔接，又属课堂以外，有动脑的也有动手的。希望通过它能启迪智力、训练能力、开阔视野、疏通思路。

“教材提示”和“学法指导”，一方面是给学生以具体的知识，一方面是通过具体的学习过程教给学生一些富有成效的学习方法。

本丛书由景山学校校长、特级教师崔孟明同志任学术指导，由李勃梁、宋志唐、邢永庆等同志任主编，由京津部分有多年教学经验的教师编写。

本丛书的编写，虽几经讨论修改，但由于是经验性材料，难免有不足之处，欢迎读者批评指正。

目 录

第十三章 常用对数..... (1)

知识结构..... (1)

教材提示..... (2)

知识反馈..... (6)

答案与提示..... (10)

学法指导..... (12)

课堂以外..... (16)

第十四章 函数及其图象..... (23)

第一单元 直角坐标系..... (24)

知识结构..... (24)

教材提示..... (25)

知识反馈..... (28)

答案与提示..... (31)

学法指导..... (32)

第二单元 函数..... (35)

知识 结 构..... (35)

教材提示..... (37)

知识反馈..... (39)

答案与提示..... (41)

学法指导..... (42)

第三单元 正比例函数与反比例函数..... (45)

知识结构	(45)
教材提示	(46)
知识反馈	(48)
答案与提示	(52)
学法指导	(56)

第四单元 一次函数的图象和性质 (59)

知识结构	(59)
教材提示	(60)
知识反馈	(63)
答案与提示	(67)
学法指导	(70)

第五单元 二次函数的图象和性质 (73)

知识结构	(73)
教材提示	(75)
知识反馈	(77)
答案与提示	(83)
学法指导	(86)

第六单元 一元一次不等式组和一元二次不等式

	(90)
知识结构	(90)
教材提示	(92)
知识反馈	(95)
答案与提示	(97)
学法指导	(99)

第十五章 解三角形 (104)

第一单元 三角函数 (104)

知识结构..... (104)

教材提示..... (105)

知识反馈..... (109)

答案与提示..... (112)

学法指导..... (113)

第二单元 解直角三角形..... (116)

知识结构..... (116)

教材提示..... (117)

知识反馈..... (122)

答案与提示..... (124)

学法指导..... (126)

第三单元 解斜三角形..... (128)

知识结构..... (128)

教材提示..... (130)

知识反馈..... (137)

答案与提示..... (143)

学法指导..... (143)

第十六章 统计初步..... (152)

教材提示..... (152)

知识反馈..... (153)

答案与提示..... (154)

总复习..... (155)

知识结构..... (156)

教材提示..... (157)

知识反馈..... (158)

答案与提示..... (172)

学法指导 (175)

课堂以外 (178)

(1) 类型应用

(2) 类型应用

(3) 类型应用

(4) 类型应用

(5) 类型应用

(6) 类型应用

(7) 类型应用

(8) 类型应用

(9) 类型应用

(10) 类型应用

(11) 类型应用

(12) 类型应用

(13) 类型应用

(14) 类型应用

(15) 类型应用

(16) 类型应用

(17) 类型应用

(18) 类型应用

(19) 类型应用

(20) 类型应用

(21) 类型应用

(22) 类型应用

(23) 类型应用

(24) 类型应用

(25) 类型应用

(26) 类型应用

(27) 类型应用

(28) 类型应用

(29) 类型应用

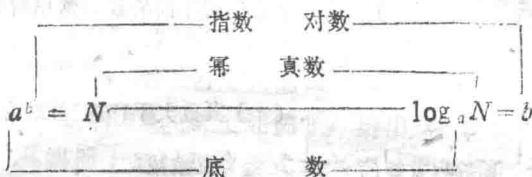
(30) 类型应用

第十三章 常用对数

【知识结构】

定义 如果 $a^b = N$ ($a > 0, a \neq 1$), 则数 b 叫做以 a 为底 N 的对数, 记作 $\log_a N = b$

指数式与对数的关系



- 性质
- (1) 零和负数没有对数
 - (2) $a^0 = 1 \rightarrow \log_a 1 = 0$
 - (3) $a^1 = a \rightarrow \log_a a = 1$
 - (4) $\left. \begin{array}{l} \log_a N = b \\ a^b = N \end{array} \right\} \rightarrow a^{\log_a N} = N$

运算

$$\log_a MN = \log_a M + \log_a N$$

$$\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$

$$\log_a M^n = n \log_a M$$

$$\log_a \sqrt[n]{M} = \frac{1}{n} \log_a M$$

常用对数

定义 $\log_a N = b$, 当 $a = 10$ 时, 则有 $\lg N = b$

- 性质
- (1) 正数的常用对数, 首数(整数)+尾数(正纯小数或零)
 - (2) $\lg 10^n = n$ (n 为整数)
 - (3) 10 的整数次幂以外的正数的对数都是小数
 - (4) 真数大时, 常用对数也大
 - (5) 仅有小数点位置不同的数, 常用对数的尾数相同

真数与首数的关系

- (1) 真数大于 1 时, 首数为真数的整数位数减 1
- (2) 真数小于 1 的正数, 首数为负, 其绝对值为真数第一个不为零的数字前面零的个数(包括个位上的零)

由指数式推出对数式, 由对数定义推出对数性质, 由指数概念和对数概念导出积、商、幂、方根的对数的计算公式, 由于实际需要建立起了常用对数的概念。

掌握对数概念, 特别注意理解对数式与指数式的关系, 是学好本章知识的关键, 但也是难点, 掌握对数性质, 根据对数定义和性质, 熟练地进行对数式的化简与有关运算是本章的重点。

【教材提示】

一、关于对数概念的教学

引进了对数的概念，也就引进了表示对数的符号，由这个符号学生感到生疏，所以要十分重视理解对数概念和对数符号的教学。

教学中注意从旧导新，注意新旧知识的对比和联系。

若 $2^4 = x$ ，则 $x = 16$ ，对此学生是熟悉的，若 $x^3 = 5$ ，则 $x = \sqrt[3]{5}$ 对此学生也是熟悉的。

若问学生，如果 $2^x = 16$ 那么 $x = ?$ 容易回答： $x = 4$ 。但若问： $2^x = 14$ ，那么 $x = ?$ 这就不容易回答。

新的运算的需要，则要引进新的概念、表示新的概念的新的符号，即 $\log_2 14 = x$ 。就上述例子，给出对数定义。 $\log_a N = b$ ，其实质上是已知指数式中的底数和幂求指数的表示方法。

“ $\log$ ”这一数学符号与“ $\sqrt{\quad}$ ”符号具有类似的意义，它表示一定的数学概念，具有给定的数学意义。“ $\log_a N$ ”是一个整体数值，在有意义的范围之内，它表示“以 a 为底 N 的对数”，如同“ $\sqrt{a}$ ”（ $a \geq 0$ ）一样。

给出定义之后，要研究对数式中 a ， b ， N 的取值范围。从指数的定义 $\log_a N = b$ （ $a > 0$ ， $a \neq 1$ ， $N > 0$ ）中，对 $a > 0$ ， b 为实数时， $N > 0$ ，是容易理解的，但对 $a \neq 1$ 则要通过实例加以说明。如，若

则 $1^{15} = 1$ ， $1^{\frac{2}{3}} = 1$ ， $1^0 = 1$ ， $1^{-\frac{1}{2}} = 1$ ， $1^{-10} = 1$ ，...

$$\log_1 1 = 15, \log_1 1 = \frac{2}{3}, \log_1 1 = 0, \log_1 1 = -\frac{1}{2},$$

$$\log_1 1 = -10 \dots\dots$$

由此可知，以1为底1的对数是不确定的。

若以1为底，1以外的正数的对数又怎么样呢？如，

$$\log_1 2 = ? \quad \text{即 } 1^? = 2,$$

$$\log_1 \frac{1}{2} = ? \quad \text{即 } 1^? = \frac{1}{2},$$

.....

显然以1为底，1以外的正数的对数是不存在的。

因而研究对数 $\log_a N = b$ 时，除去 $a > 0$ ， $N > 0$ 以外，还要规定 $a \neq 1$ 。

在搞清对数概念之后，要通过适量的练习使学生进一步加深对对数概念的理解。在练习中启发学生自己总结出有关对数的性质，使学生认识到“幂指数”与“对数”是实质相同而表现形式不同的两个概念，这样对恒等式 $a^{\log_a N} = N$ 就不难理解了。

二、积、商、幂、方根的对数的教学

积、商、幂、方根的对数运算法则，是对数式变形的重要依据之一，由于它是降级运算，如交待不清楚，将会出现糊涂概念，而造成运算中的错误。如， $\log_a (8 \times 4) = \log_a 8 + \log_a 4$ 。

所以，积、商、幂、方根的对数的教学，在一般情况下，都要由教师引导学生一起推导证明运算公式，防止死背条条。在证明过程中，让学生认识到证什么，怎么证。虽然一般地不要求学生独立证明，但也不能不讲道理而死记公式。

证明公式的思路 是将对数式化为指数式，通过指数式的运算，再把指数式化为对数式。

例如：证明 $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$ 。

证明：对数式化指数式：

设 $\log_a MN = x$, $\log_a M = y$, $\log_a N = z$,

则 $a^x = MN$, $a^y = M$, $a^z = N$,

$$a^x = a^y \cdot a^z = a^{y+z},$$

$$x = y + z.$$

所以 $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$ 。

有些同学对此推导过程仍不理解，可以通过具体数的验证，使学生承认，防止出现概念错误。如，

$$\log_2 (8 \times 4) = \log_2 8 + \log_2 4.$$

$$\text{左边 } \log_2 32 = x, \quad 2^x = 32, \quad x = 5,$$

$$\begin{array}{l} \text{右边 } \log_2 8 = y \\ \log_2 4 = z \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} 2^y = 8, \quad y = 3 \\ 2^z = 2, \quad z = 2 \end{array} \quad + \quad = 5.$$

左边等于右边。

积、商、幂、方根的对数运算法则，对初中学生来说，不要求掌握推导方法，只要求理解，并能准确、熟练的应用。因而要给出适量的练习，在练习中加深理解，学会应用。

三、关于常用对数的教学

对于常用对数，要通过具体实例，引导学生总结它的性质和运算规律，并通过适量运算题熟悉运算方法。如可采用下列步骤进行教学：

(1) 通过实例，总结规律。如，由

$$\lg 10 = 1, \lg 10^2 = 2, \dots$$

得 $\lg 10^n = n$ (n 为整数)。

(2) 举出实例让学生观察，其真数越大，对数越大。

由此得出：

当 $0 < a < 10$ 时, $0 < \lg a < 1$ ($\lg a$ 是纯小数),
则 $\lg(a \times 10^n) = \lg a + \lg 10^n = n + \lg a$ (n 为整数)。

所以10的整数次幂以外的正数的常用对数是一个整数加上一个正的纯小数。

(3) 在给出对数的首数和尾数的概念以后, 通过实例说明, 只是小数点位置不同的数, 它们的对数的尾数都相同。因而只要能求出0与10之间的所有数的对数, 就可以求出一切正实数的对数。这样就为查对数表奠定了基础。

这里还要强调一下, 常用对数的尾数是正的纯小数或零, 而首数可能是正、负整数或零。对数 -0.1253 的首数不是零, 尾数也不是 0.1253 , 而应该是 $-0.1253 = \bar{1}.8747$ 。

对于对数运算的教学, 应当采取讲练结合的方法, 边讲边练, 以巩固基础知识和基本运算。

【知识反馈】

一、对数式与指数式的关系

1. 求下列各式的值

$$(1) \log_3 \frac{1}{9}$$

$$(2) \log_2 \sqrt{2},$$

$$(3) \log_{\sqrt{3}} \sqrt{3},$$

$$(4) \log_{\frac{1}{2}} 1,$$

$$(5) \log_2 8,$$

$$(6) \log_{10} 100,$$

$$(7) \log_{10} 0.01,$$

$$(8) \log_{0.5} 0.125,$$

$$(9) \log_{\frac{1}{3}} 3,$$

$$(10) \log_{\frac{2}{3}} \frac{4}{9},$$

$$(11) \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3}$$

$$(12) \log_3 2.$$

2. 求下列各式中的 x 值

$$(1) \log_3 x = -2; \quad (2) \log_2 x = \frac{1}{2};$$

$$(3) \log_{2.5} x = 3; \quad (4) \log_{\frac{3}{2}} x = -\frac{3}{2};$$

$$(5) \log_x 9 = 2; \quad (6) \log_x 27 = 3;$$

$$(7) \log_x 64 = 6; \quad (8) \log_x 0.001 = 3.$$

二、对数恒等式

计算下列各题

$$(1) 5^{\log_5 2.5} = ?; \quad (2) \left(\frac{1}{2}\right)^{\log_2 \frac{1}{2}} = ?;$$

$$(3) \left(\frac{1}{2}\right)^{\log_2 3} = ?; \quad (4) 3^{2 \log_3 4} = ?;$$

$$(5) 4^{\log_4 13} = ?; \quad (6) 4^{\log_2 4} = ?;$$

$$(7) 2^{\log_2 5} \cdot 5^{\log_5 2} = ?;$$

$$(8) 2^{\log_3 4} \cdot 3^{\log_6 4} = ?.$$

三、对数性质

1. 求 x 的取值范围

$$(1) \log_3 x; \quad (2) \log_{\frac{1}{2}} (x-1);$$

$$(3) \log_{\sqrt{2}} (2-3x); \quad (4) \log_4 (1+2x).$$

2. 化简下列各题

$$(1) \sqrt{(\log_{10} 2 - 1)^2}; \quad (2) \sqrt{(\log_3 2 - 1)^2}.$$

3. 比较大小

$$(1) \log_5 5 \text{ 与 } \log_5 1; \quad (2) \log_2 8 \text{ 与 } \log_3 9;$$

$$(3) 3 \log_3 4 \text{ 与 } \log_2 4; \quad (4) \log_{0.4} 0.16 \text{ 与 } 2.$$

4. 判断下列各式中有意义的是 ()

- (1) $\log_{(-2)} 3$; (2) $\log_2(-4)$;
 (3) $\log_5 0$; (4) $\log_5(-5)^2$.

四、和、差、幂、方根的对数

1. 当 x 、 y 取什么值时，下面的等式成立

(1) $\log_{10} x + \log_{10} y = \log_{10} xy$;

(2) $\log_{10} x - \log_{10} y = \log_{10} \frac{x}{y}$.

2. 计算下列各题

(1) $\log_{10} 5 + \log_{10} 2$; (2) $\log_{10} \frac{1}{4} - \log_{10} 25$;

(3) $\log_5 625 - \log_5 25$; (4) $\log_8 16 + \log_8 4$;

(5) $\log_{100} 2 + \log_{100} 5$; (6) $\log_4 (2^5 \times 4^{-3})$;

(7) $\log_3 \left[3^2 \times \left(\frac{1}{3} \right)^5 \right]$; (8) $\log_2 \sqrt{\frac{2}{4}}$;

(9) $\log_5 3 \sqrt{25}$; (10) $\log_5 \frac{25}{\sqrt{5}}$;

(11) $(\log_{10} 2)^2 + \log 5 \cdot \log_{10} 2$;

(12) $\log_5 10 - \log_5 2 - 1$;

(13) $1 - \lg 2 - \lg 5$; (14) $1 - \lg 2 + \lg 5$.

五、常用对数

1. 求下列对数的首数和尾数

(1) 一个数的对数是3.2580，则它的首数是_____，尾数是_____；

(2) 一个数的对数是0.2581，则它的首数是_____，它的尾数是_____；

(3) 一个数的对数是-2.1540，它的首数是_____，它的尾数是_____。